ĐỀ THI HỌC KÌ I – Đề số 2

Môn: Toán - Lớp 11

Bộ sách Cánh diều

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Phần trắc nghiệm

Câu 1. A	Câu 2. C	Câu 3. D	Câu 4. B	Câu 5. A	Câu 6. B
Câu 7. C	Câu 8. C	Câu 9. B	Câu 10. D	Câu 11. B	Câu 12. A
Câu 13. C	Câu 14. A	Câu 15. A	Câu 16. C	Câu 17. A	Câu 18. B
Câu 19. D	Câu 20. C	Câu 21. D	Câu 22. B	Câu 23. C	Câu 24. A
Câu 25. D	Câu 26. B	Câu 27. C	Câu 28. A	Câu 29. D	Câu 30. B

Câu 1: Chọn đáp án đúng

A. $\cos\left(-\alpha\right)=\cos\alpha$.

B. $\cos\left(-\alpha\right)=2\cos\alpha$.

C. $\cos\left(-\alpha\right)=\cos 2\alpha$.

D. $\cos\left(-2\alpha\right)=\cos\alpha$.

Phương pháp

Sử dụng công thức: $\cos\left(-\alpha\right)=\cos\alpha$.

Lời giải

Ta có: $\cos\left(-\alpha\right)=\cos\alpha$

Đáp án A.

Câu 2: Một cung của đường tròn bán kính R và có số đo α rad thì có độ dài là:

A. $l=2R\alpha$.

B. $l=\frac{R\alpha}{2}$.

C. $l=R\alpha$.

D. $l=3R\alpha$.

Phương pháp

Sử dụng kiến thức về tính độ dài cung tròn: Một cung của đường tròn bán kính R và có số đo α rad thì có độ dài là $l=R\alpha$.

Lời giải

Sử dụng kiến thức về tính độ dài cung tròn: Một cung của đường tròn bán kính R và có số đo α rad thì có độ dài là $l=R\alpha$.

Đáp án C.

Câu 3: Nghiệm của phương trình $\cos x = 1$ là:

A. $x = k\pi \left(k \in \mathbb{Z} \right)$.

B. $x = \frac{k\pi}{2} \left(k \in \mathbb{Z} \right)$.

C. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \left(k \in \mathbb{Z} \right)$.

D. $x = k2\pi \left(k \in \mathbb{Z} \right)$.

Phương pháp

Phương trình $\cos x = 1$ có nghiệm là $x = k2\pi \left(k \in \mathbb{Z} \right)$

Lời giải

Phương trình $\cos x = 1$ có nghiệm là $x = k2\pi \left(k \in \mathbb{Z} \right)$

Đáp án D.

Câu 4: Hàm số $y = \tan x$ đồng biến trên:

A. Mỗi đoạn $\left[\frac{-\pi}{2} + k\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi \right], k \in \mathbb{Z}$.

B. Mỗi khoảng $\left(\frac{-\pi}{2} + k\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi \right), k \in \mathbb{Z}$.

C. Mỗi đoạn $\left[-\pi + k\pi; \pi + k\pi \right], k \in \mathbb{Z}$.

D. Mỗi khoảng $\left(-\pi + k\pi; \pi + k\pi \right), k \in \mathbb{Z}$.

Phương pháp

Sử dụng kiến thức về đồng biến của hàm số lương giác: Hàm số $y = \tan x$ đồng biến trên mỗi khoảng $\left(\frac{-\pi}{2} + k\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi \right), k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

Hàm số $y = \tan x$ đồng biến trên mỗi khoảng $\left(\frac{-\pi}{2} + k\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi \right), k \in \mathbb{Z}$

Đáp án B.

Câu 5: Chọn đáp án đúng:

A. $\sin a - \sin b = 2\cos \frac{a+b}{2} \sin \frac{a-b}{2}$.

B. $\sin a - \sin b = \cos \frac{a+b}{2} \sin \frac{a-b}{2}$.

C. $\sin a - \sin b = 2\sin \frac{a+b}{2} \cos \frac{a-b}{2}$.

D. $\sin a-\sin b=\sin\frac{a+b}{2}\cos\frac{a-b}{2}$.

Phương pháp

Sử dụng công thức: $\sin a-\sin b=2\cos\frac{a+b}{2}\sin\frac{a-b}{2}$

Lời giải

$\sin a-\sin b=2\cos\frac{a+b}{2}\sin\frac{a-b}{2}$

Đáp án A.

