ĐỀ THI HỌC KÌ I – Đề số 3

Môn: Toán - Lớp 11

Bộ sách Cánh diều

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Phần trắc nghiệm

Câu 1. C	Câu 2. A	Câu 3. B	Câu 4. D	Câu 5. C	Câu 6. A
Câu 7. C	Câu 8. D	Câu 9. B	Câu 10. C	Câu 11. A	Câu 12. D
Câu 13. C	Câu 14. B	Câu 15. C	Câu 16. C	Câu 17. D	Câu 18. C
Câu 19. A	Câu 20. A	Câu 21. C	Câu 22. B	Câu 23. A	Câu 24. D
Câu 25. D	Câu 26. A	Câu 27. D	Câu 28. B	Câu 29. A	Câu 30. B

Câu 1: Xét góc lượng giác $\left(OA,OM\right)=\alpha$, trong đó M là điểm không nằm trên các trục tọa độ Ox và Oy. Khi đó, M thuộc góc phần tư nào để $\sin\alpha$ và $\cos\alpha$ trái dấu?

A. Góc phần tư thứ (I) và (II).
B. Góc phần tư thứ (I) và (III).
C. Góc phần tư thứ (II) và (IV).
D. Góc phần tư thứ (II) và (III).

Phương pháp

Sử dụng kiến thức về dấu của các giá trị lượng giác.

Với $\alpha\in$ góc phần tư thứ I thì: $\sin\alpha>0,\cos\alpha>0$

Với $\alpha\in$ góc phần tư thứ II thì: $\sin\alpha>0,\cos\alpha<0$

Với $\alpha\in$ góc phần tư thứ III thì: $\sin\alpha<0,\cos\alpha<0$

Với $\alpha\in$ góc phần tư thứ IV thì: $\sin\alpha<0,\cos\alpha>0$

Lời giải

Ta có: Với $\alpha\in$ góc phần tư thứ I thì: $\sin\alpha>0,\cos\alpha>0$

Với $\alpha\in$ góc phần tư thứ II thì: $\sin\alpha>0,\cos\alpha<0$

Với $\alpha\in$ góc phần tư thứ III thì: $\sin\alpha<0,\cos\alpha<0$

Với $\alpha\in$ góc phần tư thứ IV thì: $\sin\alpha<0,\cos\alpha>0$

Do đó, M thuộc góc phần tư thứ (II) và (IV) thì $\sin\alpha$ và $\cos\alpha$ trái dấu.

Đáp án C.

Câu 2: Cho $90^0<\alpha<180^0$. Chọn khẳng định đúng:

A. $\sin\alpha>0$.
B. $\cos\alpha>0$.
C. $\tan\alpha>0$.

D. $\cot\alpha > 0$.

Phương pháp

Sử dụng kiến thức về dấu của giá trị lượng giác: Với $90^0 < \alpha < 180^0$ thì $\sin\alpha > 0$, $\cos\alpha < 0, \tan\alpha < 0, \cot\alpha < 0$.

Lời giải

Với $90^0 < \alpha < 180^0$ thì $\sin\alpha > 0$, $\cos\alpha < 0, \tan\alpha < 0, \cot\alpha < 0$.

Đáp án A.

Câu 3: Trong các giá trị sau, $\sin\alpha$ **không** thể nhận giá trị nào?

A. 0,9.

B. 1,2.

C. 1.

D. $-0,5$.

Phương pháp

Sử dụng kiến thức về tập giá trị của hàm số $y = \sin x$: $-1 \le \sin x \le 1$

Lời giải

Vì $-1 \le \sin\alpha \le 1$ nên $\sin\alpha$ **không** thể nhận giá trị 1,2.

Đáp án B.

