

ĐỀ THI GIỮA HỌC KÌ I – Đề số 14

Môn: Toán - Lớp 9

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM



HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Phần I: Trắc nghiệm

1.B	2.A	3.B	4.B	5.D
6.C	7.C	8.C	9.A	10.B
11.A	12.A	13.D	14.B	15.C

Câu 1: Kết quả của phép tính $\frac{\sqrt{3}-3}{\sqrt{3}-1} + 2\sqrt{3}$ bằng:

- A. $-3\sqrt{3}$. B. $\sqrt{3}$. C. $3\sqrt{3}$. D. $-\sqrt{3}$.

Lời giải:

$$\frac{\sqrt{3}-3}{\sqrt{3}-1} + 2\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}(1-\sqrt{3})}{\sqrt{3}-1} + 2\sqrt{3} = -\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = \sqrt{3}$$

Chọn B.

Câu 2: Căn bậc hai số học của 4 là:

- A. 2 B. 2 và -2 C. 16 D. 16 và -16

Lời giải:

Căn bậc hai số học của 4 là $\sqrt{4} = 2$

Chọn A.

Câu 3: Các căn bậc hai của $\sqrt{16}$ là:

- A. -4 B. 4 C. -4 D. -2

Lời giải:

Các căn bậc hai của $\sqrt{16}$ hay các căn bậc hai của 4 là 2 và -2

Chọn B.

Câu 4: Căn bậc ba của (-27) là:

- A. 3 B. -3 C. 3 và -3 D. 9 và -9

Lời giải:

Căn bậc ba của (-27) là $\sqrt[3]{-27} = -3$

Chọn B.

Câu 5: Với $\sqrt{16x} - \sqrt{25x} = -3$ khi đó x bằng:

- A. 3 B. 0 C. -9 D. 9

Lời giải:

$$\sqrt{16x} - \sqrt{25x} = -3 \text{ (dk : } x \geq 0)$$

$$\Leftrightarrow 4\sqrt{x} - 5\sqrt{x} = -3$$

$$\Leftrightarrow -\sqrt{x} = -3$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x} = 3 \Leftrightarrow x = 9$$

Chọn D.

Câu 6: Điều kiện xác định của căn thức : $\sqrt{6+2x}$ là:

A. $x \leq 3$

B. $x \geq 0$

C. $x \geq -3$

D. $x \leq 6$

Lời giải:

$$\sqrt{6+2x} \text{ xác định khi } 6+2x \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -3$$

Chọn C.

Câu 7: Với $x > 0$ biểu thức $\sqrt{(3-2x)^2}$ bằng

A. $3-2x$.

B. $2x-3$.

C. $3-2x$ hoặc $2x-3$.

D. $3-2x$ và $2x-3$

Lời giải:

$$\sqrt{(3-2x)^2} = |3-2x| = \begin{cases} 3-2x & \text{khi } x \leq \frac{3}{2} \\ 2x-3 & \text{khi } x > \frac{3}{2} \end{cases}$$

Chọn C.

Câu 8: Phép tính nào có kết quả đúng:

A. $\sqrt{100} = \pm 10$

B. $\sqrt{1} + \sqrt{2} = \sqrt{3}$

C. $\sqrt{9} - \sqrt{4} = \sqrt{5}$

D. $\sqrt{10} : \sqrt{2} = \sqrt{5}$

Lời giải:

$$\sqrt{100} = 10 \text{ nên A sai}$$

$$\sqrt{1} + \sqrt{2} = 1 + \sqrt{2} \text{ nên B sai}$$

$$\sqrt{9} - \sqrt{4} = 3 - 2 = 1 \text{ nên C sai}$$

$$\sqrt{10} : \sqrt{2} = \sqrt{5} \text{ đúng}$$

Chọn C.

