

ĐỀ THI GIỮA HỌC KÌ I – Đề số 9

Môn: Toán - Lớp 10

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM



Mục tiêu

- Ôn tập các kiến thức về mệnh đề và tập hợp, bất phương trình và hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn, hệ thức lượng trong tam giác của chương trình sách giáo khoa Toán 10.
- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm và tự luận Toán học.
- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dàn trải các bài học – chương trình Toán 10.

Phân trắc nghiệm (7 điểm)

Câu 1: Chọn câu trả lời đúng:

- A. Câu “ $3n$ chia hết cho 9” là một mệnh đề
 B. Câu “ $3n$ chia hết cho 9” là một mệnh đề chứa biến
 C. Cả A, B đều sai
 D. Cả A và B đều đúng

Câu 2: Viết mệnh đề sau bằng kí hiệu \exists hoặc \forall : “Có một số nguyên chia hết cho 3”.

- A. $\exists x \in \mathbb{Z}, x^2 : 3$
 B. $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 : 3$
 C. $\exists x \in \mathbb{R}, x : 3$
 D. $\exists x \in \mathbb{Z}, x : 3$

Câu 3: Ta nói P và Q là hai mệnh đề tương đương khi:

- A. Mệnh đề $P \Rightarrow Q$ và mệnh đề $Q \Rightarrow P$ đều đúng.
 B. Mệnh đề $P \Rightarrow Q$ đúng
 C. Mệnh đề $Q \Rightarrow P$ đúng
 D. Mệnh đề $P \Rightarrow Q$ và mệnh đề $Q \Rightarrow P$ đều sai

Câu 4: Dạng liệt kê tất cả các phần tử của tập hợp $X = \{x \in \mathbb{N} | x \leq 1\}$ là:

- A. $X = \{1\}$
 B. $X = \{0\}$
 C. $X = \{0; 1\}$
 D. Cả A, B, C đều sai.

Câu 5: Tập hợp A gồm các số thực dương nhỏ hơn 10. Viết tập hợp A bằng cách chỉ ra tính chất đặc trưng

- A. $A = \{x \in \mathbb{N} | x < 10\}$
 B. $A = \{x \in \mathbb{N}^* | x < 10\}$
 C. $A = \{x \in \mathbb{Z} | 0 < x < 10\}$
 D. $A = \{x \in \mathbb{R} | 0 < x < 10\}$

Câu 6: Tập hợp A gồm các số nguyên tố nhỏ hơn 10. Cách viết nào sau đây đúng?

A. $A = \{2; 3; 5; 7\}$

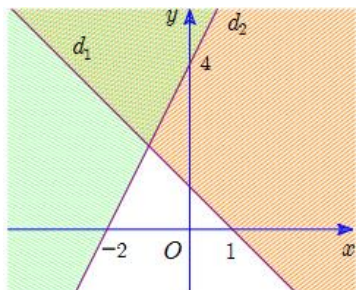
B. $A = \{3; 5; 7; 9\}$

C. $A = (2; 3; 5; 7)$

D. $A = (3; 5; 7; 9)$

Câu 7: Miền nghiệm của một hệ bất phương trình là miền không bị gạch chéo (tính cả bờ) như hình dưới.

Điểm nào sau đây nằm trong miền nghiệm của hệ bất phương trình trên?



A. $(1; 2)$

B. $(-3; 0)$

C. $(4; 3)$

D. $(0; \frac{1}{2})$

Câu 8: Hệ nào dưới đây là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

A. $\begin{cases} (x+1)y \geq 4 \\ x \leq 0 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x + \frac{y}{9} \geq 0 \\ x - 2y \leq 10 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x^2 + y^2 < 3 \\ \frac{x}{3y} < 4 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x \geq 9 \\ \frac{1}{2}y^2 - 4x^2 \leq 3 \end{cases}$

Câu 9: Hệ bất phương trình $\begin{cases} \frac{1}{2}x - y < 1 \\ 2x + y > 0 \end{cases}$ có tập nghiệm là S. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $(1; 1) \in S$

B. $(3; -2) \in S$

C. $(-1; \frac{1}{2}) \in S$

D. $(1; -2) \in S$

Câu 10: Miền nghiệm của bất phương trình $2x - y - 1 \leq 0$ là:

A. Nửa mặt phẳng không kể bờ $d : 2x - y - 1 = 0$ chứa điểm O $(0; 0)$

B. Nửa mặt phẳng bờ $d : 2x - y - 1 = 0$ (tính cả bờ) chứa điểm O $(0; 0)$

C. Nửa mặt phẳng bờ $d : 2x - y - 1 = 0$ (tính cả bờ) không chứa điểm O $(0; 0)$

D. Nửa mặt phẳng không kể bờ $d : 2x - y - 1 = 0$ không chứa điểm O $(0; 0)$

Câu 11: Trong các bất phương trình sau, bất phương trình nào là bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

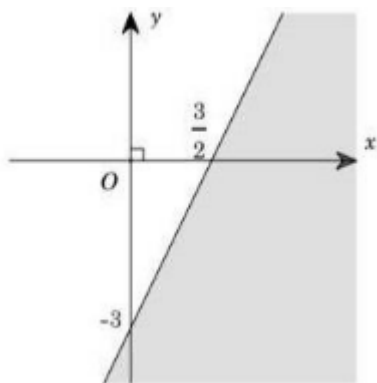
A. $x^2 + y > -3$

B. $y^3 + 2 \leq 0$

C. $(x - y)(x + y) \geq 4$

D. $x - 4y < 5$

Câu 12: Cho bất phương trình có miền nghiệm là phần không bị gạch chéo (tính cả bờ) như hình dưới. Điểm nào sau đây nằm trong miền nghiệm của bất phương trình trên?



A. $(0; 0)$

B. $(0; -4)$

C. $(4; 0)$

D. $(\frac{5}{2}; 0)$

Câu 13: Với $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$ thì:

A. $\cot(180^\circ - \alpha) = \cot \alpha$

B. $\cot(180^\circ - \alpha) = -\cot \alpha$

C. $\cot(180^\circ - \alpha) = 2 \cot \alpha$

D. $\cot(180^\circ - \alpha) = \frac{1}{2} \cot \alpha$

Câu 14: Chọn đáp án đúng.

A. $\tan 135^\circ = \sqrt{2}$

B. $\tan 135^\circ = -1$

C. $\tan 135^\circ = 1$

D. $\tan 135^\circ = -\sqrt{2}$

Câu 15: Cho $\cos \alpha = 0$ và $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$ thì có bao nhiêu góc α thỏa mãn điều kiện trên?

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

Câu 16: Cho tam giác ABC tù tại C. Chọn đáp án đúng.

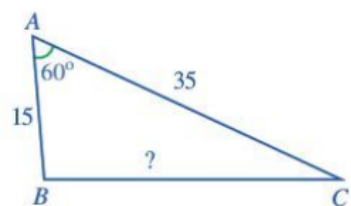
A. $\cos A > 0$

B. $\cos B > 0$

C. $\cos C < 0$

D. Cả A, B, C đều đúng

Câu 17: Cho hình vẽ:



Chọn đáp án đúng.