Câu 4: Chọn phát biểu đúng:

A. Hàm số $y = \cot x$ là hàm số chẵn.

B. Hàm số $y = \tan x$ là hàm số chẵn.

C. Hàm số $y = \sin x$ là hàm số chẵn.

D. Hàm số $y = \cos x$ là hàm số chẵn.

Phương pháp

Sử dụng kiến thức về hàm số chẵn: Hàm số $y = f(x)$ với tập xác định D được gọi là hàm số chẵn nếu với mọi $x \in D$ ta có $-x \in D$ và $f(-x) = f(x)$

Lời giải

Vì $\cos(-x) = \cos x$ nên hàm số $y = \cos x$ là hàm số chẵn.

Đáp án D.

Câu 5: Tập xác định của hàm số $y = 2\sin x$ là:

A. $[-1;1]$.

B. $(-1;1)$.

C. $\mathbb{R}$.

D. $\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$.

Phương pháp

Sử kiến thức về tập xác định của hàm số $y = \sin x$: Hàm số $y = \sin x$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

Lời giải

Hàm số $y = 2\sin x$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

Đáp án C.

Câu 6: Chọn khẳng định đúng:

A. Dãy số (u_n) được gọi là dãy số giảm nếu ta có: $u_{n+1} - u_n < 0$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.

B. Dãy số (u_n) được gọi là dãy số giảm nếu ta có: $u_{n+1} - u_n > 0$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.

C. Dãy số (u_n) được gọi là dãy số giảm nếu ta có: $u_{n+1} + u_n < 0$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.

D. Dãy số (u_n) được gọi là dãy số giảm nếu ta có: $u_{n+1} + u_n > 0$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$

Phương pháp

Sử dụng kiến thức về dãy số giảm: Dãy số (u_n) được gọi là dãy số giảm nếu ta có: $u_{n+1} < u_n$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$

Lời giải

Dãy số (u_n) được gọi là dãy số giảm nếu ta có: $u_{n+1} < u_n$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.

Tức là: Dãy số (u_n) được gọi là dãy số giảm nếu ta có: $u_{n+1} - u_n < 0$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.

Đáp án A.

Câu 7: Dãy số (u_n) gồm các số nguyên dương chia hết cho 5. Số nào dưới đây thuộc dãy số (u_n)?

A. 1.

B. 3.

C. 5.

D. 7.

Phương pháp

Sử dụng kiến thức về cách cho một dãy số bằng phương pháp mô tả.

Lời giải

Vì $5 \vdots 5$ nên 5 thuộc dãy số (u_n).

Đáp án C.

Câu 8: Cấp số cộng nào dưới đây có công sai bằng 3?

A. 1; 3; 5; 7; 9; 11; ...

B. 1; 3; 9; 27; …

C. 11; 8; 5; 2; …

D. 0; 3; 6; 9; …

Phương pháp

Sử dụng kiến thức về cấp số cộng: Cấp số cộng là một dãy số (hữu hạn hay vô hạn), trong đó kể từ số hạng thứ hai, mỗi số hạng đều bằng số hạng đứng ngay trước nó cộng với một số không đổi d.

Lời giải

Xét dãy số: 0; 3; 6; 9; … ta thấy: Kể từ số hạng thứ hai, mỗi số hạng đều bằng số hạng đứng ngay trước nó cộng với 3 nên dãy số 0; 3; 6; 9; … có công sai bằng 3.

Đáp án D.

Câu 9: Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 2$. Tính $\lim\limits_{n\to+\infty}(u_n - 6)$

A. $\lim\limits_{n\to+\infty}(u_n - 6) = 4$.

B. $\lim\limits_{n\to+\infty}(u_n - 6) = -4$.

C. $\lim\limits_{n\to+\infty}(u_n - 6) = 10$.

D. $\lim\limits_{n\to+\infty}(u_n - 6) = -10$.

Phương pháp

Sử dụng quy tắc về giới hạn dãy số: Nếu $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = a, \lim\limits_{n\to+\infty} v_n = b$ thì $\lim\limits_{n\to+\infty}(u_n + v_n) = a + b$.