Câu 9: Biểu thức $\sqrt{(3-\sqrt{5})^2}$ sau khi bỏ dấu căn là:

A. $3-\sqrt{5}$

B. $\sqrt{5}+3$

C. $2\sqrt{5}$

D. $\sqrt{5}-3$

Lời giải:

$$\sqrt{(3-\sqrt{5})^2} = |3-\sqrt{5}| = 3-\sqrt{5}$$

Chọn A.

Câu 10: Kết quả so sánh 3 và $\sqrt{10}$ là:

A. $3 \leq \sqrt{10}$

B. $3 < \sqrt{10}$

C. $3 \geq \sqrt{10}$

D. $3 > \sqrt{10}$

Lời giải:

$$9 < 10 \Rightarrow \sqrt{9} < \sqrt{10} \Leftrightarrow 3 < \sqrt{10}$$

Chọn B.

Câu 11: Rút gọn biểu thức $\frac{1}{\sqrt{2}-1}$ là:

A. $\sqrt{2}+1$

B. $\sqrt{2}-1$

C. $-\sqrt{2}$

D. $\sqrt{2}$

Lời giải:

$$\frac{1}{\sqrt{2}-1} = \frac{\sqrt{2}+1}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)} = \frac{\sqrt{2}+1}{2-1} = \sqrt{2}+1$$

Chọn A.

Câu 12. Tam giác MNP vuông tại M, khẳng định nào sau đây là đúng ?

- A. $MP = NP \cdot \sin N$. B. $MP = NP \cdot \sin P$. C. $MP = NP \cdot \cos N$. D. $MP = MN \cdot \cot N$

Lời giải:

$$MP = NP \cdot \sin N = NP \cdot \cos P$$

Chọn A.

Câu 13: Một cột điện cao 5 m có bóng trên mặt đất dài 4 m. Khi đó phương tia nắng tạo với mặt đất một góc xấp xỉ bằng (làm tròn đến phút)

- A. $38^{\circ}40'$. B. $53^{\circ}8'$. C. $36^{\circ}52'$. D. $51^{\circ}20'$.

Lời giải:

$$\tan \alpha = \frac{5}{4} \Rightarrow \alpha = 51,20^{\circ}$$

Chọn D.

Câu 14: Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH, Sin B bằng

- A. $\frac{AH}{AC}$ B. $\frac{AH}{AB}$ C. $\frac{AB}{BC}$ D. $\frac{AH}{BC}$

Lời giải:

$$\sin B = \frac{AC}{BC} = \frac{AH}{AB}$$

Chọn B.

Câu 15. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 6\text{cm}$; $AC = 8\text{cm}$. Khi đó AH bằng

- A. 7 cm B. 3,5 cm C. 4,8 cm D. 5,2 cm

Lời giải:

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} = \frac{1}{6^2} + \frac{1}{8^2} \Rightarrow AH = 4,8$$

Chọn C.

Phần II: Tự luận

Câu 1:

a) Thực hiện phép tính và thu gọn các biểu thức sau:

$$A = (3\sqrt{18} + \sqrt{6} - 2\sqrt{32})\sqrt{2} - 2\sqrt{3}$$

$$B = \left(\frac{4}{1-\sqrt{5}} + \frac{1}{2+\sqrt{5}} - \frac{4}{3-\sqrt{5}} \right) \cdot (\sqrt{5} - 6)$$

b) Giải phương trình $\sqrt{9x-45} - 14\sqrt{\frac{x-5}{49}} + \frac{1}{4}\sqrt{4x-20} = 3$

Phương pháp:

- a) Công thức khai phương căn bậc hai, trục căn thức.
b) Tìm điều kiện xác định, đưa các hệ số ra ngoài căn và rút gọn

