ĐỀ THI HỌC KÌ I – Đề số 5

Môn: Toán - Lớp 11

Bộ sách Kết nối tri thức

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Phần trắc nghiệm

Câu 1. A	Câu 2. B	Câu 3. C	Câu 4. B	Câu 5. A	Câu 6. D	Câu 7. B
Câu 8. B	Câu 9. A	Câu 10. B	Câu 11. A	Câu 12. C	Câu 13. A	Câu 14. A
Câu 15. C	Câu 16. A	Câu 17. B	Câu 18. D	Câu 19. C	Câu 20. B	Câu 21. D
Câu 22. B	Câu 23. A	Câu 24. A	Câu 25. D	Câu 26. B	Câu 27. A	Câu 28. C
Câu 29. B	Câu 30. D	Câu 31. B	Câu 32. B	Câu 33. C	Câu 34. D	Câu 35. A

Câu 1: Chọn đáp án đúng (với giả thiết các biểu thức đều có nghĩa).

A. $\tan\left(a+b\right)=\dfrac{\tan a+\tan b}{1-\tan a\tan b}$.

B. $\tan\left(a+b\right)=\dfrac{\tan a-\tan b}{1-\tan a\tan b}$.

C. $\tan\left(a+b\right)=\dfrac{\tan a+\tan b}{1+\tan a\tan b}$.

D. $\tan\left(a+b\right)=\dfrac{\tan a+\tan b}{\tan a\tan b-1}$.

Phương pháp

Sử dụng công thức: $\tan\left(a+b\right)=\dfrac{\tan a+\tan b}{1-\tan a\tan b}$.

Lời giải

Ta có: $\tan\left(a+b\right)=\dfrac{\tan a+\tan b}{1-\tan a\tan b}$

Đáp án A.

Câu 2: Chọn câu đúng

A. Hàm số $y=\cot x$ là hàm số lẻ và tuần hoàn với chu kì 2π.

B. Hàm số $y=\cot x$ là hàm số lẻ và tuần hoàn với chu kì π.

C. Hàm số $y=\cot x$ là hàm số chẵn và tuần hoàn với chu kì 2π.

D. Hàm số $y=\cot x$ là hàm số chẵn và tuần hoàn với chu kì π.

Phương pháp

Sử dụng kiến thức về hàm số $y=\cot x$: Hàm số $y=\cot x$ là hàm số lẻ và tuần hoàn với chu kì π.

Lời giải

Hàm số $y = \cot x$ là hàm số lẻ và tuần hoàn với chu kì π.

Đáp án B.

Câu 3: Khi biểu diễn trên đường tròn lượng giác, góc lượng giác nào trong các góc lượng giác dưới đây có cùng điểm cuối, cùng điểm đầu với góc lượng giác có số đo $\frac{\pi}{4}$.

A. $\frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}\left(k \in \mathbb{Z}\right)$.

B. $\frac{\pi}{4} + k\pi\left(k \in \mathbb{Z}\right)$.

C. $\frac{\pi}{4} + k2\pi\left(k \in \mathbb{Z}\right)$.

D. $\frac{\pi}{4} + k3\pi\left(k \in \mathbb{Z}\right)$.

Phương pháp

Sử dụng kiến thức: Cho hai góc lượng giác (Ou, Ov), (O’u’, O’v’) có tia đầu trùng nhau, tia cuối cùng nhau nếu: $\left(Ou, Ov\right) = \left(O'u', O'v'\right) + k2\pi$ với k là số nguyên.

Lời giải

Góc lượng giác có cùng điểm cuối, cùng điểm đầu với góc lượng giác có số đo $\frac{\pi}{4}$ là: $\frac{\pi}{4} + k2\pi\left(k \in \mathbb{Z}\right)$

Đáp án C.

Câu 4: Nếu $\sin\alpha > 0, \cos\alpha < 0$ thì α thuộc góc phần tư nào?

A. (I).

B. (II).

C. (III).

D. (IV).

Phương pháp

Sử dụng kiến thức về dấu của giá trị lượng giác: Nếu $\sin\alpha > 0, \cos\alpha < 0$ thì α thuộc góc phần tư thứ (II).

Lời giải

Nếu $\sin\alpha > 0, \cos\alpha < 0$ thì α thuộc góc phần tư thứ (II).

Đáp án B.

Câu 5: Chọn đáp án đúng:

A. $\sin\left(\alpha + k2\pi\right) = \sin\alpha\left(k \in \mathbb{Z}\right)$.

B. $\sin\left(\alpha + k2\pi\right) = -\sin\alpha\left(k \in \mathbb{Z}\right)$.

C. $\sin\left(\alpha + k2\pi\right) = \cos\alpha\left(k \in \mathbb{Z}\right)$.

D. $\sin\left(\alpha + k2\pi\right) = -\cos\alpha\left(k \in \mathbb{Z}\right)$.

Phương pháp

Sử kiến thức giá trị lượng giác của góc lượng giác: $\sin\left(\alpha + k2\pi\right) = \sin\alpha\left(k \in \mathbb{Z}\right)$

Lời giải

$\sin(\alpha + k2\pi) = \sin\alpha \, (k \in \mathbb{Z})$

Đáp án A.

