**ĐỀ THI GIỮA HỌC KÌ I – Đề số 15**

**Môn: Toán - Lớp 9**

**BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM**

***Mục tiêu***

*- Ôn tập kiến thức về căn bậc hai, hệ thức lượng trong tam giác của chương trình sách giáo khoa Toán 9.*

*- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm và tự luận Toán học.*

*- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dàn trải các kiến thức chương trình Toán 9.*

**Câu 1:** Rút gọn các biểu thức sau:

a) $A=\sqrt{(3-\sqrt{5})^2}+\frac{3}{4}\sqrt{80}-6$

b) $B=\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{6}}+\frac{4}{\sqrt{5}-1}-\frac{3+\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}$

c) $C=\sin^2 33^0-\frac{\tan 29^0}{\cot 61^0}-\frac{1}{2}\cdot\cos^2 60^0+\sin^2 57^0$

**Câu 2:** Giải các phương trình sau:

a) $9\sqrt{x+2}-\frac{1}{3}\sqrt{9x+18}=24$

b) $\sqrt{x^2-6x+9}-2\sqrt{x-3}=0$

**Câu 3:** Cho biểu thức $P=\left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}-\frac{1}{x-\sqrt{x}}\right):\left(\frac{1}{\sqrt{x}+1}+\frac{2}{x-1}\right)$.

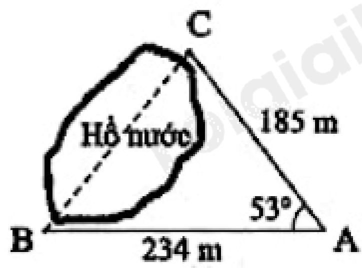
a) Rút gọn $P$

b) Tính giá trị của $P$ biết $x=7-4\sqrt{3}$

c) Tìm $x$ biết $P=\frac{3}{2}$

**Câu 4:**

1) Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Biết AB = 6cm và diện tích tam giác ABC bằng $24cm^2$. Tính độ dài các đoạn thẳng AC,BC,AH.




2) Tính khoảng cách giữa hai điểm B và C, biết rằng từ vị trí A ta đo được $AB=234m,\ AC=185m$ và $BAC=53^0$ (kết quả tính bằng mét và làm tròn đến hàng đơn vị).

3) Cho tam giác ABC vuông tại $A\left(AB<AC\right)$ với đường cao AH. Goi D và E lần lượt là hình chiếu của H trên AB và AC. Chứng minh:

a) $AB.AD=AC.AE$

b) $\frac{AB^2}{AC^2}=\frac{BH}{CH}$

**Câu 5:** Cho các số thực $x,y>0$ thỏa mãn $\sqrt{x}+\sqrt{y}=2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P=x+y-2022\sqrt{xy}$$

**-------- Hết --------**

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT
THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

**Câu 1:** Rút gọn các biểu thức sau:

a) $A=\sqrt{(3-\sqrt{5})^2}+\frac{3}{4}\sqrt{80}-6$

b) $B=\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{6}}+\frac{4}{\sqrt{5}-1}-\frac{3+\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}$

c) $C=\sin^2 33^0-\frac{\tan 29^0}{\cot 61^0}-\frac{1}{2}\cdot\cos^2 60^0+\sin^2 57^0$

**Phương pháp:**

Công thức khai phương căn bậc hai, trục căn thức.