Lời giải

$\lim\limits_{n\to+\infty}(u_n - 6) = 2 - 6 = -4$

Đáp án B.

Câu 10: Phát biểu nào sau đây là **sai**?

A. $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = c$ (c là hằng số).

B. $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{1}{n} = 0$.

C. $\lim\limits_{n\to+\infty} q^n = 0(|q| > 1)$.

D. $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{1}{n^k} = 0(k > 1)$.

Phương pháp

Sử dụng kiến thức giới hạn dãy số: $\lim\limits_{n\to+\infty} q^n = 0(|q| < 1)$

Lời giải

Vì $\lim\limits_{n\to+\infty} q^n = 0(|q| < 1)$ nên C là câu sai.

Đáp án C.

Câu 11: Giả sử hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục tại điểm x_o. Hàm số $y = \frac{f(x)}{g(x)}$ liên tục tại điểm x_o nếu:

A. $g(x_0) \neq 0$.

B. $f(x_0) \neq 0$.

C. $g\left(x_0\right)=0$.

D. $f\left(x_0\right)=0$.

Phương pháp

Sử dụng kiến thức về tính chất cơ bản của hàm số liên tục: Giả sử hai hàm số $y=f\left(x\right)$ và $y=g\left(x\right)$ liên tục tại điểm x_o. Hàm số $y=\frac{f\left(x\right)}{g\left(x\right)}$ liên tục tại điểm x_o nếu $g\left(x_0\right)\neq 0$.

Lời giải

Giả sử hai hàm số $y=f\left(x\right)$ và $y=g\left(x\right)$ liên tục tại điểm x_o. Hàm số $y=\frac{f\left(x\right)}{g\left(x\right)}$ liên tục tại điểm x_o nếu $g\left(x_0\right)\neq 0$.

Đáp án A.

Câu 12: Giá trị của $\lim\limits_{x\to+\infty} x^5$ là:

A. 3.

B. 2.

C. -2.

D. $+\infty$.

Phương pháp

Sử dụng quy tắc tính giới hạn của hàm số: $\lim\limits_{x\to+\infty} x^k=+\infty$ với k là số nguyên dương.

Lời giải

$\lim\limits_{x\to+\infty} x^5=+\infty$

Đáp án D.

Câu 13: Một mặt phẳng được xác định nếu mặt phẳng đó chứa:

A. Ba điểm phân biệt.

B. Một đường thẳng và một điểm thuộc đường thẳng đó.

C. Hai đường thẳng cắt nhau.

D. Hai đường thẳng phân biệt.

Phương pháp

Sử dụng kiến thức về cách xác định một mặt phẳng: Một mặt phẳng hoàn toàn được xác định khi chứa hai đường thẳng cắt nhau.

Lời giải

Một mặt phẳng hoàn toàn được xác định khi chứa hai đường thẳng cắt nhau.

Đáp án C.

Câu 14: Cho hình chóp S. ABCD với ABCD là hình bình hành. Hai điểm S và B cùng thuộc hai mặt phẳng:

A. (SAC) và (SBD).

B. (SAB) và (SBD).

C. (SAB) và (SDC).

D. A, B, C đều sai.

Phương pháp
Sử dụng kiến thức điểm thuộc mặt phẳng.
Lời giải
Hai điểm S và B cùng thuộc 2 mặt phẳng (SAB) và (SBD).
Đáp án B.

Câu 15: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Hai đường thẳng chéo nhau khi không có điểm chung.

B. Khi hai đường thẳng ở trên hai mặt phẳng thì hai đường thẳng đó chéo nhau.

C. Hai đường thẳng không có điểm chung là hai đường thẳng song song hoặc chéo nhau.

D. Hai đường thẳng song song khi và chỉ khi chúng ở trên cùng hai mặt phẳng.

Phương pháp
Sử dụng kiến thức về vị trí hai đường thẳng song song.
Lời giải
Hai đường thẳng không có điểm chung là hai đường thẳng song song hoặc chéo nhau.
Đáp án C.