Lời giải:

$$\begin{aligned}
 \text{a) } A &= (3\sqrt{18} + \sqrt{6} - 2\sqrt{32})\sqrt{2} - 2\sqrt{3} \\
 &= (3\sqrt{9 \cdot 2} + \sqrt{6} - 2\sqrt{16 \cdot 2})\sqrt{2} - 2\sqrt{3} \\
 &= (9\sqrt{2} + \sqrt{6} - 8\sqrt{2})\sqrt{2} - 2\sqrt{3} \\
 &= (\sqrt{2} + \sqrt{6})\sqrt{2} - 2\sqrt{3} \\
 &= 2 + \sqrt{12} - 2\sqrt{3} \\
 &= 2 + 2\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = 2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 B &= \left(\frac{4}{1-\sqrt{5}} + \frac{1}{2+\sqrt{5}} - \frac{4}{3-\sqrt{5}} \right) \cdot (\sqrt{5}-6) \\
 &= \left(\frac{4(1+\sqrt{5})}{(1-\sqrt{5})(1+\sqrt{5})} + \frac{(2-\sqrt{5})}{(2+\sqrt{5})(2-\sqrt{5})} - \frac{4(3+\sqrt{5})}{(3-\sqrt{5})(3+\sqrt{5})} \right) \cdot (\sqrt{5}-6) \\
 &= \left(\frac{4(1+\sqrt{5})}{-4} + \frac{(2-\sqrt{5})}{-1} - \frac{4(3+\sqrt{5})}{4} \right) \cdot (\sqrt{5}-6) \\
 &= (-1-\sqrt{5}-2+\sqrt{5}-3-\sqrt{5})(\sqrt{5}-6) \\
 &= (-6-\sqrt{5})(\sqrt{5}-6) \\
 &= (6+\sqrt{5})(6-\sqrt{5}) \\
 &= 36-5=31
 \end{aligned}$$

b) Giải phương trình $\sqrt{9x-45} - 14\sqrt{\frac{x-5}{49}} + \frac{1}{4}\sqrt{4x-20} = 3$

ĐKXD: $x \geq 5$

$$\begin{aligned}
 \text{pt} &\Leftrightarrow \sqrt{9x-45} - 14\sqrt{\frac{x-5}{49}} + \frac{1}{4}\sqrt{4x-20} = 3 \\
 &\Leftrightarrow \sqrt{9(x-5)} - 14 \cdot \frac{1}{7}\sqrt{x-5} + \frac{1}{4} \cdot \sqrt{4(x-5)} = 3 \\
 &\Leftrightarrow 3\sqrt{x-5} - 2\sqrt{x-5} + \frac{1}{2}\sqrt{x-5} = 3 \\
 &\Leftrightarrow \frac{3}{2}\sqrt{x-5} = 3 \\
 &\Leftrightarrow \sqrt{x-5} = 2 \\
 &\Leftrightarrow x-5 = 4 \\
 &\Leftrightarrow x = 9 (tm) \\
 &\Rightarrow S = \{9\}
 \end{aligned}$$

Câu 2: Với $x \geq 0, x \neq 9$. Cho hai biểu thức $A = \frac{2\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3}$ và $B = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{3x+3}{x-9}$.

- Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 49$.
- Rút gọn biểu thức B.
- Tìm x để $\frac{B}{A-1} < \frac{-1}{3}$.

Lời giải:

Với $x \geq 0, x \neq 9$.

Cho hai biểu thức $A = \frac{2\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} - 3}$ và $B = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 3} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 3} - \frac{3x+3}{x-9}$.

1. Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 49$.

Thay $x = 49$ vào biểu thức A ta có $A = \frac{2\sqrt{49} - 2}{\sqrt{49} - 3} = \frac{2 \cdot 7 - 2}{7 - 3} = \frac{12}{4} = 3$.