A. $? = 925$

B. $? = \sqrt{925}$

C. $? = 1975$

D. $? = \sqrt{1975}$

Phương pháp

Câu 18: Cho tam giác ABC có $AB = 3\text{cm}$, $AC = 5\text{cm}$. Chọn đáp án đúng.

A. $\frac{\cos B}{\cos C} = \frac{3}{5}$

B. $\frac{\cos B}{\cos C} = \frac{5}{3}$

C. $\frac{\sin B}{\sin C} = \frac{3}{5}$

D. $\frac{\sin B}{\sin C} = \frac{5}{3}$

Câu 19: Chọn đáp án đúng về công thức tính diện tích tam giác ABC.

A. $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \cos A$

B. $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin A$

C. $S_{ABC} = AB \cdot AC \cdot \cos A$

D. $S_{ABC} = AB \cdot AC \cdot \sin A$

Câu 20: Cho tam giác ABC độ dài ba cạnh là a, b, c, bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là R, p là nửa chu vi tam giác ABC. Chọn đáp án đúng.

A. $pr = \frac{abc}{2R}$

B. $pr = \frac{abc}{R}$

C. $pr = \frac{abc}{3R}$

D. $pr = \frac{abc}{4R}$

Câu 21: Câu nào sau đây là mệnh đề sai?

A. π là số hữu tỉB. Phương trình $x - \frac{1}{2} = 0$ có nghiệm là số hữu tỉC. -1 là số nguyên âm

D. Hình thoi là hình có bốn cạnh bằng nhau

Câu 22: Cho định lí: “Nếu hai tam giác bằng nhau thì diện tích của chúng bằng nhau”. Chọn câu trả lời đúng

A. Giả thiết của định lí trên là: Hai tam giác bằng nhau

B. Kết luận của định lí trên là: Diện tích của chúng bằng nhau

C. Mệnh đề đảo của định lí trên là sai.

D. A, B, C đều đúng.

Câu 23: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào có mệnh đề đảo sai?

A. Tam giác có hai góc bằng nhau là tam giác cân

B. Nếu $AB^2 + AC^2 = BC^2$ thì tam giác ABC vuông tại A.C. Nếu hai số x, y thỏa mãn $x - y > 0$ thì có ít nhất một trong hai số x, y dương

D. Nếu một số nguyên chia hết cho 21 thì nó chia hết cho cả 7 và 3

Câu 24: Cho tập hợp $A = (-\infty; 4]$ và $B = [1; 6]$. Khi đó, tập hợp $A \cup B$ là:

A. $(-\infty; 4]$

B. $(-\infty; 6]$

C. $[1;6]$

D. $[1;4]$

Câu 25: Kí hiệu nào sau đây dùng để viết đúng mệnh đề “ $\sqrt{3}$ là một số thực”?

A. $\sqrt{3} \in \mathbb{R}$

B. $\sqrt{3} \in \mathbb{N}$

C. $\sqrt{3} \in \mathbb{Z}$

D. $\sqrt{3} \in \mathbb{N}^*$

Câu 26: Cho hai tập hợp A và B khác rỗng thỏa mãn $A \subset B$. Mệnh đề nào **sai** trong các mệnh đề sau?

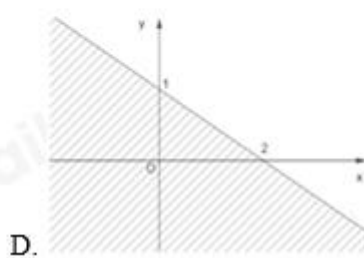
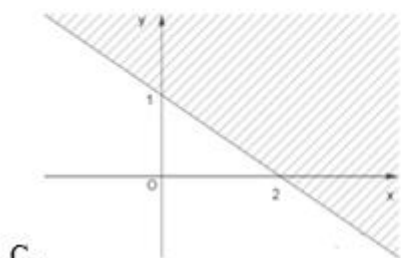
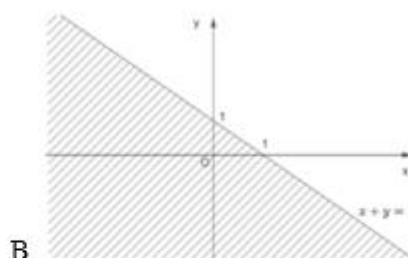
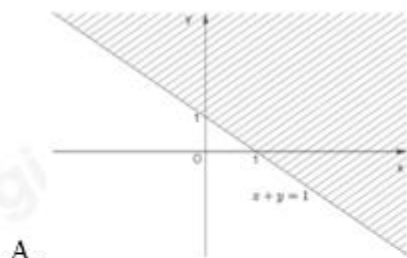
A. $A \setminus B = \emptyset$

B. $A \cap B = A$

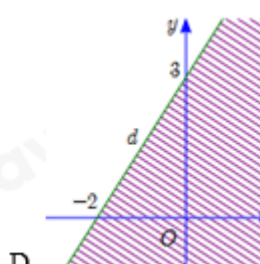
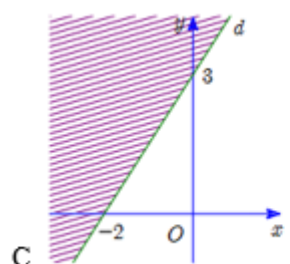
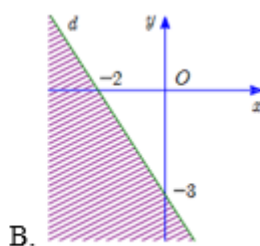
C. $A \cup B = B$

D. $B \setminus A = B$

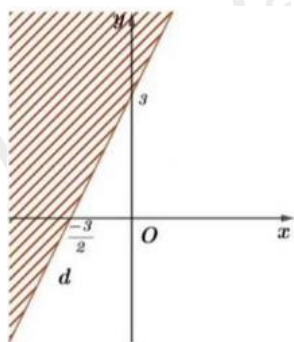
Câu 27: Miền nghiệm của bất phương trình $x + 2y - 2 \leq 0$ là miền không bị gạch chéo (tính cả bờ) trong hình vẽ nào sau đây?



Câu 28: Miền nghiệm của bất phương trình $3x + 2y > 6$ được biểu diễn bởi phần không gạch chéo trong hình nào dưới đây?



Câu 29: Nửa mặt phẳng bờ d (tính cả bờ) phần không bị gạch là miền nghiệm của bất phương trình nào?



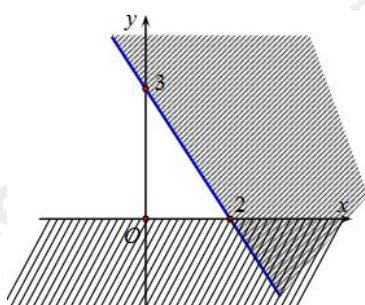
A. $2x - y \geq -3$

B. $2x - y \leq -3$

C. $2x - y < -3$

D. $2x - y > -3$

Câu 30: Phần không bị gạch chéo (không tính bờ) trong hình dưới đây là miền nghiệm của hệ bất phương trình nào?



