

ĐỀ THI GIỮA HỌC KÌ I – Đề số 15

Môn: Toán - Lớp 9

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM



HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

**Câu 1:** Rút gọn các biểu thức sau:

$$a) A = \sqrt{(3-\sqrt{5})^2} + \frac{3}{4}\sqrt{80} - 6$$

$$b) B = \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{6}} + \frac{4}{\sqrt{5}-1} - \frac{3+\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}$$

$$c) C = \sin^2 33^\circ - \frac{\tan 29^\circ}{\cot 61^\circ} - \frac{1}{2} \cdot \cos^2 60^\circ + \sin^2 57^\circ$$

**Phương pháp:**

Công thức khai phương căn bậc hai, trục căn thức.

**Cách giải:**

$$a) A = \sqrt{(3-\sqrt{5})^2} + \frac{3}{4}\sqrt{80} - 6 = |3-\sqrt{5}| + \frac{3}{4}\sqrt{16 \cdot 5} - 6 = 3-\sqrt{5} + 3\sqrt{5} - 6 = 2\sqrt{5} - 3$$

$$b) B = \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{6}} + \frac{4}{\sqrt{5}-1} - \frac{3+\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{18}{6}} + \frac{4(\sqrt{5}+1)}{(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+1)} - \frac{\sqrt{3}(\sqrt{3}+1)}{\sqrt{3}+1} = \sqrt{3} + \sqrt{5} + 1 - \sqrt{3} = \sqrt{5} + 1$$

$$c) C = \sin^2 33^\circ - \frac{\tan 29^\circ}{\cot 61^\circ} - \frac{1}{2} \cdot \cos^2 60^\circ + \sin^2 57^\circ$$

$$= \sin^2 33^\circ - \frac{\tan 29^\circ}{\tan 29^\circ} - \frac{1}{2} \cdot \cos^2 60^\circ + \cos^2 31^\circ$$

$$= \sin^2 33^\circ + \cos^2 31^\circ - 1 - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 1 - 1 - \frac{1}{8} = -\frac{1}{8}$$

**Câu 2:** Giải các phương trình sau:

$$a) 9\sqrt{x+2} - \frac{1}{3}\sqrt{9x+18} = 24$$

$$b) \sqrt{x^2 - 6x + 9} - 2\sqrt{x-3} = 0$$

**Phương pháp:**

a) Tìm điều kiện xác định, đưa các hệ số ra ngoài căn và rút gọn

b) Tìm điều kiện xác định. Chuyển vế và bình phương 2 vế.

**Cách giải:**

$$a) 9\sqrt{x+2} - \frac{1}{3}\sqrt{9x+18} = 24$$

$$\text{ĐK: } x \geq -2.$$

$$\Leftrightarrow 9\sqrt{x+2} - \sqrt{x+2} = 24$$

$$\Leftrightarrow 8\sqrt{x+2} = 24$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x+2} = 3$$

$$\Leftrightarrow x+2 = 9$$

$$\Leftrightarrow x = 7 \text{ (TMĐK)}.$$

Vậy phương trình có nghiệm  $x = 7$ .

b)  $\sqrt{x^2 - 6x + 9} - 2\sqrt{x-3} = 0$

ĐK:  $x \geq 3$ .

$$\Leftrightarrow \sqrt{x^2 - 6x + 9} = 2\sqrt{x-3}$$

$$\Leftrightarrow (x-3)^2 = 4(x-3)$$

$$\Leftrightarrow (x-3)(x-7) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-3=0 \\ x-7=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3(tm) \\ x=7(tm) \end{cases}$$

Phương trình có tập nghiệm là  $S = \{3; 7\}$ .

**Câu 3:** Cho biểu thức  $P = \left( \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{x-\sqrt{x}} \right) : \left( \frac{1}{\sqrt{x}+1} + \frac{2}{x-1} \right)$ .

a) Rút gọn  $P$

b) Tính giá trị của  $P$  biết  $x = 7 - 4\sqrt{3}$

c) Tìm  $x$  biết  $P = \frac{3}{2}$

**Cách giải:**

**Cho biểu thức**  $P = \left( \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{x-\sqrt{x}} \right) : \left( \frac{1}{\sqrt{x}+1} + \frac{2}{x-1} \right)$ .