**Cách giải:**

a) $A=\sqrt{(3-\sqrt{5})^2}+\frac{3}{4}\sqrt{80}-6=\left|3-\sqrt{5}\right|+\frac{3}{4}\sqrt{16.5}-6=3-\sqrt{5}+3\sqrt{5}-6=2\sqrt{5}-3$

b) $B=\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{6}}+\frac{4}{\sqrt{5}-1}-\frac{3+\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}=\sqrt{\frac{18}{6}}+\frac{4\left(\sqrt{5}+1\right)}{\left(\sqrt{5}-1\right)\left(\sqrt{5}+1\right)}-\frac{\sqrt{3}\left(\sqrt{3}+1\right)}{\sqrt{3}+1}=\sqrt{3}+\sqrt{5}+1-\sqrt{3}=\sqrt{5}+1$

c) $C=\sin^2 33^0-\frac{\tan 29^0}{\cot 61^0}-\frac{1}{2}\cdot\cos^2 60^0+\sin^2 57^0$

$=\sin^2 33^0-\frac{\tan 29^0}{\tan 29^0}-\frac{1}{2}\cdot\cos^2 60^0+\cos^2 31^0$

$=\sin^2 33^0+\cos^2 31^0-1-\frac{1}{2}.\left(\frac{1}{2}\right)^2=1-1-\frac{1}{8}=-\frac{1}{8}$

**Câu 2:** Giải các phương trình sau:

a) $9\sqrt{x+2}-\frac{1}{3}\sqrt{9x+18}=24$

b) $\sqrt{x^2-6x+9}-2\sqrt{x-3}=0$

**Phương pháp:**

a) Tìm điều kiện xác định, đưa các hệ số ra ngoài căn và rút gọn

b) Tìm điều kiện xác định. Chuyển vế và bình phương 2 vế.

**Cách giải:**

a) $9\sqrt{x+2}-\frac{1}{3}\sqrt{9x+18}=24$

ĐK: $x\ge -2$.

$\Leftrightarrow 9\sqrt{x+2}-\sqrt{x+2}=24$

$\Leftrightarrow 8\sqrt{x+2}=24$

$\Leftrightarrow \sqrt{x+2}=3$

$\Leftrightarrow x+2=9$

$\Leftrightarrow x=7$ (TMĐK).

Vậy phương trình có nghiệm $x=7$.

b) $\sqrt{x^2-6x+9}-2\sqrt{x-3}=0$

ĐK: $x \ge 3$.

$\Leftrightarrow \sqrt{x^2-6x+9}=2\sqrt{x-3}$

$\Leftrightarrow (x-3)^2=4(x-3)$

$\Leftrightarrow (x-3)(x-7)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-3=0 \\ x-7=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3(tm) \\ x=7(tm) \end{array}\right.$

Phương trình có tập nghiệm là $S=\{3;7\}$.

**Câu 3:** Cho biểu thức $P=\left(\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}-\dfrac{1}{x-\sqrt{x}}\right):\left(\dfrac{1}{\sqrt{x}+1}+\dfrac{2}{x-1}\right)$.

a) Rút gọn $P$

b) Tính giá trị của $P$ biết $x=7-4\sqrt{3}$

c) Tìm $x$ biết $P=\dfrac{3}{2}$

**Cách giải:**

***Cho biểu thức*** $P=\left(\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}-\dfrac{1}{x-\sqrt{x}}\right):\left(\dfrac{1}{\sqrt{x}+1}+\dfrac{2}{x-1}\right)$.

***a) Rút gọn*** $P$

ĐKXĐ: $x>0, x\ne 1$.

$$P=\left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}-\frac{1}{x-\sqrt{x}}\right):\left(\frac{1}{\sqrt{x}+1}+\frac{2}{x-1}\right)$$

$$P=\left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}-\frac{1}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)}\right):\left(\frac{1}{\sqrt{x}+1}+\frac{2}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}\right)$$

$$P=\frac{x-1}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)}:\frac{\sqrt{x}-1+2}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}$$

$$P=\frac{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)}:\frac{\sqrt{x}+1}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}$$

$$P=\frac{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)}.\frac{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}{\sqrt{x}+1}$$

$$P=\frac{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}{\sqrt{x}}$$

$$P=\frac{x-1}{\sqrt{x}}$$

***b) Tính giá trị của*** $P$ ***biết*** $x=7-4\sqrt{3}$

$$x=7-4\sqrt{3}=2^2-2.2\sqrt{3}+\left(\sqrt{3}\right)^2=\left(2-\sqrt{3}\right)^2\ (tmdk)$$