2. Rút gọn biểu thức B.

$$B = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 3} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 3} - \frac{3x+3}{x-9}$$

$$B = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 3} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 3} - \frac{3x+3}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}$$

$$B = \frac{2\sqrt{x}(\sqrt{x}-3) + \sqrt{x}(\sqrt{x}+3) - (3x+3)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}$$

$$B = \frac{2x - 6\sqrt{x} + x + 3\sqrt{x} - 3x - 3}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}$$

$$B = \frac{-3\sqrt{x} - 3}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} = \frac{-3(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}$$

3. Tìm x để $\frac{B}{A-1} < \frac{-1}{3}$.

$$\frac{B}{A-1} = \frac{-3(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} : \left(\frac{2\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3} - 1 \right)$$

$$\frac{B}{A-1} = \frac{-3(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} : \frac{2\sqrt{x}-2-\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-3}$$

$$\frac{B}{A-1} = \frac{-3(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} : \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}$$

$$\frac{B}{A-1} = \frac{-3(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} \cdot \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+1}$$

$$\frac{B}{A-1} = \frac{-3}{\sqrt{x}+3}$$

$$\frac{B}{A-1} < \frac{-1}{3} \Leftrightarrow \frac{-3}{\sqrt{x}+3} + \frac{1}{3} < 0$$

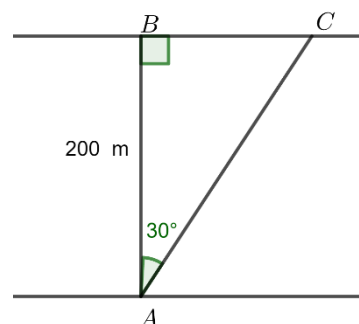
$$\Leftrightarrow \frac{-9 + \sqrt{x} + 3}{3(\sqrt{x} + 3)} < 0 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x} - 6}{3(\sqrt{x} + 3)} < 0$$

Ta có $x \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x} \geq 0 \Rightarrow 3(\sqrt{x} + 3) > 0$

Để $\frac{\sqrt{x} - 6}{3(\sqrt{x} + 3)} < 0$ thì $\sqrt{x} - 6 < 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} < 6 \Leftrightarrow x < 36$.

Kết hợp điều kiện: $\begin{cases} 0 \leq x < 36 \\ x \neq 9 \end{cases}$.

Câu 3: Một khúc sông rộng 200m. Một chiếc xuồng máy dự định chèo vuông góc với bờ sông để sang bờ bên kia (từ A đến B) nhưng bị dòng nước đẩy xiên đi một góc 30 độ (đến C). Hỏi chiếc xuồng máy đã phải đi một quãng đường dài hơn so với dự định là bao nhiêu mét (làm tròn đến hàng đơn vị).



Phương pháp:

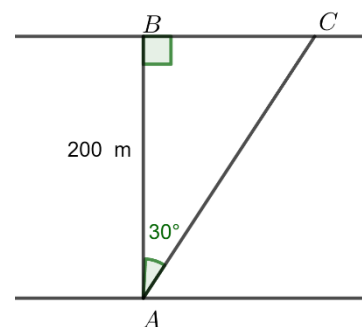
Dựa vào công thức lượng giác $\cos \alpha = \frac{ck}{ch}$ (ck là cạnh góc vuông kề góc α , ch là cạnh huyền của tam giác vuông) để tính AC.

Lời giải:

Xét tam giác vuông ABC có:

$$\cos A = \frac{AB}{AC} \Leftrightarrow \cos 30^\circ = \frac{200}{AC} \Leftrightarrow AC = 200 : \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{400}{\sqrt{3}} \approx 231$$

Vậy chiếc xuồng máy phải đi một quãng đường dài hơn so với dự định là $231 - 200 = 31$ (m).



Câu 4: Cho hình vuông ABCD và điểm E nằm trên cạnh BC biết $AB = 4cm$, $BE = \frac{3}{4}BC$. Tia Ax vuông góc với AE tại A cắt tia CD tại F.

a) Tính diện tích tam giác AEF.

b) Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng EF, tia AI cắt cạnh CD tại K. Chứng minh $AE^2 = KF.CF$.