A. $\begin{cases} x > 0 \\ 3x + 2y + 6 > 0 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x > 0 \\ 3x + 2y - 6 < 0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} y > 0 \\ 3x + 2y - 6 < 0 \end{cases}$

D. $\begin{cases} y > 0 \\ 3x + 2y + 6 < 0 \end{cases}$

Câu 31: Cho tam giác ABC. Chọn khẳng định đúng:

A. $\sin \frac{A}{2} = \frac{1}{2} \cos \left(\frac{B+C}{2} \right)$

B. $\sin \frac{A}{2} = -\cos \left(\frac{B+C}{2} \right)$

C. $\sin \frac{A}{2} = \frac{-1}{2} \cos \left(\frac{B+C}{2} \right)$

D. $\sin \frac{A}{2} = \cos \left(\frac{B+C}{2} \right)$

Câu 32: Tính $B = \sin 5^\circ + \sin 150^\circ - \sin 175^\circ + \sin 180^\circ$

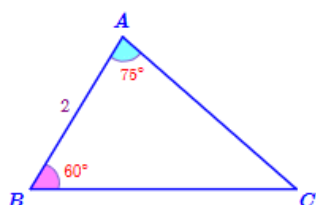
A. $B = 1$

B. $B = \frac{3}{2}$

C. $B = \frac{1}{2}$

D. $B = 0$

Câu 33: Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp trong hình vẽ sau:



A. $R = 2$

B. $R = \sqrt{2}$

C. $R = 4$

D. $R = 2\sqrt{2}$

Câu 34: Cho tam giác ABC có $AB = 15, AC = 35, A = 60^\circ$. Tính số đo góc B (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

A. 95°

B. 94°

C. 93°

D. 96°

Câu 35: Tam giác với ba cạnh 6cm; 8cm; 10cm thì có bán kính đường tròn nội tiếp bằng bao nhiêu?

A. 2cm

B. 4cm

C. 3cm

D. 5cm

Phần tự luận (3 điểm)

Bài 1. (1,0 điểm) Cho tập hợp $A = \{n \in \mathbb{N} \mid 3n + 1 \leq 19\}$, $B = \{n \in \mathbb{N} \mid n^2 \leq 25\}$.

Xác định các tập hợp $A \cap B, A \setminus B$

Bài 2. (1,0 điểm) Hai máy bay cùng xuất phát từ một sân bay A và bay theo hai hướng khác nhau, tạo với nhau góc 60° . Máy bay thứ nhất bay với vận tốc 700km/h, máy bay thứ hai bay với vận tốc 800km/h. Sau 2 giờ, hai máy bay bay cách nhau bao nhiêu ki- lô- mét (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)? Biết rằng cả hai máy bay bay theo đường thẳng và sau 2 giờ đều chưa hạ cánh.

Bài 3. (1,0 điểm) Cho tam giác ABC có p là nửa chu vi tam giác ABC, $AB = c, BC = a, AC = b$. Chứng

minh rằng $\cos \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{p(p-a)}{bc}}$

----- Hết -----

**Phần trắc nghiệm (7 điểm)**

Câu 1: B	Câu 2: D	Câu 3: A	Câu 4: C	Câu 5: D	Câu 6: A	Câu 7: D
Câu 8: B	Câu 9: A	Câu 10: B	Câu 11: D	Câu 12: A	Câu 13: B	Câu 14: B
Câu 15: A	Câu 16: D	Câu 17: B	Câu 18: D	Câu 19: B	Câu 20: D	Câu 21: A
Câu 22: D	Câu 23: C	Câu 24: B	Câu 25: A	Câu 26: D	Câu 27: C	Câu 28: A
Câu 29: A	Câu 30: C	Câu 31: D	Câu 32: C	Câu 33: B	Câu 34: A	Câu 35: A

Câu 1: Chọn câu trả lời đúng:

- A. Câu “ $3n$ chia hết cho 9” là một mệnh đề
 B. Câu “ $3n$ chia hết cho 9” là một mệnh đề chứa biến
 C. Cả A, B đều sai
 D. Cả A và B đều đúng

Phương pháp

Mệnh đề là một câu khẳng định đúng hoặc sai.

Lời giảiVì “ $3n$ chia hết cho 9” chưa khẳng định được tính đúng sai nên không phải là mệnh đề.. Câu “ $3n$ chia hết cho 9” là một mệnh đề chứa biến**Đáp án B****Câu 2:** Viết mệnh đề sau bằng kí hiệu \exists hoặc \forall : “Có một số nguyên chia hết cho 3”.

- A. $\exists x \in \mathbb{Z}, x^2 : 3$
 B. $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 : 3$
 C. $\exists x \in \mathbb{R}, x : 3$
 D. $\exists x \in \mathbb{Z}, x : 3$

Phương phápKí hiệu \exists đọc là “tồn tại” (có một hoặc có ít nhất một), kí hiệu \forall đọc là “với mọi”.**Lời giải**Cách viết đúng: $\exists x \in \mathbb{Z}, x : 3$ **Đáp án D****Câu 3:** Ta nói P và Q là hai mệnh đề tương đương khi:

- A. Mệnh đề $P \Rightarrow Q$ và mệnh đề $Q \Rightarrow P$ đều đúng.
 B. Mệnh đề $P \Rightarrow Q$ đúng
 C. Mệnh đề $Q \Rightarrow P$ đúng
 D. Mệnh đề $P \Rightarrow Q$ và mệnh đề $Q \Rightarrow P$ đều sai

Phương pháp

Nếu cả hai mệnh đề $P \Rightarrow Q$ và mệnh đề $Q \Rightarrow P$ đều đúng thì ta nói P và Q là hai mệnh đề tương đương, kí hiệu $P \Leftrightarrow Q$

Lời giải

Nếu cả hai mệnh đề $P \Rightarrow Q$ và mệnh đề $Q \Rightarrow P$ đều đúng thì ta nói P và Q là hai mệnh đề tương đương, kí hiệu $P \Leftrightarrow Q$

Đáp án A

Câu 4: Dạng liệt kê tất cả các phần tử của tập hợp $X = \{x \in \mathbb{N} | x \leq 1\}$ là:

- A. $X = \{1\}$
- B. $X = \{0\}$
- C. $X = \{0;1\}$
- D. Cả A, B, C đều sai.

Phương pháp

Khi liệt kê các phần tử của tập hợp, ta cần chú ý 1 số chú ý:

- + Các phần tử của tập hợp cho vào trong dấu ngoặc {}.
- + Các phần tử có thể viết theo thứ tự tùy ý.
- + Mỗi phần tử chỉ liệt kê một lần.
- + Nếu quy tắc các phần tử đủ rõ ràng thì người ta dùng “...” mà không nhất thiết viết ra tất cả các phần tử của tập hợp.

Lời giải

Cách viết đúng là: $X = \{0;1\}$

Đáp án C

Câu 5: Tập hợp A gồm các số thực dương nhỏ hơn 10. Viết tập hợp A bằng cách chỉ ra tính chất đặc trưng

- A. $A = \{x \in \mathbb{N} | x < 10\}$
- B. $A = \{x \in \mathbb{N}^* | x < 10\}$
- C. $A = \{x \in \mathbb{Z} | 0 < x < 10\}$
- D. $A = \{x \in \mathbb{R} | 0 < x < 10\}$

Phương pháp

Sử dụng kiến thức về viết tập hợp bằng cách chỉ ra tính chất đặc trưng của các phần tử của tập hợp.