Câu 6: Cấp số cộng (u_n) với công sai d được cho bởi hệ thức:

A. $u_n = u_{n-1} + 2d$ với $n \ge 2$.

B. $u_n = 2u_{n+1}.d$ với $n \ge 2$.

C. $u_n = u_{n-1}.d$ với $n \ge 2$.

D. $u_n = u_{n-1} + d$ với $n \ge 2$.

Phương pháp

Sử dụng kiến thức về cấp số cộng: Cấp số cộng (u_n) với công sai d được cho bởi hệ thức truy hồi $u_n = u_{n-1} + d$ với $n \ge 2$.

Lời giải

Cấp số cộng (u_n) với công sai d được cho bởi hệ thức truy hồi $u_n = u_{n-1} + d$ với $n \ge 2$.

Đáp án D.

Câu 7: Dãy số (u_n) gồm các số khác 0 thỏa mãn tỉ số $\frac{u_n}{u_{n-1}}$ không đổi thì dãy số (u_n) là:

A. Cấp số cộng.

B. Cấp số nhân.

C. Cả A và B đều đúng.

D. Cả A và B đều sai.

Phương pháp

Sử dụng kiến thức về chứng minh cấp số nhân: Dãy số (u_n) gồm các số khác 0 thỏa mãn tỉ số $\frac{u_n}{u_{n-1}}$ không đổi thì dãy số (u_n) là cấp số nhân.

Lời giải

Dãy số (u_n) gồm các số khác 0 thỏa mãn tỉ số $\frac{u_n}{u_{n-1}}$ không đổi thì dãy số (u_n) là cấp số nhân.

Đáp án B.

Câu 8: Cho dãy số (u_n) với $u_n = 2020^n$. Tính u_{n+1}.

A. $u_{n+1} = 2020^n + 2020$.

B. $u_{n+1} = 2020^{n+1}$.

C. $u_{n+1} = 2020^n + 1$.

D. $u_{n+1} = 2020(n+1)$.

Phương pháp

Sử dụng kiến thức số hạng tổng quát của dãy số.

Lời giải

Ta có: $u_{n+1} = 2020^{n+1}$

Đáp án B.

Câu 9: $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = a$ khi và chỉ khi:

A. $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(u_n - a\right) = 0$.

B. $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(u_n + a\right) = 0$.

C. $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(u_n.a\right) = 0$.

D. $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(u_n - a\right) = 1$.

Phương pháp

Sử dụng quy tắc về giới hạn dãy số: $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = a$ khi và chỉ khi $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(u_n - a\right) = 0$.

Lời giải

$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = a$ khi và chỉ khi $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(u_n - a\right) = 0$.

Đáp án A.

Câu 10: Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ liên tục trên đoạn $\left[a;b\right]$. Mệnh đề nào đúng?

A. Nếu $f\left(a\right).f\left(b\right) > 0$ thì phương trình $f\left(x\right) = 0$ không có nghiệm trong $\left(a;b\right)$.

B. Nếu $f\left(a\right).f\left(b\right) < 0$ thì phương trình $f\left(x\right) = 0$ có ít nhất một nghiệm trong $\left(a;b\right)$.

C. Nếu $f\left(a\right).f\left(b\right) > 0$ thì phương trình $f\left(x\right) = 0$ có ít nhất một nghiệm trong $\left(a;b\right)$.

D. Cả A, B, C đều sai.

Phương pháp

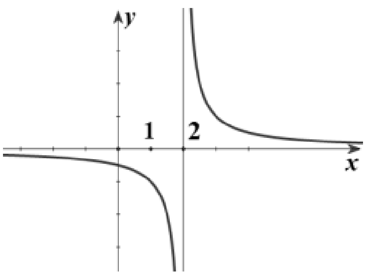
Sử dụng kiến thức hàm số liên tục: Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ liên tục trên đoạn $\left[a;b\right]$. Nếu $f\left(a\right).f\left(b\right) < 0$ thì phương trình $f\left(x\right) = 0$ có ít nhất một nghiệm trong $\left(a;b\right)$.

Lời giải

Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ liên tục trên đoạn $\left[a;b\right]$. Nếu $f\left(a\right).f\left(b\right) < 0$ thì phương trình $f\left(x\right) = 0$ có ít nhất một nghiệm trong $\left(a;b\right)$.

Đáp án B.

Câu 11: Cho hàm số f(x) có đồ thị như hình vẽ dưới:



Hàm số f(x) không liên tục tại:

A. $x = 2$.

B. $x = 1$.

C. $x = 0$

D. $x = -1$.

Phương pháp

Sử dụng kiến thức về hàm số liên tục.

Lời giải

Tại $x = 2$ thì hàm số không liên tục.

Đáp án A.

Câu 12: Nếu $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = a, \lim\limits_{n\to+\infty} v_n = -\infty$ thì:

A. $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{u_n}{v_n} = -\infty$.

B. $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{u_n}{v_n} = +\infty$.

C. $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{u_n}{v_n} = 0$.

D. $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{u_n}{v_n} = a$.

Phương pháp

Sử dụng quy tắc tính giới hạn của dãy số: Nếu $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = a, \lim\limits_{n\to+\infty} v_n = -\infty$ thì $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{u_n}{v_n} = 0$.