Câu 6: Trong các dãy số sau, dãy số nào là dãy số giảm?

A. 1; 4; 5; 7; …

B. 4; 3; 2; 0; …

C. 1; 2; 1; 4; …

D. 8; 6; 1; 3; …

Phương pháp

Sử dụng kiến thức về dãy số giảm: Dãy số (u_n) được gọi là dãy số giảm nếu ta có: $u_{n+1}<u_n$ với mọi $n\in\mathbb{N}^*$

Lời giải

Trong các dãy số trên, chỉ có dãy số 4; 3; 2; 0; … có $4<3<2<0...$ nên dãy số 4; 3; 2; 0; … là dãy số giảm

Đáp án B.

Câu 7: Trong các dãy số sau, dãy số nào là cấp số nhân?

A. 1; 4; 9; 13; 17; …

B. 1; 3; 5; 7; 9; ….

C. 1; 2; 4; 8; 16; ….

D. 2; 4; 6; 8; 10; ….

Phương pháp

Sử dụng kiến thức về cấp số nhân: Cấp số nhân là một dãy số (hữu hạn hay vô hạn), trong đó kể từ số hạng thứ hai, mỗi số hạng đều bằng số hạng đứng ngay trước nó nhân với một số không đổi q.

Lời giải

Trong các dãy số trên, chỉ có dãy số 1; 2; 4; 8; 16; …. có kể từ số hạng thứ hai, mỗi số hạng đều bằng số hạng đứng ngay trước nó nhân với một số không đổi q $(q=2)$.

Đáp án C.

Câu 8: Dãy số nào dưới đây được viết dưới dạng hệ thức truy hồi?

A. 1; 3; 7; 9; 11; ...

B. Dãy số gồm các số nguyên âm chia hết cho 2.

C. $u_1=1; u_n=2u_{n-1}+1$ với $n\ge 2$.

D. $u_n=\frac{1}{n+2}(n\in\mathbb{N}^*)$.

Phương pháp
Sử dụng kiến thức về cách cho một dãy số.
Lời giải
Dãy số được viết dưới dạng hệ thức truy hồi là: $u_1 = 1; u_n = 2u_{n-1} + 1$ với $n \geq 2$
Đáp án C.

Câu 9: Biết $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty, \lim\limits_{n\to+\infty} v_n = a < 0$. Chọn đáp án đúng

A. $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n v_n = +\infty$.

B. $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n v_n = -\infty$.

C. $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n v_n = 0$.

D. $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n v_n = a$.

Phương pháp
Sử dụng quy tắc về giới hạn vô cực của dãy số: Nếu $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty, \lim\limits_{n\to+\infty} v_n = a < 0$ thì $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n v_n = -\infty$.
Lời giải
Nếu $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty, \lim\limits_{n\to+\infty} v_n = a < 0$ thì $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n v_n = -\infty$.
Đáp án B.

Câu 10: Cấp số nhân lùi vô hạn (u_n) với công bội q, số hạng đầu u_1 thì có tổng là:

A. $S = \dfrac{2u_1}{1-q}$.

B. $S = \dfrac{u_1}{2(1-q)}$.

C. $S = \dfrac{u_1}{1+q}$.

D. $S = \dfrac{u_1}{1-q}$.

Phương pháp
Sử dụng kiến thức về tổng cấp số nhân lùi vô hạn: Cấp số nhân lùi vô hạn (u_n) với công bội q, số hạng đầu u_1 thì có tổng là $S = \dfrac{u_1}{1-q}$
Lời giải
Cấp số nhân lùi vô hạn (u_n) với công bội q, số hạng đầu u_1 thì có tổng là $S = \dfrac{u_1}{1-q}$
Đáp án D.