Câu 16: Cho hình hộp ABCD. A'B'C'D'. Hình hộp đó có bao nhiêu mặt bên?

A. 6.

B. 5.

C. 4.

D. 3.

Phương pháp
Sử dụng kiến thức về hình hộp: Hình hộp ABCD. A'B'C'D' có bốn mặt bên là ABB'A', BCC'B', CDD'C', ADD'A'.
Lời giải
Hình hộp ABCD. A'B'C'D' có bốn mặt bên là ABB'A', BCC'B', CDD'C', ADD'A'.
Đáp án C.

Câu 17: Khẳng định nào sau đây là **sai**?

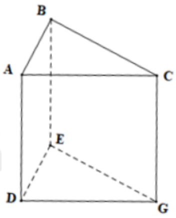
A. Hình lăng trụ có hai mặt đáy bằng nhau.

B. Hình lăng trụ có các mặt bên là hình bình hành.

C. Hình lăng trụ có các cạnh bên bằng nhau.

D. Hình lăng trụ có các mặt bên bằng nhau.

Phương pháp
Sử dụng kiến thức về hình lăng trụ.
Lời giải
Trong hình lăng trụ, các mặt bên có thể không bằng nhau.
Ví dụ: Hình lăng trụ dưới đây có các mặt bên không bằng nhau



Đáp án D.

Câu 18: Qua phép chiếu song song, tính chất nào **không** được bảo toàn?

A. Đồng quy.

B. Song song.

C. Chéo nhau.

D. Thẳng hàng.

Phương pháp

Sử dụng kiến thức về phép chiếu song song.

Lời giải

Qua phép chiếu song song, tính chất chéo nhau không được bảo toàn.

Đáp án C.

Câu 19: Biết rằng $\tan\alpha = 2$. Giá trị biểu thức $\frac{\sin\alpha + 2\cos\alpha}{3\sin\alpha - \cos\alpha}$ $(\cos\alpha \ne 0)$ là:

A. $\frac{4}{5}$.

B. 1.

C. $\frac{3}{5}$.

D. $\frac{5}{3}$.

Phương pháp

Sử dụng công thức: $\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$.

Lời giải

$$\frac{\sin\alpha + 2\cos\alpha}{3\sin\alpha - \cos\alpha} = \frac{\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} + \frac{2\cos\alpha}{\cos\alpha}}{\frac{3\sin\alpha}{\cos\alpha} - \frac{\cos\alpha}{\cos\alpha}} = \frac{\tan\alpha + 2}{3\tan\alpha - 1} = \frac{2+2}{3.2-1} = \frac{4}{5}$$

Đáp án A.

Câu 20: Cho tam giác ABC. Chọn đáp án đúng:

A. $\sin\frac{A+B}{2} = \cos\frac{C}{2}$.

B. $\sin\frac{A+B}{2} = -\sin\frac{C}{2}$.

C. $\sin\frac{A+B}{2}=-\cos\frac{C}{2}$.

D. $\sin\frac{A+B}{2}=\sin\frac{C}{2}$.

Phương pháp

Sử dụng công thức $\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\cos\alpha$

Lời giải

Vì $A+B+C=\pi\Rightarrow\frac{A+B}{2}=\frac{\pi}{2}-\frac{C}{2}$. Do đó: $\sin\frac{A+B}{2}=\sin\left(\frac{\pi}{2}-\frac{C}{2}\right)=\cos\frac{C}{2}$

Đáp án A.

Câu 21: Tập xác định của hàm số $y=\frac{2\sin x}{\sin x-\cos x}$ là:

A. $D=\mathbb{R}\setminus\{k\pi,k\in\mathbb{Z}\}$.

B. $D=\mathbb{R}\setminus\{k2\pi,k\in\mathbb{Z}\}$.

C. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{4}+k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

D. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Phương pháp

Sử dụng kiến thức về tập xác định của hàm số: Hàm phân thức xác định khi mẫu thức khác 0.

