ĐỀ THI HỌC KÌ I – Đề số 4

Môn: Toán - Lớp 11

Bộ sách Cánh diều

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Phần trắc nghiệm

Câu 1. C	Câu 2. B	Câu 3. D	Câu 4. B	Câu 5. C	Câu 6. A
Câu 7. D	Câu 8. D	Câu 9. B	Câu 10. A	Câu 11. B	Câu 12. D
Câu 13. D	Câu 14. A	Câu 15. C	Câu 16. C	Câu 17. A	Câu 18. C
Câu 19. A	Câu 20. B	Câu 21. C	Câu 22. C	Câu 23. D	Câu 24. B
Câu 25. A	Câu 26. B	Câu 27. C	Câu 28. C	Câu 29. B	Câu 30. D

Câu 1: Nghiệm của phương trình $\tan 2x = \tan\frac{\pi}{4}$ là:

A. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = \frac{\pi}{8} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

Phương pháp

Sử dụng kiến thức giải phương trình lượng giác: Với mọi $m \in \mathbb{R}$, tồn tại duy nhất $\alpha \in \left(\frac{-\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ thỏa mãn $\tan\alpha = m$. Khi đó, $\tan x = m \Leftrightarrow \tan x = \tan\alpha \Leftrightarrow x = \alpha + k\pi\left(k \in \mathbb{Z}\right)$

Lời giải

Ta có: $\tan 2x = \tan\frac{\pi}{4} \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{4} + k\pi\left(k \in \mathbb{Z}\right) \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2}\left(k \in \mathbb{Z}\right)$

Đáp án C.

Câu 2: $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi\left(k \in \mathbb{Z}\right)$ là nghiệm của phương trình:

A. $\sin x = 0$.

B. $\sin x = 1$.

C. $\sin 2x = 0$.

D. Cả A, B, C đều sai.

Phương pháp

Sử dụng kiến thức về nghiệm phương trình lượng giác: Phương trình $\sin x = 1$ có nghiệm là: $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \left(k \in \mathbb{Z} \right)$

Lời giải

Phương trình $\sin x = 1$ có nghiệm là: $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \left(k \in \mathbb{Z} \right)$

Đáp án B.

Câu 3: Tập giá trị của hàm số $y = \cos x$ là:

A. $D = \left(-1;1 \right)$.

B. $D = \left(-2;2 \right)$.

C. $D = \left[-2;2 \right]$.

D. $D = \left[-1;1 \right]$.

Phương pháp

Sử dụng kiến thức về tập giá trị của hàm số $y = \cos x$: Hàm số $y = \cos x$ có tập giá trị là: $D = \left[-1;1 \right]$

Lời giải

Tập giá trị của hàm số $y = \cos x$ là: $D = \left[-1;1 \right]$

Đáp án D.

Câu 4: Hàm số nào sau đây là hàm số lẻ?

A. $y = \cos x$.

B. $y = \tan x$.

C. $y = \sin^2 x$.

D. $y = \cos^2 x$.

Phương pháp

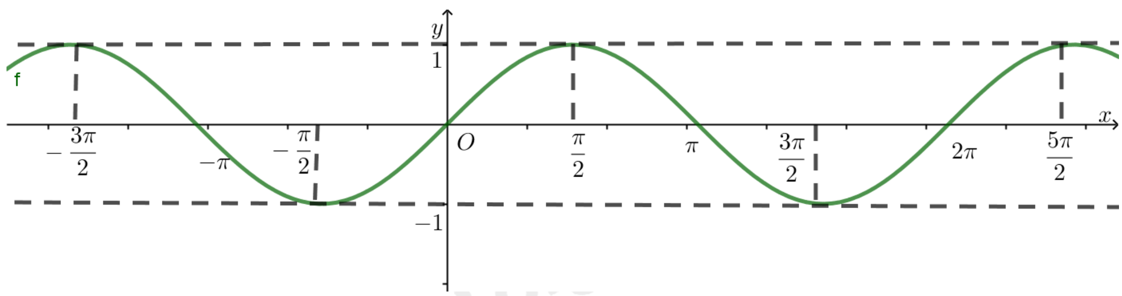
Sử dụng kiến thức về hàm số lẻ: Hàm số $y = f\left(x \right)$ với tập xác định D được gọi là hàm số lẻ nếu với mọi $x \in D$ ta có $-x \in D$ và $f\left(-x \right) = -f\left(x \right)$

Lời giải

Vì $\tan \left(-x \right) = -\tan x$ nên hàm số $y = \tan x$ là hàm số lẻ.

Đáp án B.