Câu 11: Giá trị của $\lim\limits_{n\to+\infty} \left(\dfrac{2}{3}\right)^n$ bằng:

A. 1.

B. 0.

C. 2.

D. 4.

Phương pháp

Sử dụng công thức: $\lim\limits_{n\to+\infty} q^n = 0$ với $|q| < 1$

Lời giải

Ta có: $\frac{2}{3} < 0$ nên $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{2}{3}\right)^n = 0$

Đáp án B.

Câu 12: Giá trị của $\lim\limits_{x\to\frac{1}{3}}(3x+2)$ là:

A. 3.

B. 2.

C. -2.

D. $+\infty$.

Phương pháp

Sử dụng quy tắc tính giới hạn của hàm số tại một điểm: Nếu $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = L, \lim\limits_{x\to x_0} g(x) = M$ thì

$\lim\limits_{x\to x_0}\left[f(x)+g(x)\right] = L+M$

Lời giải

$\lim\limits_{x\to\frac{1}{3}}(3x+2) = 3.\frac{1}{3}+2 = 3$

Đáp án A.

Câu 13: Chọn đáp án đúng.

A. Có hai mặt phẳng phân biệt cùng đi qua ba điểm không thẳng hàng.

B. Có vô số mặt phẳng phân biệt cùng đi qua ba điểm không thẳng hàng.

C. Có một mặt phẳng phân biệt cùng đi qua ba điểm không thẳng hàng.

D. Có một mặt phẳng phân biệt cùng đi qua ba điểm phân biệt.

Phương pháp

Sử dụng kiến thức về cách xác định một mặt phẳng: Một mặt phẳng hoàn toàn được xác định qua ba điểm không thẳng hàng.

Lời giải

Sử dụng kiến thức về cách xác định một mặt phẳng: Một mặt phẳng hoàn toàn được xác định qua ba điểm không thẳng hàng.

Đáp án C.

Câu 14: Cho bốn điểm A, B, C, D không đồng phẳng. Hình gồm bốn tam giác ABC, ACD, ABD và BCD được gọi là hình gì?

A. Hình tứ diện.

B. Hình tứ giác.

C. Hình chóp tứ giác.

D. Hình lăng trụ tam giác.

Phương pháp

Sử dụng kiến thức về hình tứ diện: Cho bốn điểm A, B, C, D không đồng phẳng. Hình gồm bốn tam giác ABC, ACD, ABD và BCD được gọi là hình tứ diện.

Lời giải

Cho bốn điểm A, B, C, D không đồng phẳng. Hình gồm bốn tam giác ABC, ACD, ABD và BCD được gọi là hình tứ diện.

Đáp án A.

Câu 15: Trong không gian, qua một điểm không nằm trên đường thẳng cho trước, có bao nhiêu đường thẳng song song với đường thẳng đã cho?

A. 1.

B. 2.

C. 4.

D. 3.

Phương pháp

Sử dụng kiến thức về tính chất của hai đường thẳng song song: Trong không gian, qua một điểm không nằm trên đường thẳng cho trước, có đúng một đường thẳng song song với đường thẳng đã cho.

Lời giải

Trong không gian, qua một điểm không nằm trên đường thẳng cho trước, có đúng một đường thẳng song song với đường thẳng đã cho.

Đáp án A.

Câu 16: Cho hình hộp ABCD. A'B'C'D'. Hình hộp này có bao nhiêu đường chéo?

A. 6.

B. 5.

C. 4.

D. 3.

Phương pháp

Sử dụng kiến thức về hình hộp: Hình hộp ABCD. A'B'C'D' có bốn đường chéo là AC', BD', CA' và DB'

Lời giải

Hình hộp ABCD. A'B'C'D' có bốn đường chéo là AC', BD', CA' và DB'

Đáp án C.

Câu 17: Chọn đáp án đúng.