Lời giải

Hàm số $y=\frac{2\sin x}{\sin x-\cos x}$ xác định khi $\sin x-\cos x\neq 0\Leftrightarrow\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)\neq 0\Leftrightarrow x\neq\frac{\pi}{4}+k\pi,k\in\mathbb{Z}$

Đáp án C.

Câu 22: Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n=\frac{2n+1}{n+2}$. Số $\frac{167}{84}$ là số hạng thứ bao nhiêu của dãy số?

A. 240.

B. 250.

C. 260.

D. 270.

Phương pháp

Thay $u_n=\frac{167}{84}$ vào số hạng tổng quát rồi tìm n.

Lời giải

Ta có: $\frac{167}{84}=\frac{2n+1}{n+2}\Leftrightarrow 84(2n+1)=167(n+2)\Leftrightarrow 168n+84=167n+334\Leftrightarrow n=250$

Do đó, số $\frac{167}{84}$ là số hạng thứ 250 của dãy số.

Đáp án B.

Câu 23: Cho (u_n) là cấp số cộng thỏa mãn $u_2 = 8; u_4 = 12$. Số hạng đầu của cấp số cộng bằng:

A. 6.

B. 4.

C. 2.

D. Đáp án khác.

Phương pháp

Sử dụng kiến thức về công thức số hạng tổng quát của cấp số cộng: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu u_1 và công sai d thì số hạng tổng quát u_n của nó được xác định theo công thức: $u_n = u_1 + (n-1)d$.

Lời giải

Theo đầu bài ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} u_2 = u_1 + d \\ u_4 = u_1 + 3d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8 = u_1 + d \\ 12 = u_1 + 3d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 6 \\ d = 2 \end{cases}$$

Vậy số hạng đầu tiên của cấp số cộng là $u_1 = 6$.

Đáp án A.

Câu 24: Tính tổng $S = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + ... + \frac{1}{2^9}$

A. $S = \frac{1021}{511}$.

B. $S = \frac{1021}{512}$.

C. $S = \frac{1023}{511}$.

D. $S = \frac{1023}{512}$.

Phương pháp

Sử dụng kiến thức về công thức tổng của n số hạng đầu của cấp số nhân: Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu u_1 và công bội $q \neq 1$ thì $S = u_1 + u_2 + ... + u_n = \frac{u_1(1-q^n)}{1-q}$

Lời giải

Cấp số nhân trên có số hạng đầu $u_1 = 1$, công bội $q = \frac{1}{2}$. Do đó: $S = \frac{1.\left[1-\left(\frac{1}{2}\right)^{10}\right]}{1-\frac{1}{2}} = \frac{1023}{512}$

Đáp án D.

Câu 25: Kết quả của giới hạn $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(3x^4-2x^2-1\right)$ bằng:

A. 4.

B. 0.

C. $-\infty$.

D. $+\infty$.

Phương pháp

Sử dụng kiến thức giới hạn hàm số: Nếu $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$, $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=L>0$ thì $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x).g(x)\right]=+\infty$.

Lời giải

Ta có: $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(3x^4-2x^2-1\right)=\lim\limits_{x\to-\infty} x^4\left(3-\dfrac{2}{x^2}-\dfrac{1}{x^4}\right)$

Vì $\lim\limits_{x\to-\infty} x^4=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(3-\dfrac{2}{x^2}-\dfrac{1}{x^4}\right)=3>0$ nên $\lim\limits_{x\to-\infty} x^4\left(3-\dfrac{2}{x^2}-\dfrac{1}{x^4}\right)=+\infty$

Đáp án D.