Lời giải

Đáp án đúng: $A = \{x \in \mathbb{R} | 0 < x < 10\}$

Đáp án D

Câu 6: Tập hợp A gồm các số nguyên tố nhỏ hơn 10. Cách viết nào sau đây đúng?

- A. $A = \{2;3;5;7\}$
- B. $A = \{3;5;7;9\}$
- C. $A = (2;3;5;7)$
- D. $A = (3;5;7;9)$

Phương pháp

Khi liệt kê các phần tử của tập hợp, ta cần chú ý 1 số chú ý:

- + Các phần tử của tập hợp cho vào trong dấu ngoặc {}.
- + Các phần tử có thể viết theo thứ tự tùy ý.
- + Mỗi phần tử chỉ liệt kê một lần.
- + Nếu quy tắc các phần tử đủ rõ thì người ta dùng “...” mà không nhất thiết viết ra tất cả các phần tử của tập hợp.

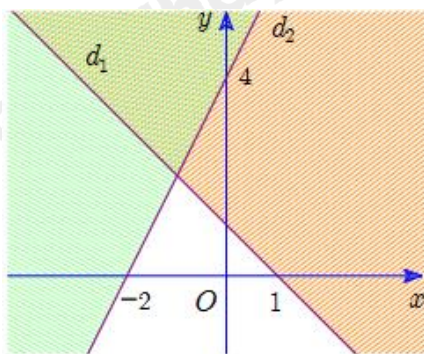
Lời giải

Cách viết đúng: $A = \{2; 3; 5; 7\}$

Đáp án A

Câu 7: Miền nghiệm của một hệ bất phương trình là miền không bị gạch chéo (tính cả bờ) như hình dưới.

Điểm nào sau đây nằm trong miền nghiệm của hệ bất phương trình trên?



A. $(1; 2)$

B. $(-3; 0)$

C. $(4; 3)$

D. $\left(0; \frac{1}{2}\right)$

Phương pháp

Để biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn trên mặt phẳng tọa độ Oxy, ta thực hiện:

- + Trên cùng mặt phẳng tọa độ, biểu diễn miền nghiệm của mỗi bất phương trình của hệ.
- + Phần giao của các miền nghiệm là nghiệm của hệ bất phương trình.

Lời giải

Trong các điểm trên, chỉ có điểm $\left(0; \frac{1}{2}\right)$ thuộc miền không bị gạch chéo trong mặt phẳng tọa độ.

Vậy điểm $\left(0; \frac{1}{2}\right)$ nằm trong miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.

Đáp án D

Câu 8: Hệ nào dưới đây là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

A.
$$\begin{cases} (x+1)y \geq 4 \\ x \leq 0 \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} x + \frac{y}{9} \geq 0 \\ x - 2y \leq 10 \end{cases}$$

$$C. \begin{cases} x^2 + y^2 < 3 \\ \frac{x}{3y} < 4 \end{cases}$$

$$D. \begin{cases} x \geq 9 \\ \frac{1}{2}y^2 - 4x^2 \leq 3 \end{cases}$$

Phương pháp

Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn là hệ gồm hai hay nhiều bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y

Lời giải

$$\text{Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn là } \begin{cases} x + \frac{y}{9} \geq 0 \\ x - 2y \leq 10 \end{cases}$$

Đáp án B

Câu 9: Hệ bất phương trình $\begin{cases} \frac{1}{2}x - y < 1 \\ 2x + y > 0 \end{cases}$ có tập nghiệm là S . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $(1; 1) \in S$

B. $(3; -2) \in S$

C. $\left(-1; \frac{1}{2}\right) \in S$

D. $(1; -2) \in S$

Phương pháp

Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn là hệ gồm hai hay nhiều bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y . Mỗi nghiệm chung của các bất phương trình trong hệ được gọi là một nghiệm của hệ bất phương trình đó.

Lời giải

Với $x = -1; y = \frac{1}{2}$ ta có: $2(-1) + \frac{1}{2} = \frac{-3}{2} < 0$ nên $\left(-1; \frac{1}{2}\right) \notin S$

Với $x = 1; y = 1$ ta có: $\begin{cases} \frac{1}{2} - 1 < 1 \\ 2 \cdot 1 + 1 > 0 \end{cases}$ nên $(1; 1) \in S$

Với $x = 3; y = -2$ ta có: $\frac{1}{2} \cdot 3 + 2 > 1$ nên $(3; -2) \notin S$

Với $x = 1; y = -2$ ta có: $\frac{1}{2} \cdot 1 + 2 > 1$ nên $(1; -2) \notin S$

Đáp án A

Câu 10: Miền nghiệm của bất phương trình $2x - y - 1 \leq 0$ là:

A. Nửa mặt phẳng không kể bờ $d: 2x - y - 1 = 0$ chứa điểm $O(0; 0)$

B. Nửa mặt phẳng bờ $d: 2x - y - 1 = 0$ (tính cả bờ) chứa điểm $O(0; 0)$

C. Nửa mặt phẳng bờ $d: 2x - y - 1 = 0$ (tính cả bờ) không chứa điểm $O(0; 0)$

D. Nửa mặt phẳng không kể bờ $d: 2x - y - 1 = 0$ không chứa điểm $O(0; 0)$

Phương pháp

Biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình $ax + by + c \leq 0$ như sau:

Bước 1: Trên mặt phẳng Oxy, vẽ đường thẳng $d : ax + by + c = 0$

Bước 2: Lấy một điểm $(x_0; y_0)$ không thuộc d. Tính $ax_0 + by_0 + c$

Bước 3: Kết luận: + Nếu $ax_0 + by_0 + c \leq 0$ thì miền nghiệm của bất phương trình đã cho là nửa mặt phẳng (kể cả bờ d) chứa điểm $(x_0; y_0)$

+ Nếu $ax_0 + by_0 + c > 0$ thì miền nghiệm của bất phương trình đã cho là nửa mặt phẳng (kể cả bờ d) không chứa điểm $(x_0; y_0)$

Lời giải

Ta thấy điểm O (0; 0) không thuộc đường thẳng $d : 2x - y - 1 = 0$ và $2 \cdot 0 - 0 - 1 \leq 0$ nên điểm O thuộc miền nghiệm của bất phương trình $2x - y - 1 \leq 0$. Vậy miền nghiệm của bất phương trình $2x + y - 1 \leq 0$ là nửa mặt phẳng bờ d (tính cả bờ) chứa điểm O (0; 0)

Đáp án B

Câu 11: Trong các bất phương trình sau, bất phương trình nào là bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

A. $x^2 + y > -3$

B. $y^3 + 2 \leq 0$

C. $(x - y)(x + y) \geq 4$

D. $x - 4y < 5$

Phương pháp

Bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y là bất phương trình có một trong các dạng

$$ax + by + c > 0, ax + by + c \geq 0, ax + by + c < 0, ax + by + c \leq 0$$

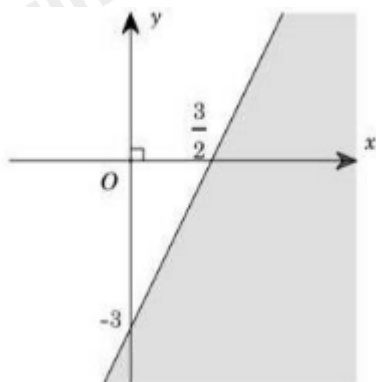
Trong đó a, b, c là những số cho trước, a, b không đồng thời bằng 0 và x, y là các ẩn.