Lời giải

Nếu $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = a, \lim\limits_{n\to+\infty} v_n = -\infty$ thì $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{u_n}{v_n} = 0$

Đáp án C.

Câu 13: Cho hình chóp S. ABCD có O là giao điểm của AC và BD. Gọi M, I lần lượt là trung điểm của BD, SD. Điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng (SOC)?

A. Điểm A.

B. Điểm B.

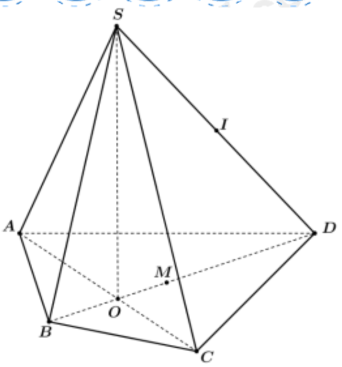
C. Điểm I.

D. Điểm M.

Phương pháp

Sử dụng kiến thức về điểm thuộc mặt phẳng.

Lời giải



Vì điểm $A \in OC$ nên điểm A thuộc mặt phẳng (SOC).

Đáp án A.

Câu 14: Chọn đáp án **sai**.

A. Trong không gian, có ba đường thẳng phân biệt cùng đi qua hai điểm phân biệt cho trước.
B. Tồn tại bốn điểm không cùng thuộc một mặt phẳng.
C. Có duy nhất một mặt phẳng đi qua ba điểm không thẳng hàng.
D. Nếu một đường thẳng đi qua hai điểm phân biệt thuộc một mặt phẳng thì mọi điểm của đường thẳng đều thuộc mặt phẳng đó.

Phương pháp

Sử dụng kiến thức về đường thẳng và mặt phẳng trong không gian.

Lời giải

Trong không gian, chỉ có một đường thẳng phân biệt đi qua hai điểm phân biệt cho trước nên đáp án A sai.

Đáp án A.

Câu 15: Với điều kiện nào dưới đây thì đường thẳng d song song với mặt phẳng (P)?

A. $a//d,\ a \subset (P)$.
B. d//a, a//(P).
C. $d \cap (P) = \varnothing$.
D. $d//a,\ a \cap (P) = \varnothing$.

Phương pháp

Sử dụng kiến thức về đường thẳng song song với mặt phẳng:
+ Nếu d và (P) không có điểm chung thì ta nó d song song với (P).
+ Nếu đường thẳng a không nằm trong mặt phẳng (P) và song song với một đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) thì a song song với (P).

Lời giải

Đáp án đúng: $d \cap (P) = \varnothing$

Đáp án C.

Câu 16: Nếu đường thẳng d và mặt phẳng (P) có … điểm chung thì d cắt mặt phẳng (P).

Từ (cụm từ) thích hợp điền vào "…" để được câu đúng là:

A. duy nhất một.
B. hai.
C. không.
D. vô số.

Phương pháp

Sử dụng kiến thức về đường thẳng và mặt phẳng trong không gian: Nếu đường thẳng d và mặt phẳng (P) có duy nhất một điểm chung thì d cắt mặt phẳng (P).

Lời giải

Nếu đường thẳng d và mặt phẳng (P) có duy nhất một điểm chung thì d cắt mặt phẳng (P).

Đáp án A.

Câu 17: Hình chóp S. ABCD có bao nhiêu đỉnh?

A. 7.
B. 5.
C. 6.
D. 8.

Phương pháp

Sử dụng kiến thức về hình chóp tứ giác: Hình chóp S. ABCD có 5 đỉnh là S, A, B, C, D.

Lời giải

Hình chóp S. ABCD có 5 đỉnh là S, A, B, C, D.

Đáp án B.

Câu 18: Cho đường thẳng a song song với mặt phẳng (P). Mặt phẳng (Q) chứa a và cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến b. Kết luận nào sau đây đúng?

A. a và b cắt nhau.
B. a và b trùng nhau.
C. a và b chéo nhau.
D. a và b song song.

Phương pháp

Sử dụng kiến thức về đường thẳng song song với mặt phẳng: Cho đường thẳng a song song với mặt phẳng (P). Mặt phẳng (Q) chứa a và cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến b thì b song song với a.

Lời giải

Cho đường thẳng a song song với mặt phẳng (P). Mặt phẳng (Q) chứa a và cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến b thì b song song với a.

Đáp án D.

Câu 19: Cho $\tan\alpha = 2$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Chọn đáp án đúng.

A. $\cos\alpha = -\sqrt{5}$.

B. $\cos\alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$.

C. $\cos\alpha = \frac{-\sqrt{5}}{5}$.

D. $\cos\alpha = \sqrt{5}$.

Phương pháp

Sử dụng công thức: $1 + \tan^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}$.

Lời giải

Vì $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ nên $\cos\alpha < 0$.

Ta có: $\frac{1}{\cos\alpha} = -\sqrt{1 + \tan^2\alpha} = -\sqrt{5} \Rightarrow \cos\alpha = \frac{-\sqrt{5}}{5}$

Đáp án C.