Câu 5: Hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số nào?



A. $y = \cot x$.

B. $y = \tan x$.

C. $y = \sin x$.

D. $y = \cos x$.

Phương pháp

Sử dụng kiến thức về đồ thị hàm số $y = \sin x$.

Lời giải

Hình trên là đồ thị của hàm số $y = \sin x$

Đáp án C.

Câu 6: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu u_1 và công sai d. Số hạng tổng quát u_n được xác định theo công thức:

A. $u_n = u_1 + (n-1)d$.

B. $u_n = u_1 + nd$.

C. $u_n = u_1.d^n$.

D. $u_n = u_1.d^{n-1}$.

Phương pháp

Sử dụng kiến thức về số hạng tổng quát của cấp số cộng: Cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu u_1 và công sai d. Số hạng tổng quát u_n được xác định theo công thức: $u_n = u_1 + (n-1)d$.

Lời giải

Cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu u_1 và công sai d. Số hạng tổng quát u_n được xác định theo công thức: $u_n = u_1 + (n-1)d$.

Đáp án A.

Câu 7: Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu u_1 và công bội q. Số hạng tổng quát u_n được xác định theo công thức:

A. $u_n = u_1 + (n-1)q$ với $n \ge 2$.

B. $u_n = u_1 + nq$ với $n \ge 2$.

C. $u_n = u_1.q^n$ với $n \ge 2$.

D. $u_n = u_1.q^{n-1}$ với $n \ge 2$.

Phương pháp

Sử dụng kiến thức về số hạng tổng quát của cấp số nhân: Cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu u_1 và công bội q. Số hạng tổng quát u_n được xác định theo công thức: $u_n = u_1.q^{n-1}$ với $n \ge 2$.

Lời giải

Cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu u_1 và công bội q. Số hạng tổng quát u_n được xác định theo công thức:
$u_n = u_1.q^{n-1}$ với $n \ge 2$.

Đáp án D.

Câu 8: Dãy số nào dưới đây gồm các số tự nhiên chẵn nhỏ hơn 10?

A. 1; 3; 5; 7; 9.

B. 2; 4; 6; 8.

C. 2; 4; 6; 8; 10.

D. 0; 2; 4; 6; 8.

Phương pháp

Sử dụng kiến thức về cách cho một dãy số.

Lời giải

Dãy số gồm các số tự nhiên chẵn nhỏ hơn 10 là: 0; 2; 4; 6; 8.

Đáp án D.

Câu 9: Chọn đáp án đúng:

A. $\lim\limits_{x \to -\infty} x^k = k$ với k là số nguyên dương.

B. $\lim\limits_{x \to -\infty} x^k = +\infty$ với k là số chẵn.

C. $\lim\limits_{x \to -\infty} x^k = +\infty$ với k là số nguyên dương.

D. $\lim\limits_{x \to -\infty} x^k = +\infty$ với k là số lẻ.

Phương pháp

Sử dụng quy tắc về giới hạn hàm số: $\lim\limits_{x \to -\infty} x^k = +\infty$ với k là số chẵn.

Lời giải

$\lim\limits_{x \to -\infty} x^k = +\infty$ với k là số chẵn.

Đáp án B.

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng (a; b) chứa điểm x_0. Hàm số f(x) được gọi là liên tục tại điểm x_0 nếu:

A. $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = f(x_0)$.

B. $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) \ne f(x_0)$.

C. $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) > f(x_0)$.

D. $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) < f(x_0)$.

Phương pháp

Sử dụng kiến thức hàm số liên tục: Hàm số $y = f(x)$ được xác định trên khoảng (a; b) chứa điểm x_0. Hàm số f(x) được gọi là liên tục tại điểm x_0 nếu $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=f(x_0)$.

Lời giải

Hàm số $y=f(x)$ được xác định trên khoảng (a; b) chứa điểm x_0. Hàm số f(x) được gọi là liên tục tại điểm x_0 nếu $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=f(x_0)$.

Đáp án A.

Câu 11: Cho hàm số f(x) thỏa mãn $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=2$. Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to 0} 3f(x)$.

A. $\lim\limits_{x\to 0} 3f(x)=5$.

B. $\lim\limits_{x\to 0} 3f(x)=6$.

C. $\lim\limits_{x\to 0} 3f(x)=2$.

D. $\lim\limits_{x\to 0} 3f(x)=3$.

Phương pháp

Sử dụng kiến thức về giới hạn của hàm số: Nếu $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=L, \lim\limits_{x\to x_0} g(x)=M$ thì $\lim\limits_{x\to x_0}\left[f(x).g(x)\right]=L.M$

Lời giải

$\lim\limits_{x\to 0} 3f(x)=\lim\limits_{x\to 0} 3.\lim\limits_{x\to 0} f(x)=3.2=6$

Đáp án B.