Câu 26: Chọn đáp án đúng:

A. $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{3^n-2^n}{4.3^n+2^n}=\dfrac{1}{4}$.

B. $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{3^n-2^n}{4.3^n+2^n}=3$.

C. $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{3^n-2^n}{4.3^n+2^n}=\dfrac{1}{3}$.

D. $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{3^n-2^n}{4.3^n+2^n}=\dfrac{1}{2}$.

Phương pháp

Sử dụng quy tắc về giới hạn của dãy số: Nếu $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=a, \lim\limits_{n\to+\infty} v_n=b\ne0$ thì $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{u_n}{v_n}=\dfrac{a}{b}$.

Lời giải

$$\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{3^n-2^n}{4.3^n+2^n}=\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{1-\left(\frac{2}{3}\right)^n}{4+\left(\frac{2}{3}\right)^n}=\frac{1}{4}$$

Đáp án A.

Câu 27: Cho hàm số $f(x)=\dfrac{2x+1}{x^3-x}$. Kết luận nào sau đây là đúng?

A. Hàm số liên tục tại $x=-1$.

B. Hàm số liên tục tại $x=0$.

C. Hàm số liên tục tại $x=1$.

D. Hàm số liên tục tại $x=\frac{1}{4}$.

Phương pháp

Sử dụng kiến thức về tính liên tục của hàm số sơ cấp cơ bản: Hàm phân thức hữu tỉ (thương là hai đa thức) liên tục trên tập xác định của chúng.

Lời giải

Hàm số f(x) xác định khi $x^3-x\ne 0\Leftrightarrow x\left(x^2-1\right)\ne 0\Leftrightarrow \begin{cases} x\ne 0 \\ x\ne \pm 1\end{cases}$

Do đó, hàm số f(x) liên tục trên các khoảng $\left(-\infty;-1\right),\left(-1;0\right),\left(0;1\right),\left(1;+\infty\right)$

Vậy hàm số liên tục tại $x=\frac{1}{4}$

Đáp án D.

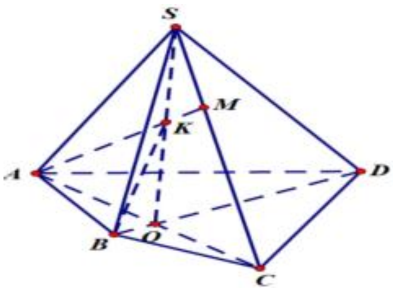
Câu 28: Cho hình chóp tứ giác S. ABCD có BD và AC cắt nhau tại O. Trên SC lấy M không trùng với S và C, đường thẳng AM cắt SO tại K. Đường thẳng SD cắt đường thẳng nào?

A. BC.
B. BK.
C. AC.
D. AM.

Phương pháp

Sử dụng kiến thức về hai đường thẳng cắt nhau.

Lời giải



Vì hai đường thẳng SD và BK cùng nằm trong mặt phẳng (SBD) nên đường thẳng SD cắt đường thẳng BK.

Đáp án B.

Câu 29: Cho hình chóp S. ABCD có đáy là hình thang (AD// CB, $BC<AD$). Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và SD. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. MN//BC.

B. $MN\perp BC$.

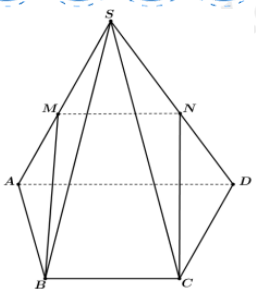
C. MN cắt BC.

D. Cả A, B, C đều sai.

Phương pháp

Sử dụng kiến thức về tính chất của hai đường thẳng song song: Trong không gian, hai đường thẳng phân biệt cùng song song với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

Lời giải



Vì M, N lần lượt là trung điểm của SA và SD nên MN là đường trung bình của tam giác SAD.
Do đó, MN//AD. Mà AD// CB nên MN//BC

Đáp án A.