Câu 20: Rút gọn biểu thức $A=\dfrac{\sin x+\sin 2x+\sin 3x}{\cos x+\cos 2x+\cos 3x}$

A. $A=\cot 2x$.
B. $A=\tan 2x$.
C. $A=\sin 2x$.
D. $A=\cos 2x$.

Phương pháp

Sử dụng công thức: $\sin a+\sin b=2\sin\dfrac{a+b}{2}\cos\dfrac{a-b}{2};\cos a+\cos b=2\cos\dfrac{a+b}{2}\cos\dfrac{a-b}{2};$

Lời giải

$$A=\frac{\sin x+\sin 2x+\sin 3x}{\cos x+\cos 2x+\cos 3x}=\frac{2\sin 2x\cos x+\sin 2x}{2\cos 2x\cos x+\cos 2x}=\frac{\sin 2x\left(2\cos x+1\right)}{\cos 2x\left(2\cos x+1\right)}=\tan 2x$$

Đáp án B.

Câu 21: Giá trị của biểu thức $\sin\dfrac{37\pi}{12}$ bằng:

A. $\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$.
B. $-\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$.
C. $\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$.
D. $\dfrac{-\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$.

Phương pháp

Sử dụng kiến công thức: $\sin\left(a-b\right)=\sin a\cos b-\cos a\sin b$

Lời giải

$$\sin\frac{37\pi}{12}=\sin\left(2\pi+\pi+\frac{\pi}{12}\right)=\sin\left(\pi+\frac{\pi}{12}\right)=-\sin\frac{\pi}{12}=-\sin\left(\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{4}\right)$$
$$=-\left(\sin\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{4}-\cos\frac{\pi}{3}\sin\frac{\pi}{4}\right)=-\left(\frac{\sqrt{3}}{2}.\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{1}{2}.\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=\frac{-\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$$

Đáp án D.

Câu 22: Cho cấp số cộng $\left(u_n\right)$ có $u_1=2024$ và $u_n=u_{n-1}-3$ với $n\ge 2$, $n\in\mathbb{N}*$. Số hạng tổng quát của cấp số cộng đã cho là:

A. $u_n=-3n-2027$ với $n\ge 2$, $n\in\mathbb{N}*$.
B. $u_n=-3n+2027$ với $n\ge 2$, $n\in\mathbb{N}*$.
C. $u_n=3n+2027$ với $n\ge 2$, $n\in\mathbb{N}*$.
D. $u_n=3n+2027$ với $n\ge 2$, $n\in\mathbb{N}*$.

Phương pháp

Sử dụng kiến thức về công thức số hạng tổng quát của cấp số cộng: Cho cấp số cộng $\left(u_n\right)$ có số hạng đầu u_1 và công sai d thì số hạng tổng quát u_n của nó được xác định theo công thức: $u_n=u_1+\left(n-1\right)d$.

Lời giải

Ta có: $u_1 = 2024$ và $u_n = u_{n-1} - 3$ với $n \ge 2$, $n \in \mathbb{N}^*$ nên $d = u_n - u_{n-1} = (u_{n-1} - 3) - u_{n-1} = -3$

Vậy số hạng tổng quát của cấp số cộng là: $u_n = u_1 + (n-1)d = 2024 + (n-1)(-3) = -3n + 2027$ với $n \ge 2$, $n \in \mathbb{N}^*$.

Đáp án B.

Câu 23: Theo ước tính, kể từ lúc mới mua, cứ sau mỗi 200 lần sạc thì pin của điện thoại X sẽ giảm 4% so với chu kỳ 200 lần sạc trước đó. Hỏi sau 1 200 lần sạc thì pin của điện thoại X còn lại bao nhiêu phần trăm so với lúc mới mua? (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)

A. 78,28%.

B. 78,27%.

C. 81,54%.

D. 81,53%.

Phương pháp

Sử dụng kiến thức về công thức số hạng tổng quát của cấp số nhân: Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu u_1 và công bội q thì số hạng tổng quát u_n của nó được xác định theo công thức: $u_n = u_1.q^{n-1}$ với $n \ge 2$.

Lời giải

Dung lượng pin sau mỗi 200 lần sạc kể từ lúc mới mua đến lập thành cấp số nhân có công bội $q = 0,96$ và số hạng đầu $u_1 = 100\%$

Dung lượng pin của điện thoại còn lại sau 1200 lần sạc so với lúc mới mua là:

$u_7 = u_1.q^6 = 100\%.(0,96)^6 \approx 78,28\%$

Đáp án A.

Câu 24: Cho dãy số (u_n) với $u_n = 25n^2 + 10n + 9$. Chọn khẳng định đúng:

A. Dãy số trên bị chặn dưới.
B. Dãy số trên bị chặn trên.
C. Dãy số trên không bị chặn.
D. Dãy số trên bị chặn.

Phương pháp

Sử dụng kiến thức về dãy số bị chặn:

Dãy số (u_n) được gọi là bị chặn trên nếu tồn tại một số M sao cho $u_n \le M$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$

Dãy số (u_n) được gọi là bị chặn dưới nếu tồn tại một số m sao cho $u_n \ge m$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$

Dãy số (u_n) được gọi là bị chặn nếu nó vừa bị chặn trên vừa bị chặn dưới.