A. Phép chiếu song song biến đường thẳng thành đường thẳng.

B. Phép chiếu song song biến đường thẳng thành đoạn thẳng.

C. Phép chiếu song song biến đường thẳng thành tia.

D. Phép chiếu song song biến đoạn thẳng thành đường thẳng.

Phương pháp
Sử dụng kiến thức về tính chất của phép chiếu song song: Phép chiếu song song biến đường thẳng thành đường thẳng, tia thành tia, đoạn thẳng thành đoạn thẳng.
Lời giải
Phép chiếu song song biến đường thẳng thành đường thẳng.
Đáp án A.

Câu 18: Chọn đáp án đúng:

A. Trong không gian, hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì chúng song song với nhau.

B. Trong không gian, hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thì chúng song song với nhau.

C. Trong không gian, hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thì chúng cắt nhau

D. Cả A, B, C đều sai.

Phương pháp
Sử dụng kiến thức về tính chất hai đường thẳng song song: Trong không gian, hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thì chúng song song với nhau.
Lời giải
Trong không gian, hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thì chúng song song với nhau.
Đáp án B.

Câu 19: Giá trị của biểu thức $\cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)-\sin\left(\pi-\alpha\right)$ bằng:

A. -1.

B. 1.

C. 3.

D. 0.

Phương pháp

Sử dụng kiến thức về giá trị lượng giác của các góc lượng giác có liên quan đặc biệt: $\cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\sin\alpha$;

$\sin\left(\pi-\alpha\right)=\sin\alpha$.

Lời giải

$\cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)-\sin\alpha=\sin\alpha-\sin\alpha=0$

Đáp án D.

Câu 20: Cho tam giác ABC. Chọn đáp án đúng:

A. $\cot A=\sin B\cos C+\sin C\cos B$.

B. $\tan A = \sin B\cos C + \sin C\cos B$.

C. $\sin A = \sin B\cos C + \sin C\cos B$.

D. $\cos A = \sin B\cos C + \sin C\cos B$.

Phương pháp

Sử dụng công thức $\sin\left(a+b\right) = \sin a\cos b + \cos a\sin b, \sin\left(\pi - \alpha\right) = \sin\alpha$

Lời giải

Ta có: $\sin B\cos C + \sin C\cos B = \sin\left(B+C\right) = \sin\left[\pi - \left(B+C\right)\right] = \sin A$

Đáp án C.

Câu 21: Nghiệm của phương trình $\sin x\cos x = \dfrac{\sqrt{3}}{4}$ là:

A. $\left[\begin{array}{l} x = -\dfrac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\dfrac{\pi}{3} + k2\pi \end{array}\right.\left(k \in \mathbb{Z}\right).$

B. $\left[\begin{array}{l} x = -\dfrac{\pi}{6} + k\pi \\ x = -\dfrac{\pi}{3} + k\pi \end{array}\right.\left(k \in \mathbb{Z}\right).$

C. $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \dfrac{\pi}{3} + k2\pi \end{array}\right.\left(k \in \mathbb{Z}\right).$

D. $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \dfrac{\pi}{3} + k\pi \end{array}\right.\left(k \in \mathbb{Z}\right).$

Phương pháp

Sử dụng kiến thức về cách giải phương trình $\sin x = m$: Xét phương trình $\sin x = m$

+ Nếu $\left|m\right| > 1$ thì phương trình vô nghiệm.

+ Nếu $\left|m\right| \le 1$ thì phương trình có nghiệm: $x = \alpha + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ và $x = \pi - \alpha + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$, với α là góc thuộc $\left[-\dfrac{\pi}{2}; \dfrac{\pi}{2}\right]$ sao cho $\sin\alpha = m$

Lời giải

$\sin x\cos x = \dfrac{\sqrt{3}}{4} \Leftrightarrow 2\sin x\cos x = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \sin 2x = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \sin 2x = \sin\dfrac{\pi}{3}$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x = \dfrac{\pi}{3} + k2\pi \\ 2x = \pi - \dfrac{\pi}{3} + k2\pi \end{array}\right. (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \dfrac{\pi}{3} + k\pi \end{array}\right. (k \in \mathbb{Z})$$

Đáp án D.