Thay vào $P$:

$$P=\frac{\left(7-4\sqrt{3}\right)-1}{\sqrt{\left(2-\sqrt{3}\right)^2}}=\frac{6-4\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}=\frac{\left(6-4\sqrt{3}\right).\left(2+\sqrt{3}\right)}{\left(2-\sqrt{3}\right)\left(2+\sqrt{3}\right)}$$

$$P=\frac{12+6\sqrt{3}\ -8\sqrt{3}\ -12}{4-3}=\frac{-2\sqrt{3}}{1}=\ -2\sqrt{3}$$

***c) Tìm*** $x$ ***biết*** $P=\frac{3}{2}$

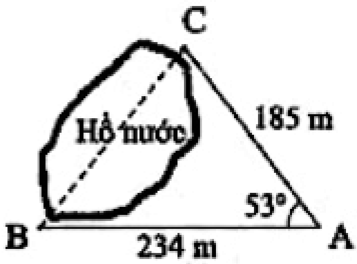
$$P=\frac{3}{2}\Leftrightarrow\frac{x-1}{\sqrt{x}}=\frac{3}{2}\Leftrightarrow 2\left(x-1\right)=3\sqrt{x}\ \Leftrightarrow 2x-3\sqrt{x}\ -2=0$$

Đặt $\sqrt{x}\ =t\left(t>0,t\ne 1\right)$.

Phương trình $\Leftrightarrow 2t^2-3t-2=0\Leftrightarrow\left(2t+1\right)\left(t-2\right)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=2\left(tm\right)\\ t=-\frac{1}{2}\left(ktm\right)\end{array}\right.$

$t=2\Leftrightarrow\sqrt{x}\ =2\Leftrightarrow x=4\left(tmdk\right)$.

**Câu 4:**




1) Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Biết AB = 6cm và diện tích tam giác ABC bằng $24cm^2$. Tính độ dài các đoạn thẳng AC,BC,AH.

2) Tính khoảng cách giữa hai điểm B và C, biết rằng từ vị trị A ta đo được $AB=234m,\ AC=185m$ và $BAC=53^0$ (kết quả tính bằng mét và làm tròn đến hàng đơn vị).

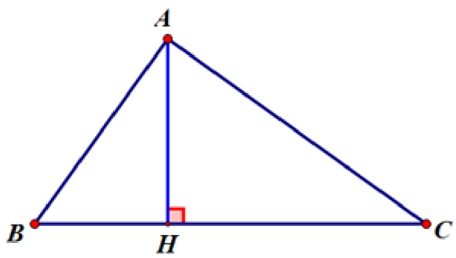
3) Cho tam giác ABC vuông tại $A\left(AB<AC\right)$ với đường cao AH. Goi D và E lần lượt là hình chiếu của H trên AB và AC. Chứng minh:

a) $AB.AD=AC.AE$

b) $\frac{AB^2}{AC^2}=\frac{BH}{CH}$

**1)** Tam giác ABC vuông tại A, khi đó ta có: $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}AB.AC=24\Leftrightarrow\frac{1}{2}.6.AC=24\Rightarrow AC=8cm$

Tam giác ABC vuông tại A, áp dụng dịnh lý Py – ta – go, ta có:




$BC^2=AB^2+AC^2$

$\Leftrightarrow BC^2=6^2+8^2$

$\Leftrightarrow BC^2=100$

$\Rightarrow BC=10cm$

Tam giác ABC có đường cao AH, khi đó ta có: $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}AH.BC=24\Leftrightarrow\frac{1}{2}AH.10=24\Leftrightarrow AH=4,8cm$

**2)** Từ C, dựng đường vuông góc với AB, cắt AB tại D. Khi đó ta có: CD là đường cao của $\Delta ABC$.

Áp dụng tỉ số lượng giác của góc nhọn trong $\Delta ACD$ vuông tại $D$ ta có:

$\sin \angle A = \frac{CD}{CA} \Rightarrow CD = CA.\sin A$

$\Rightarrow CD = 185.\sin 53^0.$

$\cos A = \frac{AD}{AC} \Rightarrow AD = CA.\cos A$

$\Rightarrow AD = 185.\cos 53^0.$

$\Rightarrow BD = AB - AD = 234 - 185.\cos 53^0.$

Áp dụng định lý Pitago cho $\Delta BCD$ để tính BC.