Lời giải

Ta có: $u_n = 25n^2 + 10n + 9 = (25n^2 + 10n + 1) + 8 = (5n+1)^2 + 8 \ge 8$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.

Do đó, dãy số (u_n) bị chặn dưới, không bị chặn trên.

Đáp án A.

Câu 25: Tìm số thực a khác 0 sao cho $\lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{n^2 - 2}{an^2 - 1} = 2$

A. $a=-\dfrac{1}{2}$.
B. $a=-2$.
C. $a=2$.
D. $a=\dfrac{1}{2}$.

Phương pháp

Sử dụng kiến thức giới hạn dãy số: Nếu $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=a, \lim\limits_{n\to+\infty} v_n=b\ne 0$ thì $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{u_n}{v_n}=\dfrac{a}{b}$.

Lời giải

Ta có: $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{n^2-2}{an^2-1}=\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{n^2\left(\dfrac{n^2}{n^2}-\dfrac{2}{n^2}\right)}{n^2\left(\dfrac{an^2}{n^2}-\dfrac{1}{n^2}\right)}=\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{1-\dfrac{2}{n^2}}{a-\dfrac{1}{n^2}}=\dfrac{1}{a}$

Do đó, $\dfrac{1}{a}=2\Rightarrow a=\dfrac{1}{2}(\text{tm})$

Đáp án D.

Câu 26: Giới hạn $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\sqrt{n^2-18n}-n\right)$ bằng:

A. 9.
B. -9.
C. 18.
D. $+\infty$.

Phương pháp

Sử dụng quy tắc về giới hạn của dãy số: Nếu $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=a, \lim\limits_{n\to+\infty} v_n=b\ne 0$ thì $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{u_n}{v_n}=\dfrac{a}{b}$.

Lời giải

$$\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\sqrt{n^2-18n}-n\right)=\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{\left(\sqrt{n^2-18n}-n\right)\left(\sqrt{n^2-18n}+n\right)}{\sqrt{n^2-18n}+n}=\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{-18n}{\sqrt{n^2-18n}+n}$$

$$=\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{-18n}{\sqrt{n^2-18n}+n}=\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{-18}{\sqrt{1-\dfrac{18}{n}}+1}=-9$$

Đáp án B.

Câu 27: Biểu diễn số thập phân vô hạn tuần hoàn 3,333… dưới dạng phân số ta được:

A. $\dfrac{10}{3}$.
B. $\dfrac{3}{10}$.
C. $\dfrac{100}{3}$.
D. $\dfrac{100}{33}$.

Phương pháp

Sử dụng kiến thức về tổng của cấp số nhân lùi vô hạn: Cấp số nhân lùi vô hạn (u_n) với công bội q, số hạng đầu u_1 thì có tổng là $S=\frac{u_1}{1-q}$.

Lời giải

Ta có: $3,333...=3+0,3+0,03+0,003+...=3+3.\frac{1}{10}+3.\frac{1}{10^2}+3.\frac{1}{10^3}+...$

Đây là cấp số nhân lùi vô hạn với $u_1=3,q=\frac{1}{10}$ nên $3,333...=\frac{3}{1-\frac{1}{10}}=\frac{10}{3}$

Đáp án A.

Câu 28: Cho hình chóp S. ABCD có đáy ABCD là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của BC, I là giao điểm của AM và BD, (α) là mặt phẳng qua A, M và song song với SD. Mặt phẳng (α) cắt SB tại N. Tỉ số $\frac{SN}{SB}$ là:

A. $\frac{3}{4}$.

B. $\frac{1}{2}$.

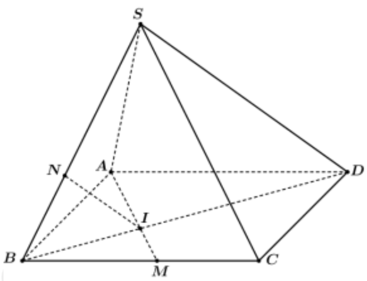
C. $\frac{2}{3}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Phương pháp

Sử dụng kiến thức về đường thẳng song song với mặt phẳng: Cho đường thẳng a song song với mặt phẳng (P). Nếu mặt phẳng (Q) chứa a và cắt (P) theo giao tuyến b thì a song song với b.

Lời giải



Tam giác ABC có hai đường trung tuyến BD và AM cắt nhau tại I nên I là trọng tâm của tam giác ABC.

Suy ra: $\frac{BI}{BD}=\frac{1}{3}\Rightarrow\frac{ID}{BD}=\frac{2}{3}$

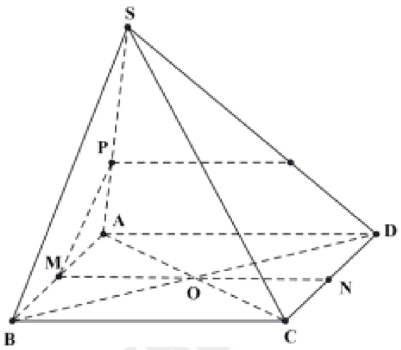
Vì (α) và mặt phẳng (SBD) có điểm chung là I, (α)//SD, $SD\subset(DBD)$ nên giao tuyến của (α) và mặt phẳng (SBD) là đường thẳng qua I song song với SD cắt SB tại N. Do đó, $\frac{SN}{SB}=\frac{ID}{DB}=\frac{2}{3}$

Đáp án C.