Câu 12: Cho dãy số (u_n) có $\lim\limits_{n\to +\infty} u_n=6$, dãy số (v_n) có $\lim\limits_{n\to +\infty} v_n=2$. Chọn khẳng định đúng:

A. $\lim\limits_{n\to +\infty} \frac{u_n}{v_n}=-\infty$.

B. $\lim\limits_{n\to +\infty} \frac{u_n}{v_n}=+\infty$.

C. $\lim\limits_{n\to +\infty} \frac{u_n}{v_n}=2$.

D. $\lim\limits_{n\to +\infty} \frac{u_n}{v_n}=3$.

Phương pháp

Sử dụng quy tắc tính giới hạn của dãy số: Nếu $\lim\limits_{n\to +\infty} u_n=a, \lim\limits_{n\to +\infty} v_n=b\ne 0$ thì $\lim\limits_{n\to +\infty} \frac{u_n}{v_n}=\frac{a}{b}$.

Lời giải

$\lim\limits_{n\to +\infty} \frac{u_n}{v_n}=\frac{6}{2}=3$

Đáp án D.

Câu 13: Trong các câu sau, câu nào **sai**?

A. Hai đường thẳng song song thì không có điểm chung.

B. Hai đường thẳng đồng phẳng và không có điểm chung thì song song.

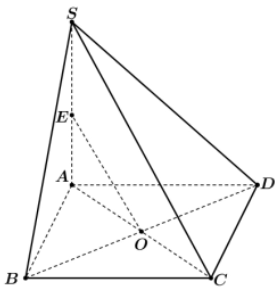
C. Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.

D. Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.

Phương pháp
Sử dụng kiến thức về vị trí tương đối của hai đường thẳng trong không gian.
Lời giải
Hai đường thẳng không có điểm chung thì có thể song song hoặc chéo nhau nên đáp án D sai.
Đáp án D.

Câu 14: Cho hình chóp S. ABCD với ABCD là hình bình hành tâm O. Gọi E là trung điểm của SA. Đường thẳng OE nằm trong mặt phẳng nào?

A. (SAC).
B. (SBD).
C. (SDC).
D. (SAB).
Phương pháp
Sử dụng kiến thức đường thẳng nằm trong mặt phẳng: Nếu một đường thẳng có hai điểm phân biệt thuộc một mặt phẳng thì tất cả các điểm của đường thẳng đều thuộc mặt phẳng đó.
Lời giải



Do $O \in AC \subset (SAC), E \in SA \subset (SAC)$ nên đường thẳng OE nằm trong mặt phẳng (SAC)

Đáp án A.

Câu 15: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Hai đường thẳng chéo nhau khi không có điểm chung.
B. Khi hai đường thẳng ở trên hai mặt phẳng thì hai đường thẳng đó chéo nhau.
C. Hai đường thẳng chéo nhau thì hai đường thẳng đó thuộc hai mặt phẳng khác nhau.
D. Hai đường thẳng song song khi và chỉ khi chúng ở trên cùng hai mặt phẳng.
Phương pháp
Sử dụng kiến thức về vị trí hai đường thẳng trong không gian.
Lời giải
Hai đường thẳng chéo nhau thì hai đường thẳng đó thuộc hai mặt phẳng khác nhau
Đáp án C.
Câu 16: Chọn câu đúng:

A. Nêu đường thẳng a nằm trong mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (Q) thì mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (Q).
B. Nếu trong mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng phân biệt song song mặt phẳng (Q) thì mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (Q).
C. Nếu trong mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng cắt nhau và hai đường thẳng này song song với mặt phẳng (Q) thì mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (Q).

D. Cả A, B, C đều sai.

Phương pháp

Sử dụng kiến thức hai mặt phẳng song song: Nếu trong mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng cắt nhau và hai đường thẳng này song song với mặt phẳng (Q) thì mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (Q).

Lời giải

Nếu trong mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng cắt nhau và hai đường thẳng này song song với mặt phẳng (Q) thì mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (Q).

Đáp án C.

Câu 17: Hình tứ diện đều có bốn mặt là hình gì?

A. Tam giác đều.
B. Tam giác cân.
C. Tam giác vuông.
D. Tam giác vuông cân.

Phương pháp

Sử dụng kiến thức về hình tứ diện đều: Hình tứ diện có bốn mặt là các tam giác đều gọi là hình tứ diện đều.