$BC^2 = BD^2 + CD^2 = \left(234 - 185.\cos 53^0\right)^2 + \left(185.\sin 53^0\right)^2$

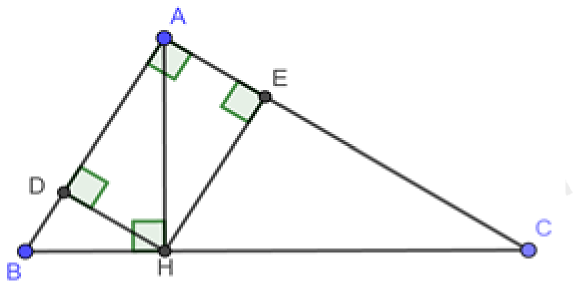
$\Leftrightarrow BC^2 = 234^2 - 2.234.185\cos 53^0 + \left(185.\cos 53^0\right)^2 + \left(185.\sin 53^0\right)^2$

$\Leftrightarrow BC^2 = 234^2 - 2.234.185\cos 53^0 + 185^2$

$\Leftrightarrow BC^2 \approx 36875,86$

$\Rightarrow BC \approx 192m.$

**3)**




***a)*** $AB.AD = AC.AE$

Áp dụng hệ thức lượng trong $\Delta ABH$ vuông tại $H$ có đường cao DH ta có: $AB.AD = AH^2$ $(1)$

Áp dụng hệ thức lượng trong $\Delta ACH$ vuông tại $H$ có đường cao HE ta có: $AE.AC = AH^2$ $(2)$

Từ $(1),(2) \Rightarrow AB.AD = AC.AE\left(= AH^2\right).$

***b)*** $\frac{AB^2}{AC^2} = \frac{BH}{CH}$

Áp dụng hệ thức lượng trong $\Delta ABC$ vuông tại $A$ có đường cao AH ta có: $\begin{cases} BH.BC = AB^2 \\ CH.BC = AC^2 \end{cases}.$

Ta có: $\left.\begin{array}{l} AB^2.CH = BH.BC.CH \\ AC^2.BH = CH.BC.BH \end{array}\right\} \Rightarrow AB^2.CH = AC^2.BH \Rightarrow \frac{AB^2}{AC^2} = \frac{BH}{CH}\,(dpcm)$

**Câu 5:** Cho các số thực $x, y > 0$ thỏa mãn $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = x + y - 2022\sqrt{xy}$$

**Cách giải:**

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho hai số dương $\sqrt{x}, \sqrt{y}$ ta có

$2=\sqrt{x}+\sqrt{y}\geq 2\sqrt{\sqrt{x}.\sqrt{y}}=2\sqrt{\sqrt{xy}}$

$\Rightarrow\sqrt{xy}\leq 1\Rightarrow -2022\sqrt{xy}\geq -2022\ (1)$

Áp dụng bất đẳng thức cô-si cho 2 số dương x, y ta có

$x+y\geq 2\sqrt{xy}$

$\Rightarrow 2x+2y\geq x+y+2\sqrt{xy}=(\sqrt{x}+\sqrt{y})^2=2^2=4$

$\Rightarrow x+y\geq 2\ (2)$

Cộng từng vế của (1) và (2) ta được $P=x+y-2022\sqrt{xy}\geq 2-2022=-2020.$

Dấu bằng xảy ra khi $x=y=1$.

Vậy $P_{\min}=-2020$ khi $x=y=1$.