Câu 29: Cho hình chóp S. ABCD có đáy là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD, P là điểm thuộc SA. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (PMN) là đường thẳng:

A. Qua P song song với AB.

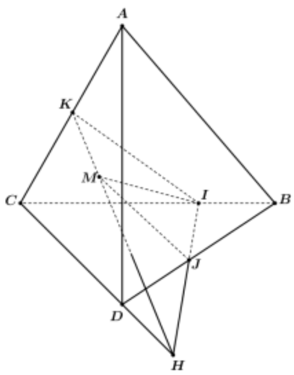
B. Qua P song song với AD.
C. PD.
D. Qua P song song với MC.
Phương pháp
Sử dụng kiến thức về giao tuyến của hai mặt phẳng: Nếu hai mặt phẳng chứa hai đường thẳng song song thì giao tuyến của chúng (nếu có) song song với hai đường thẳng đó hoặc trùng với một trong hai đường thẳng đó.
Lời giải



Ta có: $\begin{cases} MN//AD \\ MN \subset (PMN) \\ AD \subset (SAD) \\ P \in (PMN) \cap (SAD) \end{cases}$ nên giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (PMN) là đường thẳng qua P song song với AD.
Đáp án B.

Câu 30: Cho tứ diện ABCD và điểm M thuộc miền trong tam giác ACD. Gọi I và J lần lượt là hai điểm trên cạnh BC và BD sao cho IJ sao cho IJ không song song với CD. Gọi H là giao điểm của IJ với CD, K là giao điểm của MH và AC. Giao tuyến của hai mặt phẳng (ACD) và (IJM) là:

A. KI.
B. KJ.
C. HI.
D. HM.
Phương pháp
Sử dụng kiến thức về giao tuyến của hai mặt phẳng: Đường thẳng d (nếu có) của hai mặt phẳng phân biệt (P) và (Q) được gọi là giao tuyến của hai mặt phẳng đó và kí hiệu là $d = (P) \cap (Q)$.
Lời giải



Ta có: M thuộc mặt phẳng (MIJ), M thuộc mặt phẳng (ACD) nên M là điểm chung của mặt phẳng (MIJ) và mặt phẳng (ACD).

Lại có: $H \in CD \subset (ACD), H \in IJ \subset (IJM) \Rightarrow H \in (IJM) \cap (ACD)$

Vậy giao tuyến của hai mặt phẳng (ACD) và (IJM) là MH.

Đáp án D.

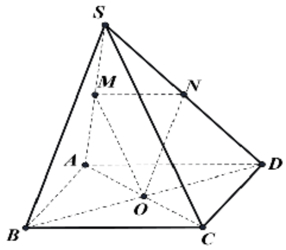
Câu 31: Cho hình chóp S. ABCD có đáy ABCD là hình bình hành tâm O. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SD. Mặt phẳng (OMN) song song với mặt phẳng nào dưới đây?

A. (SCD).
B. (SBC).
C. (ABCD).
D. (SAB).

Phương pháp

Sử dụng kiến thức về hai mặt phẳng song song: Nếu trong mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng cắt nhau và hai đường thẳng này song song với mặt phẳng (Q) thì mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (Q).

Lời giải



Vì ABCD là hình bình hành tâm O nên O là trung điểm của AC, BD.
Vì MO là đường trung bình của tam giác SAC nên MO//SC nên MO//(SBC)
Vì NO là đường trung bình của tam giác SBD nên ON//SB nên ON//(SBC)
Mà NO và MO cắt nhau tại O trong mặt phẳng (MNO) nên (MON)//(SBC)

Đáp án B.

Câu 32: Trong mẫu số liệu ghép nhóm, tứ phân vị thứ ba Q_3 thể hiện:

A. Có 25% số giá trị nhỏ hơn Q_3.
B. Có 75% số giá trị nhỏ hơn Q_3.
C. Có 25% số giá trị lớn hơn Q_3.
D. Có 75% số giá trị lớn hơn Q_3.

Phương pháp

Sử dụng kiến thức về tứ phân vị thứ ba: Trong mẫu số liệu ghép nhóm, tứ phân vị thứ ba Q_3 thể hiện có 75% số giá trị nhỏ hơn Q_3.

Lời giải

Trong mẫu số liệu ghép nhóm, tứ phân vị thứ ba Q_3 thể hiện có 75% số giá trị nhỏ hơn Q_3.

Đáp án B.

Câu 33: Trong mẫu số liệu ghép nhóm, độ dài của nhóm $[12;15)$ bằng bao nhiêu?

A. 12.
B. 15.
C. 3.
D. 27.

Phương pháp

Sử dụng kiến thức về độ dài của nhóm trong mẫu số liệu ghép nhóm: Độ dài của nhóm $[a;b)$ là $b-a$.