Lời giải

Bất phương trình bậc nhất hai ẩn là $x - 4y < 5$

Đáp án D

Câu 12: Cho bất phương trình có miền nghiệm là phần không bị gạch chéo (tính cả bờ) như hình dưới. Điểm nào sau đây nằm trong miền nghiệm của bất phương trình trên?



A. (0;0)

B. (0; -4)

C. $(4;0)$

D. $\left(\frac{5}{2};0\right)$

Phương pháp

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tập hợp các điểm $(x_0; y_0)$ sao cho khi thay các giá trị $x_0; y_0$ vào bất phương trình bậc nhất hai ẩn luôn được bất phương trình đúng được gọi là miền nghiệm của bất phương trình đó.

Lời giải

Trong các điểm ở trên, chỉ có điểm $(0;0)$ thuộc miền không bị gạch chéo. Do đó, điểm $(0;0)$ nằm trong miền nghiệm của bất phương trình.

Đáp án A

Câu 13: Với $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$ thì:

A. $\cot(180^\circ - \alpha) = \cot \alpha$

B. $\cot(180^\circ - \alpha) = -\cot \alpha$

C. $\cot(180^\circ - \alpha) = 2 \cot \alpha$

D. $\cot(180^\circ - \alpha) = \frac{1}{2} \cot \alpha$

Phương pháp

Với $0^\circ < \alpha < 180^\circ$ thì $\cot(180^\circ - \alpha) = -\cot \alpha$

Lời giải

Với $0^\circ < \alpha < 180^\circ$ thì $\cot(180^\circ - \alpha) = -\cot \alpha$

Đáp án B

Câu 14: Chọn đáp án đúng.

A. $\tan 135^\circ = \sqrt{2}$

B. $\tan 135^\circ = -1$

C. $\tan 135^\circ = 1$

D. $\tan 135^\circ = -\sqrt{2}$

Phương pháp

$$\tan 135^\circ = -1$$

Lời giải

$$\tan 135^\circ = -1$$

Đáp án B

Câu 15: Cho $\cos \alpha = 0$ và $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$ thì có bao nhiêu góc α thỏa mãn điều kiện trên?

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

Phương pháp

$$\cos 90^\circ = 0$$

Lời giải

Vì $\cos 90^\circ = 0$ và $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$ nên chỉ có 1 góc thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Đáp án A

Câu 16: Cho tam giác ABC tù tại C. Chọn đáp án đúng.

A. $\cos A > 0$

B. $\cos B > 0$

C. $\cos C < 0$

D. Cả A, B, C đều đúng

Phương pháp

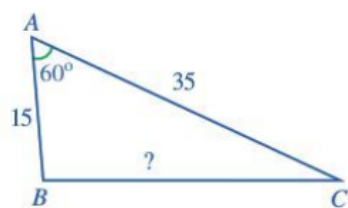
Nếu α là góc tù thì $\cos \alpha < 0$, nếu α là góc nhọn thì $\cos \alpha > 0$

Lời giải

Tam giác ABC tù tại C nên góc A, góc B là góc nhọn, góc C là góc tù. Do đó, $\cos A > 0$, $\cos B > 0$, $\cos C < 0$

Đáp án D

Câu 17: Cho hình vẽ:



Chọn đáp án đúng.

A. $? = 925$

B. $? = \sqrt{925}$

C. $? = 1975$

D. $? = \sqrt{1975}$

Phương pháp

Định lý cosin: Cho tam giác ABC có $AB = c, BC = a, AC = b$ thì $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$

Lời giải

Theo định lý cosin ta có: $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos A = 15^2 + 35^2 - 2 \cdot 15 \cdot 35 \cos 60^\circ = 925 \Rightarrow ? = \sqrt{925}$

Đáp án B

Câu 18: Cho tam giác ABC có $AB = 3\text{cm}, AC = 5\text{cm}$. Chọn đáp án đúng.

A. $\frac{\cos B}{\cos C} = \frac{3}{5}$

B. $\frac{\cos B}{\cos C} = \frac{5}{3}$

C. $\frac{\sin B}{\sin C} = \frac{3}{5}$

D. $\frac{\sin B}{\sin C} = \frac{5}{3}$

Phương pháp

Định lý sin: Cho tam giác ABC có $AB = c, BC = a, AC = b$. Khi đó, $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$

Lời giải

Áp dụng định lý sin vào tam giác ABC ta có: $\frac{AB}{\sin C} = \frac{AC}{\sin B}$ nên $\frac{\sin B}{\sin C} = \frac{AC}{AB} = \frac{5}{3}$

Đáp án D

Câu 19: Chọn đáp án đúng về công thức tính diện tích tam giác ABC.

A. $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB.AC.\cos A$

B. $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB.AC.\sin A$

C. $S_{ABC} = AB.AC.\cos A$

D. $S_{ABC} = AB.AC.\sin A$

Phương pháp

Công thức tính diện tích tam giác ABC là: $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB.AC.\sin A$

Lời giải

Diện tích tam giác ABC là: $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB.AC.\sin A$

Đáp án B

Câu 20: Cho tam giác ABC độ dài ba cạnh là a, b, c, bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là R, p là nửa chu vi tam giác ABC. Chọn đáp án đúng.

A. $pr = \frac{abc}{2R}$

B. $pr = \frac{abc}{R}$

C. $pr = \frac{abc}{3R}$

D. $pr = \frac{abc}{4R}$

Phương pháp

Cho tam giác ABC có $AB = c, BC = a, AC = b$, R là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác, p là nửa chu vi tam giác ABC thì diện tích S của tam giác ABC là: $S = \frac{abc}{4R} = pr$

Lời giải

Đáp án đúng: $pr = \frac{abc}{4R} (= S)$

Đáp án D

Câu 21: Câu nào sau đây là mệnh đề sai?

A. π là số hữu tỉB. Phương trình $x - \frac{1}{2} = 0$ có nghiệm là số

hữu tỉ

C. -1 là số nguyên âm

D. Hình thoi là hình có bốn cạnh bằng nhau

Phương pháp

Một khẳng định đúng gọi là mệnh đề đúng, khẳng định sai gọi là mệnh đề sai.

Lời giải

Mệnh đề sai là: π là số hữu tỉ

Đáp án A

Câu 22: Cho định lí: “Nếu hai tam giác bằng nhau thì diện tích của chúng bằng nhau”. Chọn câu trả lời đúng

A. Giả thiết của định lí trên là: Hai tam giác bằng nhau

- B. Kết luận của định lí trên là: Diện tích của chúng bằng nhau
- C. Mệnh đề đảo của định lí trên là sai.
- D. A, B, C đều đúng.

Phương pháp

Mệnh đề " $Q \Rightarrow P$ " được gọi là mệnh đề đảo của mệnh đề " $P \Rightarrow Q$ "

Khi mệnh đề $P \Rightarrow Q$ là định lí, ta nói: P là giả thiết, Q là kết luận của định lí.

