

ĐỀ CƯƠNG ÔN TẬP HỌC KÌ 1**Môn: Toán - Lớp 8****Bộ sách Chân trời sáng tạo****BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM****Mục tiêu**

- Ôn tập và củng cố lại các kiến thức, áp dụng giải các dạng bài tập liên quan của chương trình học kì 1 sách giáo khoa Toán 8 – Chân trời sáng tạo.
- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm và tự luận Toán học.
- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dàn trải các kiến thức học kì 1 – chương trình Toán 8.

A. NỘI DUNG ÔN TẬP**Đại số**

- Các phép toán cộng, trừ, nhân, chia đa thức nhiều biến
- Hằng đẳng thức đáng nhớ; phân tích đa thức thành nhân tử
 - Các hằng đẳng thức đáng nhớ
 - $(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$
 - $(A - B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$
 - $A^2 - B^2 = (A - B)(A + B)$
 - $(A + B)^3 = A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3$
 - $(A - B)^3 = A^3 - 3A^2B + 3AB^2 - B^3$
 - $A^3 + B^3 = (A + B)(A^2 - AB + B^2)$
 - $A^3 - B^3 = (A - B)(A^2 + AB + B^2)$

- Phân tích đa thức thành nhân tử
- 3. Phân thức đại số, các phép toán với phân thức đại số
 - Phân thức đại số
 - Cộng, trừ phân thức
 - Nhân, chia phân thức

Hình học

- Hình chóp đều
 - Hình chóp tam giác đều – tứ giác đều
 - Diện tích xung quanh, thể tích hình chóp tam giác đều – tứ giác đều
- Định lý Pythagore
- Tứ giác: các định nghĩa, tính chất và dấu hiệu nhận biết
 - Tứ giác
 - Hình thang – Hình thang cân

- Hình bình hành – Hình thoi
- Hình chữ nhật - Hình vuông

Dữ liệu – biểu đồ

- Thu thập và phân loại dữ liệu
- Lựa chọn dạng biểu đồ để biểu diễn
- Phân tích dữ liệu

B. BÀI TẬP**I. Phần trắc nghiệm**

Câu 1: Kết quả phân tích đa thức $4x^2 - 9$ thành đa thức là:

A. $(2x - 3)(2x + 3)$.

B. $(2x - 9)(2x + 9)$.

C. $(4x - 3)(4x + 3)$.

D. $(4x - 9)(4x + 9)$.

Câu 2: Thực hiện phép chia đa thức $x^3 + 1$ cho đa thức $x^2 - x + 1$ ta được số dư là:

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Câu 3: Điều kiện xác định của phân thức $\frac{x(x-3)}{x^2-9}$ là:

A. $x \neq 3$.

B. $x \neq 0; x \neq 3$.

C. $x \neq \pm 3$.

D. $x \neq 0$.

Câu 4: Rút gọn phân thức $\frac{2x-2y}{x-y}$ ta được kết quả là :

A. $x - y$.

B. $2x$.

C. 2.

D. $2(x - y)$.

Câu 5: Phép tính $M - \frac{2x-1}{5-x}$ không biến đổi được thành:

A. $M - \frac{1-2x}{x-5}$.

B. $M + \frac{2x-1}{x-5}$.

C. $M - \frac{1-2x}{5-x}$.

D. $M + \frac{1-2x}{5-x}$.

Câu 6: Kết quả của phép tính $\frac{4x+1}{7x^2} - \frac{1-3x}{7x^2}$ bằng :

A. $\frac{1}{7x}$.

B. $\frac{7x-2}{7x^2}$.

C. $\frac{7}{x}$.

D. $\frac{1}{x}$.

Câu 7: Kết quả rút gọn phân thức $\frac{14xy^5(2x-3y)}{21x^2y(2x-3y)^2}$ là:

A. $\frac{2y^4}{3x(2x-3y)}$.

B. $2y^4$.

C. $3x(2x-3y)$.

D. $\frac{3x(2x-3y)}{2y^4}$.

Câu 8: Giá trị của x để giá trị phân thức $\frac{5x-2}{x^2+2x+1}$ bằng 0 là :

A. $x = 0$.

B. $x = \frac{2}{5}$.

C. $x = \frac{5}{2}$.

D. $x = -1$.

Câu 9: Hình bình hành là tứ giác có

A. hai cạnh song song.

B. các cạnh đối song song.

C. các góc bằng nhau.

D. các góc đối bù nhau.

Câu 10: Hai đường chéo của hình chữ nhật

A. song song với nhau.

B. bằng nhau.

C. vuông góc với nhau.

D. là các đường phân giác của các góc.

Câu 11: Một tứ giác là hình vuông nếu nó

A. có ba góc vuông.

B. là hình thoi có một góc vuông.

C. là hình bình hành có một góc vuông.

D. là hình thang có hai góc vuông.

Câu 12: Hình thang cân là hình thang

A. có hai cạnh bên bằng nhau.

B. có hai cạnh đáy bằng nhau.

C. có hai góc kề một cạnh bên bù nhau.

D. có hai góc kề một đáy bằng nhau.

Câu 13: Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. Hình thang cân có một góc vuông là hình chữ nhật.

B. Hình bình hành có hai đường chéo bằng nhau là hình chữ nhật.

C. Hình bình hành có hai đường chéo vuông góc với nhau là hình chữ nhật.

D. Tứ giác có bốn góc bằng nhau là hình chữ nhật.

Câu 14: Cho tam giác ABC có AM là đường trung tuyến, ta có:

A. $S_{\triangle ABM} = 2S_{\triangle ABC}$.

B. $S_{\triangle ABM} = S_{\triangle ABC}$.

C. $S_{\triangle AMC} = 2S_{\triangle ABC}$.

D. $S_{\triangle ABC} = 2S_{\triangle ABM}$.

Câu 15: Cho tam giác ABC, qua điểm D thuộc cạnh BC, kẻ các đường thẳng song song với AB và AC, cắt AC và AB theo thứ tự tại E và F. Tam giác ABC cần thêm điều kiện gì để AEDF là hình chữ nhật?

A. cân tại A.

B. vuông tại A.

C. $B = 60^\circ$.

D. $B = 30^\circ$.

Câu 16: Cho tam giác ABC, D là trung điểm của BC. Qua D kẻ các đường thẳng song song với AB và AC, cắt AC và AB theo thứ tự ở E và F. Tam giác ABC cần thêm điều kiện gì để AEDF là hình vuông?

A. cân tại A.

B. vuông tại A.

C. vuông cân tại A.

D. $A = 60^\circ$.

Câu 17: Hình bình hành cần thêm điều kiện gì để trở thành hình vuông?

A. Hai đường chéo bằng nhau.

B. Hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm mỗi đường.

C. Hai cạnh kề bằng nhau.

D. Có một góc vuông và hai đường chéo vuông góc với nhau.

Câu 18: Cho tam giác ABC có ba đường trung tuyến AI, BD, CE đồng quy tại G. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của GC và GB. Khi đó tứ giác MNED là hình gì?

A. Hình chữ nhật.

B. Hình bình hành.

C. Hình thang cân.

D. Hình thang vuông.

Câu 19: Cho hình chóp tam giác đều có độ dài cạnh đáy là 7cm, độ dài trung đoạn của hình chóp là 8cm. Diện tích xung quanh của hình chóp tam giác đều đó là:

A. 44cm^2 .

B. 84cm^2 .

C. 45cm^2 .

D. 50cm^2 .

Câu 20: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh bằng 4cm, chiều cao của hình chóp là $h = 3\text{cm}$. Thể tích của hình chóp đã cho là:

- A. 16cm^3 .
- B. 12cm^3 .
- C. 8cm^3 .
- D. 6cm^3 .