Lời giải

Độ dài của nhóm $[12;15)$ là: $15-12=3$

Đáp án C.

Câu 34: Cho mẫu số liệu ghép nhóm về thống kê nhiệt độ tại một địa điểm trong 30 ngày như dưới đây:

Nhiệt độ $(^\circ C)$	$[18;21)$	$[21;24)$	$[24;27)$	$[27;30)$
Số ngày	6	12	9	3

Nhiệt độ trung bình trong 30 ngày là:

A. $22{,}8\,^\circ C$.

B. $23\,^\circ C$.

C. $23{,}2\,^\circ C$.

D. $23{,}4\,^\circ C$.

Phương pháp

Sử dụng kiến thức số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm:

Cho mẫu số liệu ghép nhóm

Nhóm	$[a_1;a_2)$	$\cdots$	$[a_i;a_{i+1})$	$\cdots$	$[a_k;a_{k+1})$
Tần số	m_1	$\cdots$	m_i	$\cdots$	m_k

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm kí hiệu là $\overline{x}$: $\overline{x}=\dfrac{m_1x_1+...+m_kx_k}{n}$, trong đó $n=m_1+...+m_k$ là cỡ mẫu và $x_i=\dfrac{a_i+a_{i+1}}{2}$ (với $i=1;...;k$) là giá trị đại diện của nhóm $[a_i;a_{i+1})$.

Lời giải

Nhiệt độ trung bình trong 30 ngày là: $\dfrac{19,5.6+22,5.12+25,5.9+28,5.3}{6+12+9+3}=23,4\left(^\circ C\right)$

Đáp án D.

Câu 35: Mẫu số liệu ghép nhóm dưới đây thống kê doanh thu cửa hàng (triệu) trong tháng như sau:

Doanh thu	$[4;6)$	$[6;8)$	$[8;10)$	$[10;12)$	$[12;14)$	$[14;16)$
Số ngày	3	8	18	11	12	8

Mốt của mẫu số liệu này là (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất):

A. 9,2 triệu.

B. 9,1 triệu.

C. 9,3 triệu.

D. 9,4 triệu.

Phương pháp

Sử dụng kiến thức về tìm mốt của mẫu số liệu ghép nhóm: Để tìm mốt của mẫu số liệu ghép nhóm, ta làm như sau:

Bước 1: Xác định nhóm có tần số lớn nhất (gọi là nhóm chứa mốt), giả sử là nhóm j: $[a_j;a_{j+1})$.

Bước 2: Mốt được xác định là: $M_o=a_j+\dfrac{m_j-m_{j-1}}{(m_j-m_{j-1})+(m_j-m_{j+1})}.h$.

Trong đó, m_j là tần số của nhóm j, (quy ước $m_o=m_{k+1}=0$) và h là độ dài của nhóm.

Lời giải

Nhóm chứa mốt của mẫu số liệu trên là $[8;10)$.

Ta có: $j=3; a_3=8, m_3=18$, $m_2=8; m_4=11, h=2$. Do đó, $M_o=8+\frac{18-8}{(18-8)+(18-11)}.2\approx 9,2$ (triệu)

Đáp án A.

Phần tự luận (3 điểm)

Bài 1. (1 điểm) Tìm các giá trị của tham số a để $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\sqrt{4n^2-5n+8}+a-2n\right)=1$.

Phương pháp

Sử dụng quy tắc về giới hạn của dãy số: Nếu $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=a, \lim\limits_{n\to+\infty}v_n=b\neq 0$ thì $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{u_n}{v_n}=\frac{a}{b}$.

Lời giải

Ta có: $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\sqrt{4n^2-5n+8}+a-2n\right)=\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{\left(\sqrt{4n^2-5n+8}+a-2n\right)\left(\sqrt{4n^2-5n+8}-(a-2n)\right)}{\sqrt{4n^2-5n+8}-(a-2n)}$

$$=\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{(4n^2-5n+8)-(a-2n)^2}{\sqrt{4n^2-5n+8}-(a-2n)}=\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{4an-5n+8-a^2}{\sqrt{4n^2-5n+8}-(a-2n)}=\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{4a-5+\frac{8}{n}-\frac{a^2}{n}}{\sqrt{4-\frac{5}{n}+\frac{8}{n^2}}-\frac{a}{n}+2}=\frac{4a-5}{4}$$

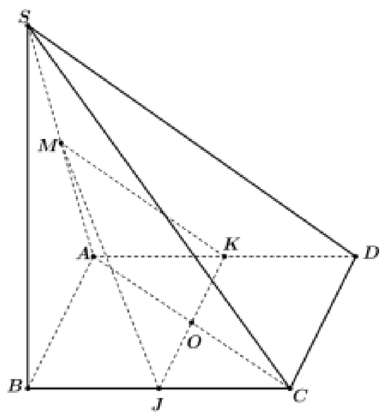
Để $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\sqrt{4n^2-5n+8}+a-2n\right)=1$ thì $\frac{4a-5}{4}=1\Leftrightarrow 4a=9\Leftrightarrow a=\frac{9}{4}$

Bài 2. (1 điểm) Cho hình chóp S. ABCD có đáy là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SA. J, K lần lượt thuộc BC, AD sao cho $\frac{BC}{BJ}=\frac{DA}{DK}=2$. Chứng minh rằng SC//(MJK).