Câu 30: Cho hình chóp S. ABCD có đáy ABCD là hình thang (AB//CD). Gọi O là giao điểm của AC và BD, I là giao điểm của AD và BC. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) là:

A. SI.

B. SO.

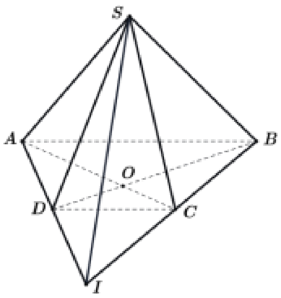
C. Đường thẳng qua S vuông góc với SI.

D. Đường thẳng qua S song song với DC.

Phương pháp

Sử dụng kiến thức về giao tuyến của hai mặt phẳng: Đường thẳng d (nếu có) của hai mặt phẳng phân biệt (P) và (Q) được gọi là giao tuyến của hai mặt phẳng đó và kí hiệu là $d=(P)\cap(Q)$.

Lời giải



Ta có: S là điểm chung của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD).
Vì O là giao điểm của AC và BD nên O là điểm chung của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD).
Vậy giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) là SO.

Đáp án B.

Phần tự luận (4 điểm)

Bài 1. (1 điểm) Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{x-1}-\dfrac{3}{x^3-1} & \text{khi } x>1\\ mx+3 & \text{khi } x\le 1\end{cases}$. Tìm m để hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

Phương pháp

Sử dụng kiến thức về hàm số liên tục: Hàm số $y=f(x)$ được gọi là liên tục trên khoảng $(a;b)$ nếu nó liên tục tại mọi điểm thuộc khoảng này.

Lời giải

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$

Khi $x\in(-\infty;1)$: Hàm số $f(x)=mx+3$ liên tục trên $(-\infty;1)$.

Khi $x \in (1;+\infty)$: Hàm số $f(x) = \frac{1}{x-1} - \frac{3}{x^3-1}$ liên tục trên $(1;+\infty)$.

Tại $x = 1$:

$$\lim_{x\to 1^+} f(x) = \lim_{x\to 1^+}\left(\frac{1}{x-1} - \frac{3}{x^3-1}\right) = \lim_{x\to 1^+} \frac{x^2+x+1-3}{(x-1)(x^2+x+1)} = \lim_{x\to 1^+}\frac{x^2+x-2}{(x-1)(x^2+x+1)}$$

$$= \lim_{x\to 1^+}\frac{(x-1)(x+2)}{(x-1)(x^2+x+1)} = \lim_{x\to 1^+}\frac{x+2}{x^2+x+1} = \frac{3}{3} = 1$$

$\lim_{x\to 1^-}(mx+3) = m+3$, $f(1) = m+3$

Hàm số f(x) liên tục trên $\mathbb{R}$ $\Leftrightarrow$ hàm số f(x) liên tục tại $x = 1 \Leftrightarrow \lim_{x\to 1^+} f(x) = \lim_{x\to 1^-} f(x) = f(1)$

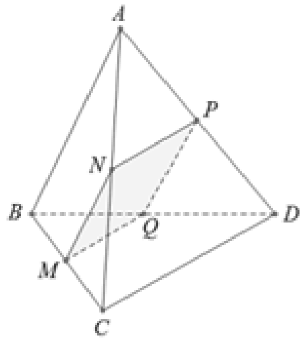
Tức là: $m+3 = 1 \Leftrightarrow m = -2$

Bài 2. (1 điểm) Cho tứ giác ABCD có $AB = CD$. Gọi M là trung điểm của BC. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M song song với AB và CD. Thiết diện của tứ diện ABCD cắt bởi mặt phẳng (P) là hình gì?

Phương pháp

Sử dụng kiến thức về giao tuyến của hai mặt phẳng: Nếu hai mặt phẳng chứa hai đường thẳng song song với nhau thì giao tuyến của chúng (nếu có) song song với hai đường thẳng đó hoặc trùng với một trong hai đường thẳng đó.