Lời giải

Giả thiết của định lí trên là: Hai tam giác bằng nhau

Kết luận của định lí trên là: Diện tích của chúng bằng nhau

Vì hai tam giác có diện tích bằng nhau chưa chắc đã bằng nhau nên mệnh đề đảo của định lí trên là sai.

Đáp án D

Câu 23: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào có mệnh đề đảo sai?

- A. Tam giác có hai góc bằng nhau là tam giác cân
- B. Nếu $AB^2 + AC^2 = BC^2$ thì tam giác ABC vuông tại A.
- C. Nếu hai số x, y thỏa mãn $x - y > 0$ thì có ít nhất một trong hai số x, y dương
- D. Nếu một số nguyên chia hết cho 21 thì nó chia hết cho cả 7 và 3

Phương pháp

Mệnh đề " $Q \Rightarrow P$ " được gọi là mệnh đề đảo của mệnh đề " $P \Rightarrow Q$ "

Lời giải

Mệnh đề có mệnh đề đảo sai là: Nếu hai số x, y thỏa mãn $x - y > 0$ thì có ít nhất một trong hai số x, y dương

Đáp án C

Câu 24: Cho tập hợp $A = (-\infty; 4]$ và $B = [1; 6]$. Khi đó, tập hợp $A \cup B$ là:

- A. $(-\infty; 4]$
- B. $(-\infty; 6]$
- C. $[1; 6]$
- D. $[1; 4]$

Phương pháp

Tập hợp gồm những phần tử thuộc tập hợp A hoặc thuộc tập hợp B được gọi là hợp của A và B, kí hiệu $A \cup B$.

Lời giải

Ta có: $A \cup B = (-\infty; 6]$

Đáp án B

Câu 25: Kí hiệu nào sau đây dùng để viết đúng mệnh đề " $\sqrt{3}$ là một số thực"?

- A. $\sqrt{3} \in \mathbb{R}$
- B. $\sqrt{3} \in \mathbb{N}$
- C. $\sqrt{3} \in \mathbb{Z}$
- D. $\sqrt{3} \in \mathbb{N}^*$

Phương pháp

Sử dụng kí hiệu \in và tập hợp số thực kí hiệu là \mathbb{R}

Lời giải

Cách viết đúng mệnh đề trên là: $\sqrt{3} \in \mathbb{R}$

Đáp án A

Câu 26: Cho hai tập hợp A và B khác rỗng thỏa mãn $A \subset B$. Mệnh đề nào **sai** trong các mệnh đề sau?

A. $A \setminus B = \emptyset$

B. $A \cap B = A$

C. $A \cup B = B$

D. $B \setminus A = B$

Phương pháp

Tập hợp gồm những phần tử thuộc tập hợp A hoặc thuộc tập hợp B được gọi là hợp của A và B, kí hiệu $A \cup B$.

Tập hợp gồm những phần tử vừa thuộc A vừa thuộc B được gọi là giao của A và B, kí hiệu là $A \cap B$.

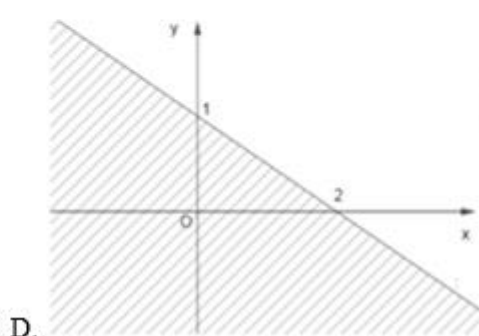
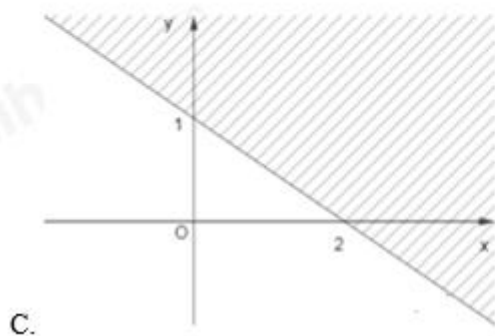
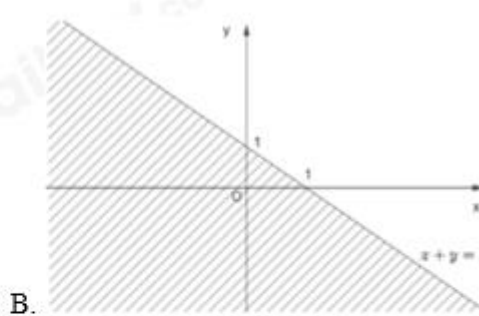
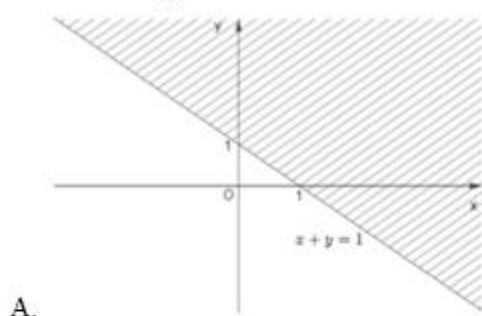
Tập hợp gồm những phần tử thuộc A nhưng không thuộc B gọi là hiệu của A và B, kí hiệu $A \setminus B$

Lời giải

Tập hợp $B \setminus A$ là tập hợp những phần tử thuộc B nhưng không thuộc A. Do đó, $B \setminus A = B$ là đáp án sai

Đáp án D

Câu 27: Miền nghiệm của bất phương trình $x + 2y - 2 \leq 0$ là miền không bị gạch chéo (tính cả bờ) trong hình vẽ nào sau đây?



Phương pháp $x + 2y - 2 \leq 0$

Biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình $ax + by + c \leq 0$ như sau:

Bước 1: Trên mặt phẳng Oxy, vẽ đường thẳng $d: ax + by + c = 0$

Bước 2: Lấy một điểm $(x_0; y_0)$ không thuộc d. Tính $ax_0 + by_0 + c$

Bước 3: Kết luận: + Nếu $ax_0 + by_0 + c \leq 0$ thì miền nghiệm của bất phương trình đã cho là nửa mặt phẳng

(tính cả bờ d) chứa điểm $(x_0; y_0)$

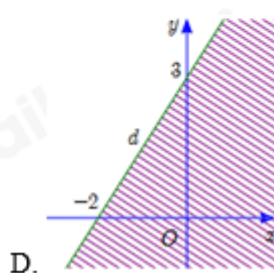
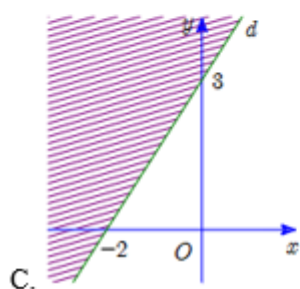
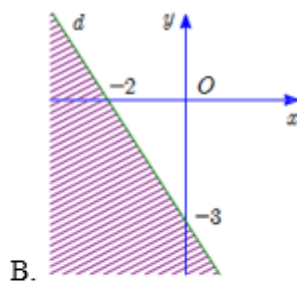
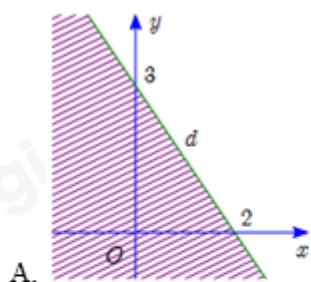
+ Nếu $ax_0 + by_0 + c \geq 0$ thì miền nghiệm của bất phương trình đã cho là nửa mặt phẳng (tính cả bờ d) không chứa điểm $(x_0; y_0)$

Lời giải

Ta thấy điểm O (0; 0) không thuộc đường thẳng $d : x + 2y - 2 = 0$ và $0 + 2.0 - 2 \leq 0$ nên miền nghiệm của bất phương trình $x + 2y - 2 \leq 0$ là nửa mặt phẳng (kể cả bờ d) chứa điểm O.