Phương pháp

Sử dụng kiến thức về đường thẳng song song với mặt phẳng: Nếu đường thẳng a không nằm trong mặt phẳng (P) và song song với một đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) thì a song song với P.

Lời giải



Vì $\frac{BC}{BJ}=\frac{DA}{DK}=2$ và $BC=AD$ nên $BJ=DK$, $JC=AK$

Gọi O là giao điểm của AC và JK.

Tam giác JOC có JC//AK nên: $\frac{OA}{OC}=\frac{AK}{JC}=1$, suy ra O là trung điểm của AC.

Vì M, O lần lượt là trung điểm của SA và AC nên MO là đường trung bình của tam giác SAC.

Do đó, MO//SC, mà $MO \subset (MJK)$ nên SC//(MJK).

Bài 3. (0,5 điểm) Cho hàm số $y = \frac{\cos x + 2\sin x + 3}{2\cos x - \sin x + 4}$. Chứng minh rằng $\frac{2}{11} \le y \le 2$

Phương pháp

Sử dụng kiến thức: Phương trình $a\sin x + b\cos x = c$ có nghiệm khi $a^2 + b^2 \ge c^2$

Lời giải

Gọi y_o là một giá trị của hàm số. Khi đó, phương trình $y_o = \frac{\cos x + 2\sin x + 3}{2\cos x - \sin x + 4}$ có nghiệm.

Ta có: $y_o = \frac{\cos x + 2\sin x + 3}{2\cos x - \sin x + 4} \Leftrightarrow (2y_o - 1)\cos x - (y_o + 2)\sin x = 3 - 4y_o$ (1)

Phương trình (1) có nghiệm $\Leftrightarrow (2y_o - 1)^2 + (y_o + 2)^2 \ge (3 - 4y_o)^2$

$$\Leftrightarrow 11y_o^2 - 24y_o + 4 \le 0 \Leftrightarrow \frac{2}{11} \le y_o \le 2$$

Vậy $\frac{2}{11} \le y \le 2$.

Bài 4. (0,5 điểm) Cho dãy số $(u_n): \begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{-u_n + 1}{2u_n}, n \ge 1, n \in \mathbb{N} \end{cases}$. Tìm số hạng tổng quát của dãy số trên.

Phương pháp

Sử dụng kiến thức về công thức số hạng tổng quát của cấp số nhân: Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu u_1 và công bội q thì số hạng tổng quát u_n của nó được xác định theo công thức: $u_n = u_1.q^{n-1}, n \ge 2$.

Lời giải

Với mọi $n \ge 1, n \in \mathbb{N}$ ta có: $u_{n+1} = \frac{-u_n + 1}{2u_n} \Rightarrow u_{n+1} + 1 = \frac{-u_n + 1}{2u_n} + 1 = \frac{u_n + 1}{2u_n}$

$$\Rightarrow \frac{1}{u_{n+1} + 1} = \frac{2u_n}{u_n + 1} = -\frac{2}{u_n + 1} + 2 \Rightarrow \frac{1}{u_{n+1} + 1} - \frac{2}{3} = -\frac{2}{u_n + 1} + \frac{4}{3} = -2\left(\frac{1}{u_n + 1} - \frac{2}{3}\right)$$

Đặt $v_n = \frac{1}{u_n + 1} - \frac{2}{3}$ với mọi $n \ge 1, n \in \mathbb{N}$ $\Rightarrow \begin{cases} v_{n+1} = \frac{1}{u_{n+1} + 1} - \frac{2}{3}, n \ge 1, n \in \mathbb{N} \\ v_1 = \frac{1}{u_1 + 1} - \frac{2}{3} = \frac{-1}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_{n+1} = -2v_n, n \ge 1, n \in \mathbb{N} \\ v_1 = \frac{-1}{3} \end{cases}$

Do đó, (v_n) là một cấp số nhân với số hạng đầu $v_1 = \frac{-1}{3}$ và công bội $q = -2$

Số hạng tổng quát của (v_n) là: $v_n = v_1.q^{n-1} = \frac{-1}{3}(-2)^{n-1}$

$$\Rightarrow \frac{1}{u_n + 1} - \frac{2}{3} = -\frac{1}{3}(-2)^{n-1} \Rightarrow \frac{1}{u_n + 1} = \frac{2}{3} - \frac{1}{3}(-2)^{n-1} \Rightarrow u_n = \frac{1}{\frac{2}{3} - \frac{1}{3}(-2)^{n-1}} - 1 = \frac{\frac{1}{3} + \frac{1}{3}(-2)^{n-1}}{\frac{2}{3} - \frac{1}{3}(-2)^{n-1}} = \frac{1 + (-2)^{n-1}}{2 - (-2)^{n-1}}$$

Vậy số hạng tổng quát của dãy số đã cho là: $u_n = \dfrac{1+(-2)^{n-1}}{2-(-2)^{n-1}}$