Câu 22: Cho dãy số (u_n) được xác định bởi: $u(n) = \dfrac{1}{n^2 + 2n + 4}$. Giá trị của $u_6 - u_3$ là:

A. $\dfrac{-31}{988}$.

B. $\dfrac{-33}{988}$.

C. $\dfrac{-33}{989}$.

D. $\dfrac{-31}{989}$.

Phương pháp

Tính các giá trị u_6 và u_3 rồi tính hiệu.

Lời giải

Ta có: $u_6 = \dfrac{1}{6^2 + 6.2 + 4} = \dfrac{1}{52}; u_3 = \dfrac{1}{3^2 + 3.2 + 4} = \dfrac{1}{19}$. Do đó, $u_6 - u_3 = \dfrac{1}{52} - \dfrac{1}{19} = \dfrac{-33}{988}$

Đáp án B.

Câu 23: Cho cấp số cộng 3; 7; 11; 15; … Số hạng thứ 15 của cấp số cộng trên là:

A. 55.

B. 57.

C. 59

D. 61.

Phương pháp

Sử dụng kiến thức về công thức số hạng tổng quát của cấp số cộng: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu u_1 và công sai d thì số hạng tổng quát u_n của nó được xác định theo công thức: $u_n = u_1 + (n-1)d$.

Lời giải

Cấp số cộng trên có số hạng đầu $u_1 = 3$, công sai $d = 4$. Do đó, số hạng thứ 15 của cấp số cộng trên là:

$u_{15} = u_1 + 14d = 3 + 14.4 = 59$

Đáp án C.

Câu 24: Cho cấp số nhân 2; 6; 18; … Số 39 366 là số hạng thứ bao nhiêu của cấp số nhân trên?

A. 10.

B. 9.

C. 16.

D. 12.

Phương pháp

Sử dụng kiến thức về công thức số hạng tổng quát của cấp số nhân: Cho cấp số nhân $\left(u_n\right)$ có số hạng đầu u_1 và công bội q thì số hạng tổng quát u_n của nó được xác định theo công thức: $u_n=u_1.q^{n-1}$.

Lời giải

Cấp số nhân trên có số hạng đầu $u_1=2$, công bội $q=3$.

Ta có: $39\,366=2.3^{n-1}\Leftrightarrow 3^{n-1}=19\,683\Leftrightarrow 3^{n-1}=3^9\Leftrightarrow n-1=9\Leftrightarrow n=10$

Đáp án A.

Câu 25: Kết quả của giới hạn $\lim\limits_{x\to 4^-}\dfrac{2x-16}{x-4}$ là:

A. 4.

B. 0.

C. $-\infty$.

D. $+\infty$.

Phương pháp

Sử dụng kiến thức tính giới hạn của thương $\dfrac{f\left(x\right)}{g\left(x\right)}$: Nếu $\lim\limits_{x\to x_0^-}f\left(x\right)=L<0$, $\lim\limits_{x\to x_0^+}g\left(x\right)=0$ và $g\left(x\right)<0$ thì $\lim\limits_{x\to x_0^-}\dfrac{f\left(x\right)}{g\left(x\right)}=+\infty$.

Lời giải

Ta có: $\lim\limits_{x\to 4^-}\left(2x-16\right)=2.4-16=-8<0, \lim\limits_{x\to 4^-}\left(x-4\right)=0$

Với $x\to 4^-$ thì $x<4$ nên $x-4<0$. Do đó, $\lim\limits_{x\to 4^-}\dfrac{2x-16}{x-4}=+\infty$

Đáp án D.

Câu 26: Chọn đáp án đúng:

A. $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(n^2-4n\right)=1$.

B. $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(n^2-4n\right)=+\infty$.

C. $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(n^2-4n\right)=-\infty$.

D. $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(n^2-4n\right)=0$.

Phương pháp

Sử dụng quy tắc về giới hạn vô cực của dãy số: Nếu $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=+\infty, \lim\limits_{n\to+\infty}v_n=a>0$ thì $\lim\limits_{n\to+\infty}u_nv_n=+\infty$.