Lời giải



Vì (P) qua M và song song với AB nên $(P)\cap(ABC) = MN$, với N là giao điểm của đường thẳng qua M song song với AB và cạnh AC.

Vì (P) qua N và song song với CD nên $(P)\cap(ACD) = NP$, với P là giao điểm của đường thẳng qua N song song với CD và cạnh AD.

Vì (P) qua M và song song với CD nên $(P)\cap(BCD) = MQ$, với Q là giao điểm của đường thẳng qua M song song với CD và cạnh BD.

Do đó, thiết diện của tứ diện ABCD cắt bởi mặt phẳng (P) là tứ giác MNPQ.

Ta có: MN//PQ, $MN = PQ = \frac{1}{2}AB$, MQ//PN, $MQ = PN = \frac{1}{2}DC$, $AB = CD$

Do đó, $MN = NP = PQ = QM$ nên tứ giác MNPQ là hình thoi.

Bài 3. (1 điểm) Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2\cos^2 x + 5\sin x + 1$ trên $\left[\frac{\pi}{3};\frac{5\pi}{6}\right]$.

Phương pháp

Sử dụng kiến thức công thức: $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$

Lời giải

Ta có: $y = 2\cos^2 x + 5\sin x + 1 = 2\left(1 - \sin^2 x\right) + 5\sin x + 1 = -2\sin^2 x + 5\sin x + 3$ (1)

Đặt $\sin x = t$. Vì $x \in \left[\frac{\pi}{3}; \frac{5\pi}{6}\right]$ nên $t \in \left[\frac{1}{2}; 1\right]$.

Thay $\sin x = t$ vào (1) ta có: $y = -2t^2 + 5t + 3$ với $t \in \left[\frac{1}{2}; 1\right]$

Ta có bảng:

t		$\frac{1}{2}$		1	
$f(t)$		5	$\nearrow$	6	

Từ bảng ta có:

Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên $\left[\frac{\pi}{3}; \frac{5\pi}{6}\right]$ là 6 khi $t = 1$ hay $x = \frac{\pi}{2}$

Giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên $\left[\frac{\pi}{3}; \frac{5\pi}{6}\right]$ là 5 khi $t = \frac{1}{2}$ hay $x = \frac{5\pi}{6}$

Bài 4. (1 điểm) Cho dãy số được xác định bởi: $u_1 = 1; u_{n+1} = \frac{1}{3}\left(2u_n + \frac{n-1}{n^2 + 3n + 2}\right), n \in \mathbb{N}^*$. Tính u_{2020}.

Phương pháp

Sử dụng kiến thức về công thức số hạng tổng quát của dãy số.

Lời giải

Ta có: $u_{n+1} = \frac{1}{3}\left(2u_n + \frac{n-1}{n^2+3n+2}\right) = \frac{1}{3}\left(2u_n + \frac{3}{n+2} - \frac{2}{n+1}\right) = \frac{2}{3}u_n + \frac{1}{n+2} - \frac{2}{3}.\frac{1}{n+1}$

$\Leftrightarrow u_{n+1} - \frac{1}{n+2} = \frac{2}{3}\left(u_n - \frac{1}{n+1}\right)$ (1)

Đặt $v_n = u_n - \frac{1}{n+1}$, từ (1) suy ra $v_{n+1} = \frac{2}{3}v_n$

Do đó, (v_n) là cấp số nhân với $v_1 = u_1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$, công bội $q = \frac{2}{3}$

Suy ra: $v_n = v_1.q^{n-1} = \frac{1}{2}\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1} \Leftrightarrow u_n - \frac{1}{n+1} = \frac{1}{2}\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1} \Leftrightarrow u_n = \frac{1}{2}\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1} + \frac{1}{n+1}$

Vậy $u_{2020} = \frac{1}{2}\left(\frac{2}{3}\right)^{2019} + \frac{1}{2021} = \frac{2^{2018}}{3^{2019}} + \frac{1}{2021}$