Đáp án C

Câu 28: Miền nghiệm của bất phương trình $3x + 2y > 6$ được biểu diễn bởi phần không gạch chéo trong hình nào dưới đây?



Phương pháp

Biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình $ax + by + c > 0$ như sau:

Bước 1: Trên mặt phẳng Oxy, vẽ đường thẳng $d : ax + by + c = 0$

Bước 2: Lấy một điểm $(x_0; y_0)$ không thuộc d. Tính $ax_0 + by_0 + c$

Bước 3: Kết luận: + Nếu $ax_0 + by_0 + c < 0$ thì miền nghiệm của bất phương trình đã cho là nửa mặt phẳng (không kể bờ d) không chứa điểm $(x_0; y_0)$

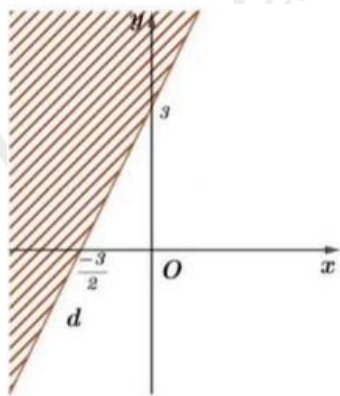
+ Nếu $ax_0 + by_0 + c > 0$ thì miền nghiệm của bất phương trình đã cho là nửa mặt phẳng (không kể bờ d) chứa điểm $(x_0; y_0)$

Lời giải

Nhận thấy, điểm O (0; 0) không thuộc đường thẳng $d : 3x + 2y - 6 = 0$ và $3.0 + 2.0 < 6$ nên miền nghiệm của bất phương trình $3x + 2y > 6$ là nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng d (không tính bờ) không chứa điểm O.

Đáp án A

Câu 29: Nửa mặt phẳng bờ d (tính cả bờ) phần không bị gạch là miền nghiệm của bất phương trình nào?



A. $2x - y \geq -3$

B. $2x - y \leq -3$

C. $2x - y < -3$

D. $2x - y > -3$

Phương pháp

Biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình $ax + by + c > 0$ như sau:

Bước 1: Trên mặt phẳng Oxy, vẽ đường thẳng $d : ax + by + c = 0$

Bước 2: Lấy một điểm $(x_0; y_0)$ không thuộc d. Tính $ax_0 + by_0 + c$

Bước 3: Kết luận: + Nếu $ax_0 + by_0 + c < 0$ thì miền nghiệm của bất phương trình đã cho là nửa mặt phẳng (không kể bờ d) không chứa điểm $(x_0; y_0)$

+ Nếu $ax_0 + by_0 + c > 0$ thì miền nghiệm của bất phương trình đã cho là nửa mặt phẳng (không kể bờ d) chứa điểm $(x_0; y_0)$

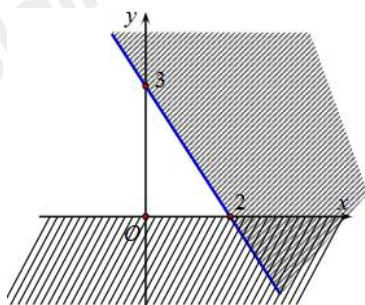
Lời giải

Đường thẳng d có phương trình là: $2x - y = -3$

Ta thấy điểm O (0; 0) không thuộc đường thẳng d, $2.0 - 3.0 \geq -3$ và O thuộc miền nghiệm của bất phương trình nên bất phương trình cần tìm là $2x - y \geq -3$.

Đáp án A

Câu 30: Phần không bị gạch chéo (không tính bờ) trong hình dưới đây là miền nghiệm của hệ bất phương trình nào?



A. $\begin{cases} x > 0 \\ 3x + 2y + 6 > 0 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x > 0 \\ 3x + 2y - 6 < 0 \end{cases}$

$$C. \begin{cases} y > 0 \\ 3x + 2y - 6 < 0 \end{cases}$$

$$D. \begin{cases} y > 0 \\ 3x + 2y + 6 < 0 \end{cases}$$

Phương pháp

Để biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn trên mặt phẳng tọa độ Oxy, ta thực hiện:

- + Trên cùng mặt phẳng tọa độ, biểu diễn miền nghiệm của mỗi bất phương trình của hệ.
- + Phần giao của các miền nghiệm là nghiệm của hệ bất phương trình.

Lời giải

Dựa vào hình vẽ ta thấy đồ thị gồm hai đường thẳng $d_1 : y = 0$ và $d_2 : 3x + 2y - 6 = 0$

Phần bị gạch chéo là phần dưới trục hoành nên $y > 0$ là một bất phương trình của hệ.

Điểm O không thuộc đường thẳng $d_2 : 3x + 2y - 6 = 0$, $3 \cdot 0 + 2 \cdot 0 - 6 < 0$ và O thuộc phần không bị gạch chéo của đường thẳng d_2 nên $3x + 2y - 6 < 0$ là một bất phương trình của hệ.

Do đó, hệ bất phương trình biểu diễn miền nghiệm trên là:
$$\begin{cases} y > 0 \\ 3x + 2y - 6 < 0 \end{cases}$$

Đáp án C

Câu 31: Cho tam giác ABC. Chọn khẳng định đúng:

$$A. \sin \frac{A}{2} = \frac{1}{2} \cos \left(\frac{B+C}{2} \right)$$

$$B. \sin \frac{A}{2} = -\cos \left(\frac{B+C}{2} \right)$$

$$C. \sin \frac{A}{2} = \frac{-1}{2} \cos \left(\frac{B+C}{2} \right)$$

$$D. \sin \frac{A}{2} = \cos \left(\frac{B+C}{2} \right)$$

Phương pháp

Áp dụng công thức: $\sin \alpha = \cos(90^\circ - \alpha)$

Lời giải

Ta có: $A + B + C = 180^\circ \Rightarrow A = 180^\circ - (B + C) \Rightarrow \frac{B+C}{2} = 90^\circ - \frac{A}{2}$

Do đó, $\sin \frac{A}{2} = \cos \left(90^\circ - \frac{A}{2} \right) = \cos \frac{B+C}{2}$