Lời giải

Ta có: $n^2-4n=n^2\left(1-\dfrac{4}{n}\right)$

Vì $\lim\limits_{n\to+\infty} n^2 = +\infty, \lim\limits_{n\to+\infty}\left(1-\frac{4}{n}\right) = 1 > 0$ nên $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(n^2-4n\right) = +\infty$

Đáp án B.

Câu 27: Tính tổng sau: $S = 1-\frac{1}{3}+\frac{1}{9}-\frac{1}{27}+...+\left(\frac{-1}{3}\right)^{n-1}+...$

A. $S=\frac{1}{4}$.

B. $S=\frac{1}{3}$.

C. $S=\frac{3}{4}$.

D. $S=\frac{2}{3}$.

Phương pháp

Sử dụng kiến thức về tổng cấp số nhân lùi vô hạn: Cấp số nhân lùi vô hạn (u_n) với công bội q, số hạng đầu u_1 thì có tổng là $S=\frac{u_1}{1-q}$.

Lời giải

Tổng trên là cấp số nhân lùi vô hạn có $u_1 = 1,$ công bội $q=\frac{-1}{3}$

Do đó, $S=\frac{1}{1-\left(\frac{-1}{3}\right)}=\frac{3}{4}$

Đáp án C.

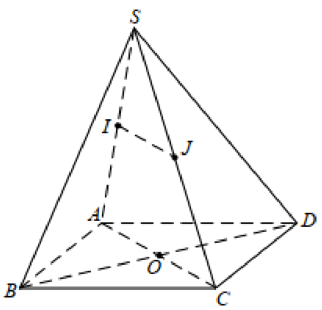
Câu 28: Cho hình chóp S. ABCD có đáy ABCD là hình bình hành. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của SA và SC. Chọn khẳng định đúng.

A. IJ // (ABCD).
B. IJ // (SBD).
C. IJ // (SAB).
D. Cả A, B, C đều sai.

Phương pháp

Sử dụng kiến thức về đường thẳng song song với mặt phẳng: Nếu đường thẳng a không nằm trong mặt phẳng (P) và song song với một đường thẳng nằm trong (P) thì a song song với (P).

Lời giải



Vì I, J lần lượt là trung điểm của SA và SC nên IJ là đường trung bình của tam giác SAC. Do đó, IJ // AC.
Mà $AC \subset (ABCD)$ nên IJ // (ABCD).

Đáp án A.

Câu 29: Cho tứ diện ABCD. Gọi I là trung điểm của AB, J là điểm thuộc cạnh AD sao cho $JA = 3JD$. Giao điểm của đường thẳng IJ và mặt phẳng (BDC) là:

A. Giao điểm của IJ và BC.

B. Giao điểm của IJ và DC.

C. Giao điểm của IJ và AB.

D. Giao điểm của IJ và DB.

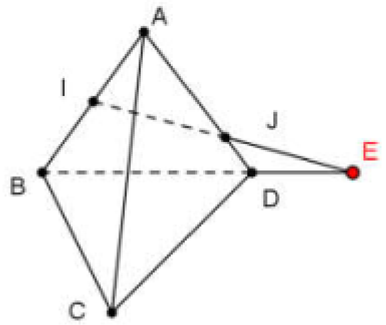
Phương pháp

Sử dụng kiến thức về cách tìm giao điểm của đường thẳng và mặt phẳng: Để tìm giao điểm của đường thẳng a và mặt phẳng (α) ta làm như sau:

+ Tìm trong mặt phẳng (α) đường thẳng b sao cho b cắt a tại A.

+ Khi đó, A là giao điểm của đường thẳng a và mặt phẳng (α).

Lời giải



Trong mặt phẳng (ABD), gọi E là giao điểm của IJ và BD.

Ta có: $\begin{cases} E \in IJ \\ E \in BD \subset (CBD) \end{cases}$ nên E là giao điểm của đường thẳng IJ và mặt phẳng (BDC).

Đáp án D.