**a) Rút gọn  $P$**

ĐKXĐ:  $x > 0, x \neq 1$ .

$$P = \left( \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{x-\sqrt{x}} \right) : \left( \frac{1}{\sqrt{x}+1} + \frac{2}{x-1} \right)$$

$$P = \left( \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} \right) : \left( \frac{1}{\sqrt{x}+1} + \frac{2}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} \right)$$

$$P = \frac{x-1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} : \frac{\sqrt{x}-1+2}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}$$

$$P = \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} : \frac{\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}$$

$$P = \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} \cdot \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}+1}$$

$$P = \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}}$$

$$P = \frac{x-1}{\sqrt{x}}$$

b) Tính giá trị của P biết  $x = 7 - 4\sqrt{3}$

$$x = 7 - 4\sqrt{3} = 2^2 - 2 \cdot 2\sqrt{3} + (\sqrt{3})^2 = (2 - \sqrt{3})^2 \text{ (tmdk)}$$

Thay vào P:

$$P = \frac{(7 - 4\sqrt{3}) - 1}{\sqrt{(2 - \sqrt{3})^2}} = \frac{6 - 4\sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}} = \frac{(6 - 4\sqrt{3}) \cdot (2 + \sqrt{3})}{(2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3})}$$

$$P = \frac{12 + 6\sqrt{3} - 8\sqrt{3} - 12}{4 - 3} = \frac{-2\sqrt{3}}{1} = -2\sqrt{3}$$

c) Tìm x biết  $P = \frac{3}{2}$

$$P = \frac{3}{2} \Leftrightarrow \frac{x-1}{\sqrt{x}} = \frac{3}{2} \Leftrightarrow 2(x-1) = 3\sqrt{x} \Leftrightarrow 2x - 3\sqrt{x} - 2 = 0$$

Đặt  $\sqrt{x} = t (t > 0, t \neq 1)$ .

$$\text{Phương trình } \Leftrightarrow 2t^2 - 3t - 2 = 0 \Leftrightarrow (2t+1)(t-2) \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \text{ (tm)} \\ t = -\frac{1}{2} \text{ (ktm)} \end{cases}$$

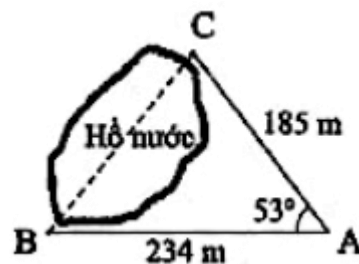
$$t = 2 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 2 \Leftrightarrow x = 4 \text{ (tmdk)}.$$

**Câu 4:**

1) Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Biết AB = 6cm và diện tích tam giác ABC bằng  $24\text{cm}^2$ . Tính độ dài các đoạn thẳng AC, BC, AH.

2) Tính khoảng cách giữa hai điểm B và C, biết rằng từ vị trí A ta đo được

$AB = 234\text{m}$ ,  $AC = 185\text{m}$  và  $\angle BAC = 53^\circ$  (kết quả tính bằng mét và làm tròn đến hàng đơn vị).



3) Cho tam giác ABC vuông tại A ( $AB < AC$ ) với đường cao AH. Gọi D và E lần lượt là hình chiếu của H trên AB và AC. Chứng minh:

a)  $AB \cdot AD = AC \cdot AE$

b)  $\frac{AB^2}{AC^2} = \frac{BH}{CH}$

1) Tam giác ABC vuông tại A, khi đó ta có:  $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = 24 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot AC = 24 \Rightarrow AC = 8\text{cm}$

Tam giác ABC vuông tại A, áp dụng định lý Py – ta – go, ta có:

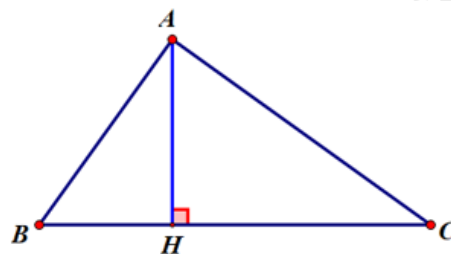
$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$\Leftrightarrow BC^2 = 6^2 + 8^2$$

$$\Leftrightarrow BC^2 = 100$$

$$\Rightarrow BC = 10\text{cm}$$

Tam giác ABC có đường cao AH, khi đó ta có:  $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AH \cdot BC = 24 \Leftrightarrow \frac{1}{2} AH \cdot 10 = 24 \Leftrightarrow AH = 4,8\text{cm}$



2) Từ C, dựng đường vuông góc với AB, cắt AB tại D. Khi đó ta có: CD là đường cao của  $\Delta ABC$ .