Lời giải

Hình tứ diện đều có bốn mặt là các tam giác đều.

Đáp án A.

Câu 18: Chọn câu đúng:

A. Trong không gian, phép chiếu song song biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm không thẳng hàng và làm thay đổi thứ tự ba điểm đó.
B. Trong không gian, phép chiếu song song biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và làm thay đổi thứ tự ba điểm đó.
C. Trong không gian, phép chiếu song song biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và không làm thay đổi thứ tự ba điểm đó.
D. Trong không gian, phép chiếu song song biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm không thẳng hàng và không làm thay đổi thứ tự ba điểm đó.

Phương pháp

Sử dụng kiến thức về phép chiếu song song: Trong không gian, phép chiếu song song biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và không làm thay đổi thứ tự ba điểm đó.

Lời giải

Trong không gian, phép chiếu song song biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và không làm thay đổi thứ tự ba điểm đó.

Đáp án C.

Câu 19: Cho hai góc nhọn a và b. Biết $\cos a = \frac{1}{3}; \cos b = \frac{1}{5}$. Giá trị $\cos\left(a+b\right).\cos\left(a-b\right)$ bằng:

A. $\frac{-191}{225}$.
B. $\frac{191}{225}$.
C. $\frac{-193}{225}$.
D. $\frac{193}{225}$.

Phương pháp

Sử dụng công thức: $\cos a.\cos b=\frac{1}{2}\left[\cos\left(a+b\right)+\cos\left(a-b\right)\right]$.

Lời giải

$$\cos\left(a+b\right).\cos\left(a-b\right)=\frac{1}{2}\left(\cos 2a+\cos 2b\right)=\frac{1}{2}\left(2\cos^2 a-1+2\cos^2 b-1\right)=\cos^2 a+\cos^2 b-1$$

$$=\left(\frac{1}{3}\right)^2+\left(\frac{1}{5}\right)^2-1=\frac{-191}{225}$$

Đáp án A.

Câu 20: Nghiệm của phương trình $\sin 2x-\cos x=0$ là:

A. $\left[\begin{array}{l} x=-\frac{\pi}{6}+\frac{k2\pi}{3} \\ x=-\frac{\pi}{2}+k2\pi \end{array}\right.\left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

B. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{6}+\frac{k2\pi}{3} \\ x=\frac{\pi}{2}+k2\pi \end{array}\right.\left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

C. $\left[\begin{array}{l} x=-\frac{\pi}{6}+\frac{k2\pi}{3} \\ x=\frac{\pi}{2}+k2\pi \end{array}\right.\left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

D. $\left[\begin{array}{l} x=-\frac{\pi}{6}+\frac{k2\pi}{3} \\ x=\frac{\pi}{2}+k\pi \end{array}\right.\left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

Phương pháp

Phương trình $\sin x=\sin\alpha$ có nghiệm: $x=\alpha+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$ và $x=\pi-\alpha+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$

Lời giải

$$\sin 2x-\cos x=0\Leftrightarrow \sin 2x=\cos x\Leftrightarrow \sin 2x=\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} 2x=\frac{\pi}{2}-x+k2\pi \\ 2x=\pi-\left(\frac{\pi}{2}-x\right)+k2\pi \end{array}\right.\left(k\in\mathbb{Z}\right)$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} 3x=\frac{\pi}{2}+k2\pi \\ x=\frac{\pi}{2}+k2\pi \end{array}\right.\left(k\in\mathbb{Z}\right)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{6}+\frac{k2\pi}{3} \\ x=\frac{\pi}{2}+k2\pi \end{array}\right.\left(k\in\mathbb{Z}\right)$$

Đáp án B.

Câu 21: Cho $\cos\alpha=\frac{1}{4}$ và $0<\alpha<\frac{\pi}{2}$ thì $\sin 2\alpha$ bằng:

A. $\frac{-\sqrt{15}}{16}$.

B. $\frac{\sqrt{15}}{16}$.

C. $\frac{\sqrt{15}}{8}$.

D. $-\frac{\sqrt{15}}{8}$.

Phương pháp

Sử dụng kiến công thức: $\sin^2 a+\cos^2 a=1,\sin 2a=2\sin a\cos a$

Lời giải

Vì $0<\alpha<\frac{\pi}{2}$ nên $\sin\alpha>0$. Ta có: $\sin\alpha=\sqrt{1-\left(\frac{1}{4}\right)^2}=\frac{\sqrt{15}}{4}$

Do đó, $\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha=2.\frac{1}{4}.\frac{\sqrt{15}}{4}=\frac{\sqrt{15}}{8}$

Đáp án C.