Phương pháp:

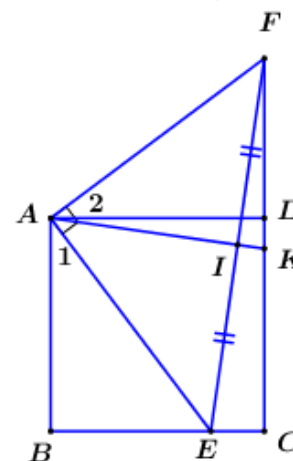
a) $\triangle AEF$ vuông tại A $\Rightarrow AF = AE$, tính AE bằng cách sử dụng định lý Pytago trong tam giác vuông ABE

b) $\triangle FIK \sim \triangle FCE$ (g.g) suy ra các tỉ lệ thức tương ứng, kết hợp với $AF = AE$

Lời giải:

a) Ta có: $\begin{cases} A_1 + EAD = BAD = 90^\circ \\ EAD + A_2 = EAF = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow A_1 = A_2$

Xét $\triangle ABE$ và $\triangle ADF$ có:



$$ABE = ADF = 90^\circ$$

$$A_1 = A_2 \text{ (cmt)}$$

$$AB = AD \text{ (gt)}$$

$$\Rightarrow \triangle ABE = \triangle ADF \text{ (cạnh góc vuông – góc nhọn kề)}$$

$$\Rightarrow AE = AF \text{ (2 cạnh tương ứng)}.$$

$$\text{Theo Giải Câu ra ta có } BE = \frac{3}{4}BC = \frac{3}{4}.4 = 3 \text{ (cm)}.$$

Áp dụng định lí Pytago trong tam giác vuông ABE ta có

$$AE^2 = AB^2 + BE^2$$

$$\Rightarrow AE^2 = 4^2 + 3^2 = 25$$

$$\Rightarrow AE = \sqrt{25} = 5 \text{ (cm)} = AF$$

$$\text{Vậy } S_{\triangle AEF} = \frac{1}{2}AE.AF = \frac{1}{2}.5.5 = \frac{25}{2} \text{ (cm}^2\text{)}.$$

b) Ta có $AE = AF \text{ (cmt)} \Rightarrow \triangle AEF$ cân tại A .

Lại có AI là đường trung tuyến nên đồng thời là đường cao $\Rightarrow AI \perp EF$.

Xét $\triangle FIK$ và $\triangle FCE$ có:

$$FIK = FCE = 90^\circ$$

EFC chung

$$\Rightarrow \triangle FIK \sim \triangle FCE \text{ (g.g)}$$

$$\Rightarrow \frac{KF}{EF} = \frac{IF}{CF} \text{ (2 cạnh tương ứng)} \Rightarrow KF.CF = EF.IF \text{ (1)}.$$

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông AEF, đường cao AI ta có: $AF^2 = EF.IF = AE^2 \text{ (2)}$

Từ (1) và (2) ta có $AE^2 = KF.CF \text{ (đpcm)}$.

Câu 5: (0,5 điểm) Cho x là số thực dương. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức sau: $M = x^2 + \frac{9}{x} - 5x + 2011$.

Phương pháp:

Biến đổi dùng hằng đẳng thức và bất đẳng thức Cosi

Lời giải:

$$M = x^2 + \frac{9}{x} - 5x + 2011. \text{ (} x > 0 \text{)}$$

$$M = (x^2 - 6x + 9) + \left(x + \frac{9}{x}\right) + 2002$$

$$M = (x - 3)^2 + \left(x + \frac{9}{x}\right) + 2002$$

$$M \geq 0 + 2\sqrt{x \cdot \frac{9}{x}} + 2002 = 2.3 + 2002$$

$$M \geq 2008$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} x-3=0 \\ x=\frac{9}{x} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=\pm 3 \end{cases} \Leftrightarrow x=3 \text{ (tmdk)}$

Vậy GTNN của M là 2008 khi và chỉ khi $x=3$