Câu 30: Cho hình chóp S. ABCD có đáy là hình bình hành. Gọi O là giao điểm của hai đường chéo, M là trung điểm của SD. Gọi I là điểm thuộc cạnh AB sao cho $BI = \frac{1}{2}AI$. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (IOM) là:

A. Đường thẳng qua S song song với MO.

B. Đường thẳng qua I song song với MO.

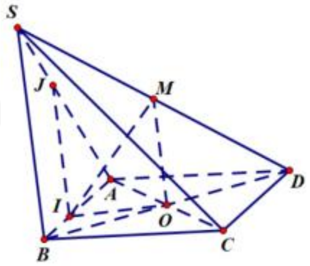
C. Đường thẳng qua S vuông góc với MO.

D. Đường thẳng qua I vuông góc với MO.

Phương pháp

Sử dụng kiến thức về giao tuyến của hai mặt phẳng: Nếu hai mặt phẳng chứa hai đường thẳng song song với nhau thì giao tuyến của chúng (nếu có) song song với hai đường thẳng đó hoặc trùng với một trong hai đường thẳng đó.

Lời giải



Vì M, O lần lượt là trung điểm của SD, BD nên MO là đường trung bình của tam giác SBD. Do đó, OM // SB.

Mà I là điểm chung của hai mặt phẳng (SAB) và (IOM); $OM \subset (IOM), SB \subset (SAB)$

Nên giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (IOM) là đường thẳng qua I và song song với OM, cắt SA tại J.

Đáp án B.

Phần tự luận

Bài 1. (1 điểm) Tính giới hạn sau: $I = \lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{2+2^2+2^2+...+2^n}{3+3^2+3^3+...+3^n}$

Phương pháp

Sử dụng kiến thức về giới hạn của của dãy số để tính: $\lim q^n = 0\left(|q|<1\right)$

Lời giải

Mẫu thức là tổng của n số hạng đầu tiên của một cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = 3$ và công bội $q = 3$

Do đó, $3+3^2+3^3+..+3^n = \dfrac{3\left(3^n-1\right)}{3-1} = \dfrac{3}{2}\left(3^n-1\right)$

Tử thức là tổng của n số hạng đầu tiên của một cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công bội $q = 2$

Do đó, $2+2^2+2^2+...+2^n = \dfrac{2\left(2^n-1\right)}{2-1} = 2\left(2^n-1\right)$

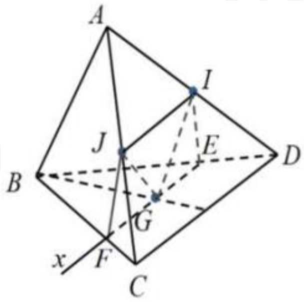
Khi đó, $I = \lim\limits_{n\to+\infty}\left(\dfrac{4}{3}.\dfrac{2^n-1}{3^n-1}\right) = \dfrac{4}{3}\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{2^n-1}{3^n-1} = \dfrac{4}{3}\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{\left(\dfrac{2}{3}\right)^n-\dfrac{1}{3^n}}{1-\dfrac{1}{3^n}} = 0$

Bài 2. (1 điểm) Cho tứ diện ABCD, gọi I và J theo thứ tự là trung điểm của AD và AC, G là trọng tâm của tam giác BCD. Tìm thiết diện của mặt phẳng (IJG) với tứ diện ABCD. Thiết diện là hình gì?

Phương pháp

Sử dụng kiến thức về giao tuyến của hai mặt phẳng: Nếu hai mặt phẳng chứa hai đường thẳng song song với nhau thì giao tuyến của chúng (nếu có) song song với hai đường thẳng đó hoặc trùng với một trong hai đường thẳng đó.

Lời giải



Vì I và J theo thứ tự là trung điểm của AD và AC nên IJ là đường trung bình của tam giác ACD.

Do đó, IJ // CD. Mà $IJ \subset (GIJ), CD \subset (BCD)$, G là điểm chung của hai mặt phẳng (GIJ) và (BCD).

Do đó, giao tuyến của hai mặt phẳng (GIJ) và (BCD) là Gx // CD // IJ.

Trong (BCD), gọi E, F lần lượt là giao điểm của Gx với BD và BC.

Tứ giác IJFE có: IJ // FE nên tứ giác IJFE là hình thang.