Câu 22: Cho dãy số (u_n) xác định bởi: $\begin{cases} u_1=\frac{1}{4} \\ u_n=\frac{1}{2+u_{n-1}},\forall n\ge 2\end{cases}$. Chọn đáp án đúng

A. $u_2=\frac{9}{4}$.

B. $u_2=\frac{8}{9}$.

C. $u_3=\frac{9}{22}$.

D. $u_3=\frac{22}{9}$.

Phương pháp

Sử dụng kiến thức về dãy số cho bởi công thức truy hồi.

Lời giải

Ta có: $u_2=\frac{1}{2+u_1}=\frac{1}{2+\frac{1}{4}}=\frac{4}{9},u_3=\frac{1}{2+u_2}=\frac{1}{2+\frac{4}{9}}=\frac{9}{22}$

Đáp án C.

Câu 23: Một thửa ruộng bậc thang có thửa thấp nhất (bậc thấp nhất) nằm ở độ cao 900m so với mực nước biển và độ chênh lệch giữa thửa trên và thửa dưới (hai thửa liên tiếp) trung bình là 1,5m. Hỏi bậc thứ 19 của thửa ruộng đó có độ cao là bao nhiêu so với mực nước biển?

A. 930m.

B. 928,5m.

C. 925,5m.

D. 927m.

Phương pháp

Sử dụng kiến thức về công thức số hạng tổng quát của cấp số cộng: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu

u_1 và công sai d thì số hạng tổng quát u_n của nó được xác định theo công thức: $u_n = u_1 + (n-1)d$.

Lời giải

Gọi u_n là chiều cao so với mực nước biển của thửa ruộng bậc thang ở bậc thứ n.

Khi đó, (u_n) là một cấp số cộng với $u_1 = 900m$ và $d = 1,5m$

Ta có: $u_{19} = u_1 + 18d = 900 + 18.1,5 = 927$

Vậy bậc thứ 19 của thửa ruộng có độ cao là 927m so với mực nước biển.

Đáp án D.

Câu 24: Cho dãy số (u_n) với $u_n = 6 - 4n - 4n^2$. Chọn khẳng định đúng:

A. Dãy số trên bị chặn dưới.
B. Dãy số trên bị chặn trên.
C. Dãy số trên không bị chặn.
D. Dãy số trên bị chặn.

Phương pháp

Sử dụng kiến thức về dãy số bị chặn:

Dãy số (u_n) được gọi là bị chặn trên nếu tồn tại một số M sao cho $u_n \le M$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$

Dãy số (u_n) được gọi là bị chặn dưới nếu tồn tại một số m sao cho $u_n \ge m$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$

Dãy số (u_n) được gọi là bị chặn nếu nó vừa bị chặn trên vừa bị chặn dưới.

Lời giải

Ta có: $u_n = 6 - 4n - 4n^2 = 7 - (1 + 4n + 4n^2) = 7 - (2n+1)^2 \le 7$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.

Do đó, dãy số (u_n) bị chặn trên, không bị chặn dưới.

Đáp án B.

Câu 25: Với giá trị nào của m thì $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{mx+5}{x+1} = 6$?

A. $m = 7$.
B. $m = -7$.
C. $m = 1$.
D. $m = -1$.

Phương pháp

Sử dụng kiến thức giới hạn hàm số: $\lim\limits_{x \to x_0} x^n = x_0^n$ với $n \in \mathbb{N}$

Lời giải

$$\lim_{x \to 1} \frac{mx+5}{x+1} = \frac{m+5}{1+1} = \frac{m+5}{2}$$

Do đó, $\dfrac{m+5}{2} = 6 \Leftrightarrow m + 5 = 12 \Leftrightarrow m = 7$

Đáp án A.

Câu 26: Chọn đáp án đúng:

A. $\lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{\sqrt{n^2+2n}}{n-2} = \dfrac{1}{2}$.

B. $\lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{\sqrt{n^2+2n}}{n-2} = 1$.

C. $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{\sqrt{n^2+2n}}{n-2}=-\frac{1}{2}$.

D. $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{\sqrt{n^2+2n}}{n-2}=-1$.

Phương pháp

Sử dụng quy tắc về giới hạn của dãy số: Nếu $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=a,\ \lim\limits_{n\to+\infty}v_n=b\neq 0$ thì $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{u_n}{v_n}=\frac{a}{b}$.