Áp dụng tỉ số lượng giác của góc nhọn trong  $\Delta ACD$  vuông tại D ta có:

$$\sin \angle A = \frac{CD}{CA} \Rightarrow CD = CA \cdot \sin A$$

$$\Rightarrow CD = 185 \cdot \sin 53^\circ$$

$$\cos A = \frac{AD}{AC} \Rightarrow AD = CA \cdot \cos A$$

$$\Rightarrow AD = 185 \cdot \cos 53^\circ$$

$$\Rightarrow BD = AB - AD = 234 - 185 \cdot \cos 53^\circ$$

Áp dụng định lý Pitago cho  $\triangle BCD$  để tính BC.

$$BC^2 = BD^2 + CD^2 = (234 - 185 \cdot \cos 53^\circ)^2 + (185 \cdot \sin 53^\circ)^2$$

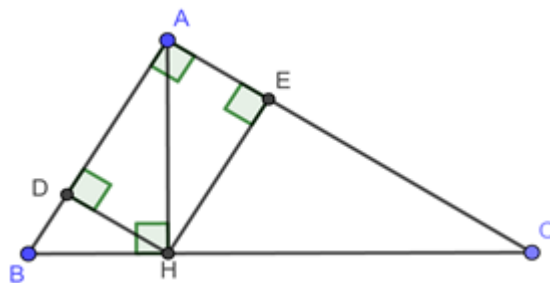
$$\Leftrightarrow BC^2 = 234^2 - 2 \cdot 234 \cdot 185 \cos 53^\circ + (185 \cdot \cos 53^\circ)^2 + (185 \cdot \sin 53^\circ)^2$$

$$\Leftrightarrow BC^2 = 234^2 - 2 \cdot 234 \cdot 185 \cos 53^\circ + 185^2$$

$$\Leftrightarrow BC^2 \approx 36875,86$$

$$\Rightarrow BC \approx 192m$$

3)



a)  $AB \cdot AD = AC \cdot AE$

Áp dụng hệ thức lượng trong  $\triangle ABH$  vuông tại  $H$  có đường cao  $DH$  ta có:  $AB \cdot AD = AH^2$  (1)

Áp dụng hệ thức lượng trong  $\triangle ACH$  vuông tại  $H$  có đường cao  $HE$  ta có:  $AE \cdot AC = AH^2$  (2)

Từ (1), (2)  $\Rightarrow AB \cdot AD = AC \cdot AE (= AH^2)$ .

b)  $\frac{AB^2}{AC^2} = \frac{BH}{CH}$

Áp dụng hệ thức lượng trong  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$  có đường cao  $AH$  ta có:  $\begin{cases} BH \cdot BC = AB^2 \\ CH \cdot BC = AC^2 \end{cases}$

Ta có:  $\left. \begin{matrix} AB^2 \cdot CH = BH \cdot BC \cdot CH \\ AC^2 \cdot BH = CH \cdot BC \cdot BH \end{matrix} \right\} \Rightarrow AB^2 \cdot CH = AC^2 \cdot BH \Rightarrow \frac{AB^2}{AC^2} = \frac{BH}{CH} \text{ (dpcm)}$

**Câu 5:** Cho các số thực  $x, y > 0$  thỏa mãn  $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 2$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = x + y - 2022\sqrt{xy}$$

**Cách giải:**

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho hai số dương  $\sqrt{x}, \sqrt{y}$  ta có

$$2 = \sqrt{x} + \sqrt{y} \geq 2\sqrt{\sqrt{x} \cdot \sqrt{y}} = 2\sqrt{\sqrt{xy}}$$

$$\Rightarrow \sqrt{\sqrt{xy}} \leq 1 \Rightarrow -2022\sqrt{\sqrt{xy}} \geq -2022 \text{ (1)}$$

Áp dụng bất đẳng thức cô-si cho 2 số dương  $x, y$  ta có

$$x + y \geq 2\sqrt{xy}$$

$$\Rightarrow 2x + 2y \geq x + y + 2\sqrt{xy} = (\sqrt{x} + \sqrt{y})^2 = 2^2 = 4$$

$$\Rightarrow x + y \geq 2 \text{ (2)}$$

Cộng từng vế của (1) và (2) ta được  $P = x + y - 2022\sqrt{xy} \geq 2 - 2022 = -2020$ .

Dấu bằng xảy ra khi  $x = y = 1$ .

Vậy  $P_{\min} = -2020$  khi  $x = y = 1$ .