Đáp án D

Câu 32: Tính $B = \sin 5^\circ + \sin 150^\circ - \sin 175^\circ + \sin 180^\circ$

$$A. B = 1$$

$$B. B = \frac{3}{2}$$

$$C. B = \frac{1}{2}$$

$$D. B = 0$$

Phương pháp

Sử dụng kiến thức $\sin \alpha = \sin(180 - \alpha)$

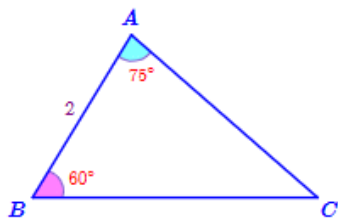
Lời giải

$$B = \sin 5^\circ + \sin 150^\circ - \sin 175^\circ + \sin 180^\circ = \sin 5^\circ - \sin 175^\circ + \sin 180^\circ + \sin 150^\circ$$

$$\text{Mà } \sin 5^\circ = \sin(180^\circ - 5^\circ) = \sin 175^\circ. \text{ Do đó, } B = \sin 180^\circ + \sin 150^\circ = \frac{1}{2}$$

Đáp án C

Câu 33: Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp trong hình vẽ sau:



A. $R = 2$

B. $R = \sqrt{2}$

C. $R = 4$

D. $R = 2\sqrt{2}$

Phương pháp

Định lý sin: Cho tam giác ABC có $AB = c, BC = a, AC = b$ và bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác là R.

$$\text{Khi đó, } \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

Lời giải

$$\text{Ta có: } C = 180^\circ - A - B = 45^\circ$$

$$\text{Áp dụng định lý sin vào tam giác ABC ta có: } \frac{AB}{\sin C} = 2R \Rightarrow \frac{2}{\sin 45^\circ} = 2.R \Rightarrow R = \sqrt{2}$$

Đáp án B

Câu 34: Cho tam giác ABC có $AB = 15, AC = 35, A = 60^\circ$. Tính số đo góc B (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

A. 95°

B. 94°

C. 93°

D. 96°

Phương pháp

Định lý cosin: Cho tam giác ABC có $AB = c, BC = a, AC = b$ thì $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$

Lời giải

Áp dụng định lý cosin vào tam giác ABC ta có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB.AC.\cos A = 15^2 + 35^2 - 2.15.35.\cos A = 925 \Rightarrow BC = \sqrt{925}$$

$$\text{Lại có: } \cos B = \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2AB.BC} = \frac{15^2 + 925 - 35^2}{2.15.\sqrt{925}} \approx -0,082 \Rightarrow B \approx 95^\circ$$

Đáp án A

Câu 35: Tam giác với ba cạnh 6cm; 8cm; 10cm thì có bán kính đường tròn nội tiếp bằng bao nhiêu?

A. 2cm

B. 4cm

C. 3cm

D. 5cm

Phương pháp

Cho tam giác ABC có bán kính đường tròn nội tiếp là r , nửa chu vi tam giác là p thì diện tích của tam giác là

$$S = pr$$

Lời giải

Vì $6^2 + 8^2 = 10^2$ nên tam giác với ba cạnh 6; 8; 10 là tam giác vuông.

$$\text{Do đó: } \frac{6+8+10}{2} \cdot r = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 8 \Rightarrow r = 2\text{cm}$$

Đáp án A**Phần tự luận (3 điểm)**

Bài 1. (1,0 điểm) Cho tập hợp $A = \{n \in \mathbb{N} \mid 3n+1 \leq 19\}$, $B = \{n \in \mathbb{N} \mid n^2 \leq 25\}$.

Xác định các tập hợp $A \cap B, A \setminus B$

Phương pháp

Tập hợp gồm những phần tử vừa thuộc A vừa thuộc B được gọi là giao của A và B, kí hiệu là $A \cap B$.

Tập hợp gồm những phần tử thuộc A nhưng không thuộc B được gọi là hiệu của A và B, kí hiệu là $A \setminus B$.

Lời giải

Ta có: $3n+1 \leq 19$ suy ra $3n \leq 18$ hay $n \leq 6$. Mà $n \in \mathbb{N}$ nên $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$

Lại có: $n^2 \leq 25$ nên $-5 \leq n \leq 5$. Mà $n \in \mathbb{N}$ nên $B = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$

Do đó, $A \cap B = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$, $A \setminus B = \{6\}$

Bài 2. (1,0 điểm) Hai máy bay cùng xuất phát từ một sân bay A và bay theo hai hướng khác nhau, tạo với nhau góc 60° . Máy bay thứ nhất bay với vận tốc 700km/h , máy bay thứ hai bay với vận tốc 800km/h . Sau 2 giờ, hai máy bay bay cách nhau bao nhiêu ki- lô- mét (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)? Biết rằng cả hai máy bay theo đường thẳng và sau 2 giờ đều chưa hạ cánh.

Phương pháp

Định lí côsin: Cho tam giác ABC có $AB = c, BC = a, AC = b$ thì $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$

Lời giải

Giả sử sau 2 giờ, máy bay thứ nhất bay đến vị trí B, máy bay thứ hai bay đến vị trí C.

Ta có: $AB = 2 \cdot 700 = 1400(\text{km})$, $AC = 2 \cdot 800 = 1600(\text{km})$, $A = 60^\circ$

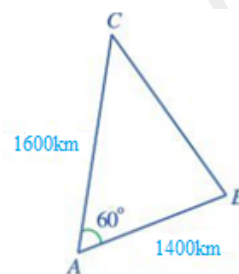
Áp dụng định lí côsin vào tam giác ABC ta có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A$$

$$= 1400^2 + 1600^2 - 2 \cdot 1400 \cdot 1600 \cdot \cos 60^\circ = 2280000$$

$$\Rightarrow BC \approx 1509,97(\text{km})$$

Vậy sau 2 giờ hai máy bay cách nhau khoảng $1509,97\text{km}$



Bài 3. (1,0 điểm) Cho tam giác ABC có p là nửa chu vi tam giác ABC, $AB = c, BC = a, AC = b$. Chứng

$$\text{minh rằng } \cos \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{p(p-a)}{bc}}$$

Phương pháp

Định lý côsin: Cho tam giác ABC có $AB = c, BC = a, AC = b$ thì $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$

Lời giải

Trên tia đối của tia AC lấy điểm D thỏa mãn $AD = AB = c$. Do

đó, tam giác BAD cân tại A và $\angle BDA = \frac{1}{2} \angle BAC$

Áp dụng định lý côsin vào tam giác ABD ta có:

$$\begin{aligned} BD^2 &= AB^2 + AD^2 - 2AB \cdot AD \cdot \cos \angle BAD \\ &= 2c^2 - 2c^2 \cdot \cos(180^\circ - \angle BAC) \\ &= 2c^2 (1 + \cos \angle BAC) = 2c^2 \left(1 + \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}\right) \\ &= \frac{c}{b} (a + b + c)(b + c - a) = \frac{4c}{b} p(p - a) \end{aligned}$$

$$\text{Do đó, } BD = 2\sqrt{\frac{cp(p-a)}{b}}$$

Gọi I là trung điểm của BD thì AI vuông góc với BD tại I.

Trong tam giác AID vuông tại I có:

$$\cos \frac{\angle BAC}{2} = \cos \angle ADI = \frac{DI}{AD} = \frac{BD}{2c} = \sqrt{\frac{p(p-a)}{bc}}$$