Lời giải

$$\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{\sqrt{n^2+2n}}{n-2}=\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{\sqrt{\frac{n^2}{n^2}+\frac{2}{n}}}{\frac{n}{n}-\frac{2}{n}}=\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{\sqrt{1+\frac{2}{n}}}{1-\frac{2}{n}}=1$$

Đáp án B.

Câu 27: Cho hàm số $f(x)=\frac{x^2-5}{x^2+5x+4}$. Hàm số f(x) liên tục trên khoảng nào?

A. $(-\infty;4)$.

B. $(-\infty;-1)$.

C. $(-1;+\infty)$.

D. $(-4;+\infty)$.

Phương pháp

Sử dụng kiến thức về tính liên tục của hàm số sơ cấp cơ bản: Hàm phân thức hữu tỉ (thương là hai đa thức) liên tục trên tập xác định của chúng.

Lời giải

Hàm số f(x) xác định khi: $x^2+5x+4\neq 0\Leftrightarrow(x+4)(x+1)\neq 0\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq -4\\x\neq -1\end{cases}$

Do đó, hàm số f(x) liên tục trên các khoảng $(-\infty;-4),(-4;-1),(-1;+\infty)$

Đáp án C.

Câu 28: Cho hình chóp tứ giác S. ABCD có đáy ABCD là tứ giác lồi. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và SC. Đường thẳng MN song song với mặt phẳng nào?

A. (SBC).

B. (SAC).

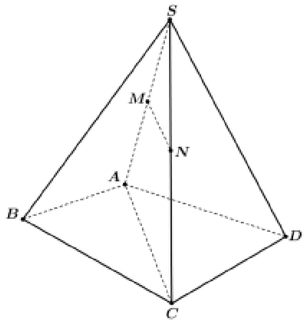
C. (ABCD).

D. (SAD).

Phương pháp

Sử dụng kiến thức về đường thẳng song song với mặt phẳng: Nếu đường thẳng a không nằm trong mặt phẳng (P) và song song với một đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) thì a song song với (P).

Lời giải



Vì $MN \subset (SAC)$ nên MN không song song với (SAC)

Vì M, N lần lượt là trung điểm của SA và SC nên MN là đường trung bình của tam giác SAC. Do đó, MN//AC. Mà $AC \subset (ABCD)$ nên MN// (ABCD).

Đáp án C.

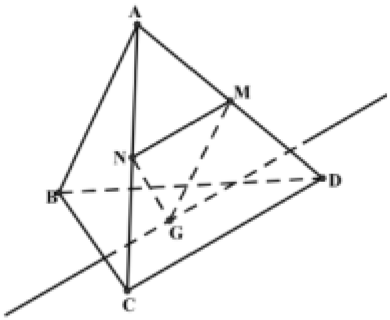
Câu 29: Cho tứ diện ABCD. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AD và AC. Gọi G là một điểm nằm trong tam giác BCD. Giao tuyến của hai mặt phẳng (GMN) và (BCD) là đường thẳng:

A. Qua M song song với AB.
B. Qua G song song với CD.
C. Qua G song song với AB.
D. Qua M song song với DC.

Phương pháp

Sử dụng kiến thức về giao tuyến của hai mặt phẳng: Nếu hai mặt phẳng chứa hai đường thẳng song song thì giao tuyến của chúng (nếu có) song song với hai đường thẳng đó hoặc trùng với một trong hai đường thẳng đó.

Lời giải



Vì M, N lần lượt là trung điểm của AD và AC nên MN là đường trung bình của tam giác CAD.

Do đó, MN//CD. Mà $MN \subset (MNG), CD \subset (BCD)$, G là điểm chung của hai mặt phẳng (GMN) và (BCD) nên giao tuyến của hai mặt phẳng (GMN) và (BCD) là đường thẳng qua G song song với CD.

Đáp án B.

Câu 30: Cho hình chóp S. ABC. Lấy E, F, G lần lượt thuộc các cạnh SA, BC, AC. Điểm nào dưới đây thuộc giao tuyến của hai mặt phẳng (EFG) và (SAB)?

A. Giao điểm của EF và AC.

B. Giao điểm của EF và BC.

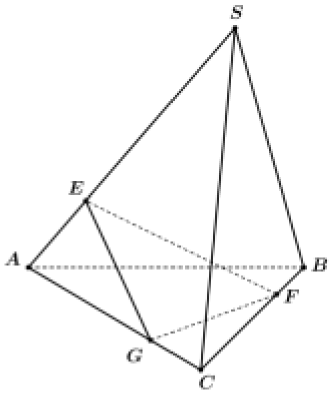
C. Giao điểm của EG và AB.