Ta có: $\begin{cases} IJ = (GIJ) \cap (ACD) \\ EI = (GIJ) \cap (ABD) \\ EF = (GIJ) \cap (BCD) \\ FJ = (GIJ) \cap (ABC) \end{cases}$

Do đó, thiết diện của mặt phẳng (GIJ) với tứ diện ABCD là hình thang IJFE.

Bài 3. (1 điểm) Biết rằng $\cos 2A + \dfrac{1}{64\cos^4 A} - (2\cos 2B + 4\sin B) + \dfrac{13}{4} \le 0$ với A, B, C là ba góc của tam giác ABC. Chứng minh rằng $B + C = 120^0$

Phương pháp

Sử dụng công thức: $\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x = 2\cos^2 x - 1$

Lời giải

$$\cos 2A + \frac{1}{64\cos^4 A} - (2\cos 2B + 4\sin B) + \frac{13}{4} \le 0$$

$$\Leftrightarrow 2\cos^2 A - 1 + \frac{1}{64\cos^4 A} - (2 - 4\sin^2 B + 4\sin B) + \frac{13}{4} \le 0$$

$$\Leftrightarrow \cos^2 A + \cos^2 A + \frac{1}{64\cos^4 A} + 4\sin^2 B - 4\sin B + 1 \le \frac{3}{4} (*)$$

Áp dụng BĐT Cauchy ta có: $\cos^2 A + \cos^2 A + \dfrac{1}{64\cos^4 A} \ge \dfrac{3}{4} (1)$

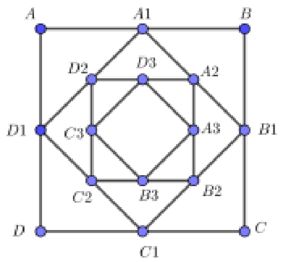
Mặt khác: $4\sin^2 B - 4\sin B + 1 = (2\sin B - 1)^2 \ge 0 (2)$

Từ (1) và (2) suy ra bất đẳng thức (*) thỏa mãn khi và chỉ khi:

$$\begin{cases} \cos^2 A = \dfrac{1}{64\cos^4 A} \\ \sin B = \dfrac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos A = \dfrac{1}{2} \\ \sin B = \dfrac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A = 60^0 \\ B = 30^0 \\ C = 90^0 \end{cases}$$

Do đó, $B+C=120^0$

Bài 4. (1 điểm) Cho hình vuông ABCD có cạnh bằng 4cm. Người ta dựng hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ có cạnh bằng $\frac{1}{2}$ đường chéo của hình vuông ABCD; dựng hình vuông $A_2B_2C_2D_2$ có cạnh bằng $\frac{1}{2}$ đường chéo của hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ và cứ tiếp tục như vậy. Giả sử cách dựng trên có thể tiến ra vô hạn. Tổng diện tích tất cả các hình vuông ABCD, $A_1B_1C_1D_1$, $A_2B_2C_2D_2$, … bằng bao nhiêu?



Phương pháp

Sử dụng kiến thức về tổng cấp số nhân lùi vô hạn: Cấp số nhân lùi vô hạn (u_n) với công bội q, số hạng đầu u_1 thì có tổng là $S=\frac{u_1}{1-q}$

Lời giải

Ta có: $S_1=S_{ABCD}=4^2;S_2=S_{A_1B_1C_1D_1}=\left(\frac{4\sqrt{2}}{2}\right)^2=\frac{4^2}{2};S_3=S_{A_2B_2C_2D_2}=\left(\frac{4\sqrt{2}}{2}.\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2=\frac{4^2}{2^2};\ldots$

$S_n=S_{A_nB_nC_nD_n}=4^2.\frac{1}{2^{n-1}};\ldots$

Như vậy, các số $S_1;S_2;...;S_n;...$ lập thành một cấp số nhân lùi vô hạn có $S_1=4^2,q=\frac{1}{2}$

Do đó: $S=S_1+S_2+...+S_n+...=\frac{S_1}{1-q}=\frac{4^2}{1-\frac{1}{2}}=2.4^2=32\left(cm^2\right)$