D. Giao điểm của GF và AB.

Phương pháp

Sử dụng kiến thức về giao tuyến của hai mặt phẳng: Đường thẳng d (nếu có) của hai mặt phẳng phân biệt (P) và (Q) được gọi là giao tuyến của hai mặt phẳng đó và kí hiệu là $d=(P)\cap(Q)$.

Lời giải



Vì hai đường thẳng GF và AB cùng nằm trong mặt phẳng (ABC) nên giao điểm GF và AB thuộc giao tuyến của hai mặt phẳng (EFG) và (SAB).

Đáp án D.

Phần tự luận

Bài 1. (1 điểm) Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{x^2+3}-2}{x-1} & \text{khi } x\ne 1\\ -2m+5 & \text{khi } x=1\end{cases}$. Tìm m để hàm số liên tục tại $x_0=1$.

Phương pháp

Sử dụng kiến thức về hàm số liên tục: Hàm số $y=f(x)$ liên tục tại điểm x_0 khi và chỉ khi $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=f(x_0)$.

Lời giải

Ta có: $f(1)=-2m+5$

$$\lim_{x\to 1} f(x)=\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{x^2+3}-2}{x-1}=\lim_{x\to 1}\frac{\left(\sqrt{x^2+3}-2\right)\left(\sqrt{x^2+3}+2\right)}{(x-1)\left(\sqrt{x^2+3}+2\right)}=\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{(x-1)\left(\sqrt{x^2+3}+2\right)}$$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{x+1}{\sqrt{x^2+3}+2}=\frac{1+1}{\sqrt{1^2+3}+2}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$$

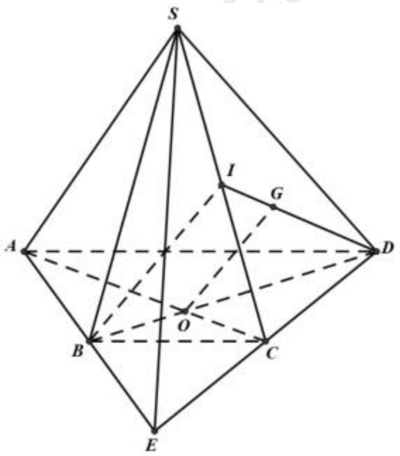
Để hàm số f(x) liên tục tại $x_0=1$ thì $\lim\limits_{x\to 1} f(x)=f(1)\Leftrightarrow -2m+5=\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow -4m+10=1\Leftrightarrow -4m=-9\Leftrightarrow m=\dfrac{9}{4}$

Bài 2. (1 điểm) Cho hình chóp tứ giác S. ABCD có đáy ABCD là hình thang, AD//BC, $AD=2BC$. Gọi O là giao điểm của AC và BD. Gọi G là trọng tâm của tam giác SCD. Chứng minh rằng OG//(SBC).

Phương pháp

Sử dụng kiến thức về đường thẳng song song với mặt phẳng: Nếu đường thẳng a không nằm trong mặt phẳng (P) và song song với một đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) thì a song song với P.

Lời giải



Gọi E là giao điểm của AB và CD.

Vì AD//BC nên $\Delta EBC \backsim \Delta EAD \Rightarrow \dfrac{EB}{EA}=\dfrac{EC}{ED}=\dfrac{BC}{AD}=\dfrac{1}{2}\Rightarrow EB=\dfrac{1}{2}EA, EC=\dfrac{1}{2}ED$

Do đó, B là trung điểm của AE, C là trung điểm của DE.

Suy ra, BD, AC là hai đường trung tuyến của tam giác ADE. Mà O là giao điểm của AC và BD.

Do đó, O là trọng tâm của tam giác ADE. Do đó, $\dfrac{DO}{DB}=\dfrac{2}{3}$

Gọi I là trung điểm của SC. Vì G là trọng tâm của tam giác SCD nên $\dfrac{DG}{DI}=\dfrac{2}{3}$

Tam giác DIB có: $\dfrac{DG}{DI}=\dfrac{DO}{DB}=\dfrac{2}{3}$ nên OG//IB (định lý Thalès đảo). Mà $IB\subset(SBC)$ nên OG//(SBC).

Bài 3. (1 điểm) Giải phương trình: $2^{2023}\left(\sin^{2024}x+\cos^{2024}x\right)(\sin x+\cos x)\cos x=\dfrac{\cos 2x}{1-\tan x}$

Phương pháp

Sử dụng kiến thức giải phương trình lượng giác: Với mọi $m\in\mathbb{R}$, tồn tại duy nhất $\alpha\in\left(\dfrac{-\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right)$ thỏa mãn $\tan\alpha=m$. Khi đó, $\tan x=m\Leftrightarrow \tan x=\tan\alpha\Leftrightarrow x=\alpha+k\pi\,(k\in\mathbb{Z})$

Lời giải

Điều kiện: $\cos x\ne 0, \tan x\ne 1$

Ta có: $\dfrac{\cos 2x}{1-\tan x}=\dfrac{\cos^2x-\sin^2x}{1-\dfrac{\sin x}{\cos x}}=\cos x(\cos x+\sin x)$

$$2^{2023}\left(\sin^{2024}x+\cos^{2024}x\right)(\sin x+\cos x)\cos x=\frac{\cos 2x}{1-\tan x}$$

$$\Leftrightarrow 2^{2023}\left(\sin^{2024}x+\cos^{2024}x\right)(\sin x+\cos x)\cos x=\cos x(\cos x+\sin x)$$

$$\Leftrightarrow (\sin x+\cos x)\cos x\left[2^{2023}\left(\sin^{2024}x+\cos^{2024}x\right)-1\right]=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x+\cos x=0\\ 2^{2023}\left(\sin^{2024}x+\cos^{2024}x\right)-1=0\end{array}\right.(\text{do } \cos x\ne 0)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\tan x=-1\\ \sin^{2024}x+\cos^{2024}x=\dfrac{1}{2^{2023}}\end{array}\right.$$

+) $\tan x=-1\Leftrightarrow x=-\frac{\pi}{4}+k\pi\left(k\in\mathbb{Z}\right)$

+) $\sin^{2024}x+\cos^{2024}x=\frac{1}{2^{2023}}$ (*) (thỏa mãn điều kiện)

Ta có: $\sin^{2024}x+\cos^{2024}x=2\left[\frac{\left(\sin^2x\right)^{1012}+\left(\cos^2x\right)^{1012}}{2}\right]\ge 2\left(\frac{\sin^2x+\cos^2x}{2}\right)^{1012}=\frac{1}{2^{1011}}$

Do đó, phương trình (*) vô nghiệm.

Bài 4. (1 điểm) Đầu năm 2023, anh M mua một chiếc ô tô 4 chỗ giá 800 triệu đồng để chở khách. Trung bình sau mỗi năm sử dụng, giá trị còn lại của ô tô giảm đi 0,5% (so với tháng trước đó). Biết rằng mỗi tháng anh làm ra được 16 triệu đồng (số tiền làm ra mỗi tháng không đổi). Hỏi sau 3 năm, tổng số tiền (bao gồm giá tiền ô tô và tổng số tiền anh M làm ra) anh M có được là bao nhiêu?

Phương pháp

Sử dụng kiến thức về công thức số hạng tổng quát của cấp số nhân: Cho cấp số nhân $\left(u_n\right)$ có số hạng đầu u_1 và công bội q thì số hạng tổng quát u_n của nó được xác định theo công thức: $u_n=u_1.q^{n-1},n\ge 2$.

Lời giải

Sau 1 tháng, giá trị của ô tô còn lại là: $u_1=800-800.0,5\%=800\left(1-0,5\%\right)$ (triệu đồng)

Sau 2 tháng, giá trị của ô tô còn lại là:

$u_2=800\left(1-0,5\%\right)-800\left(1-0,5\%\right).0,5\%=800\left(1-0,5\%\right)^2$ (triệu đồng)

Sau 3 tháng, giá trị của ô tô còn lại là:

$u_3=800\left(1-0,5\%\right)^2-800\left(1-0,5\%\right)^2.0,5\%=800\left(1-0,5\%\right)^3$ (triệu đồng)

Gọi u_n là giá trị ô tô sau n tháng sử dụng.

Dãy số $\left(u_n\right)$ tạo thành một cấp số nhân với số hạng đầu là $u_1=800\left(1-0,5\%\right)$, công bội $q=1-0,5\%$

Khi đó, công thức tổng quát của $\left(u_n\right)$ là: $u_n=800.\left(1-0,5\right)^n$

Sau 3 năm, giá trị sử dụng ô tô còn lại là: $u_{36}=800\left(1-0,5\%\right)^{36}\approx 667,91$ (triệu đồng)

Sau 3 năm, số tiền anh M làm ra là: $16.36=576$ (triệu đồng)

Vậy sau 3 năm, tổng số tiền (bao gồm giá tiền ô tô và tổng số tiền anh M làm ra) anh M có được là:

$667,91+576=1234,91$ (triệu đồng)