Câu 21: Tam giác có độ dài ba cạnh trong trường hợp nào sau đây là tam giác vuông?

- A. 10cm; 11cm; 9cm.
- B. 13cm; 8cm; 6cm.
- C. 6cm; 10cm; 8cm.
- D. 6cm; 11cm; 12cm.

Câu 22: Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 20\text{cm}$, $AC = 21\text{cm}$. Độ dài cạnh BC là:

- A. 21cm.
- B. 39cm.
- C. 29cm.
- D. 26cm.

Câu 23: Một chiếc ti vi màn hình phẳng 32 inch với chiều ngang màn hình là 70cm. Tính chiều cao của màn hình ti vi đó, làm tròn đến số thập phân thứ nhất (biết $1\text{ inch} \approx 2,54\text{ cm}$).

- A. 7,9cm.
- B. 41,3cm.
- C. 107,3cm.
- D. 77cm.

Câu 24: Cho hình thoi ABCD có chu vi bằng 40 cm, đường chéo AC bằng 12 cm. Độ dài đường chéo BD là:

- A. 4cm.
- B. 8cm.
- C. 16cm.
- D. 32m.

Câu 25: Trong các dữ liệu sau dữ liệu nào là dữ liệu định tính?

- A. Số huy chương vàng mà các động viên đã đạt được.
- B. Danh sách các động viên tham dự Olympic 2021: Nguyễn Văn Hoàng,.....
- C. Số học sinh nữ của các tổ trong lớp 7A.
- D. Năm sinh của các thành viên trong gia đình em.

Câu 26: Cho bảng thống kê về tỉ số phần trăm các loại sách trong tủ sách của lớp 8A như sau:

Loại sách	Tỉ số phần trăm
Lịch sử Việt Nam	25%
Truyện tranh	20%
Thế giới động vật	30%
Các loại sách khác	25%

Cho các phát biểu sau:

(I) Dữ liệu định lượng là các loại sách Lịch sử Việt Nam, Truyện tranh, thế giới động vật, các loại sách khác;

(II) Dữ liệu định tính là tỉ số phần trăm: 25%; 20%; 30%; 25%;

(III) Dữ liệu chưa hợp lí là tỉ số phần trăm.

Số phát biểu sai là:

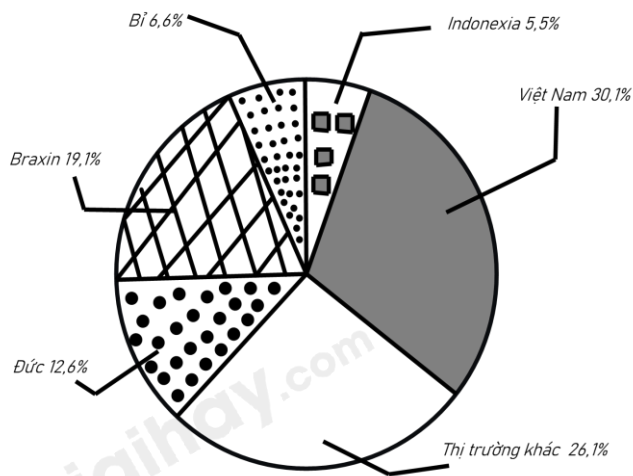
A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Câu 27: Biểu đồ hình quạt tròn biểu diễn kết quả thống kê (tính theo tỉ số phần trăm) các thị trường cung cấp cà phê cho Tây Ban Nha trong 7 tháng đầu năm 2022.



(Nguồn: Eurostat)

a) Thị trường nào cung cấp cà phê cho Tây Ban Nha là nhiều nhất?

A. Việt Nam.

B. Đức.

C. Braxin.

D. Thị trường khác.

b) Thị trường Việt Nam cung cấp cà phê cho Tây Ban Nha trong 7 tháng đầu năm 2022 gấp khoảng mấy lần thị trường Indonexia?

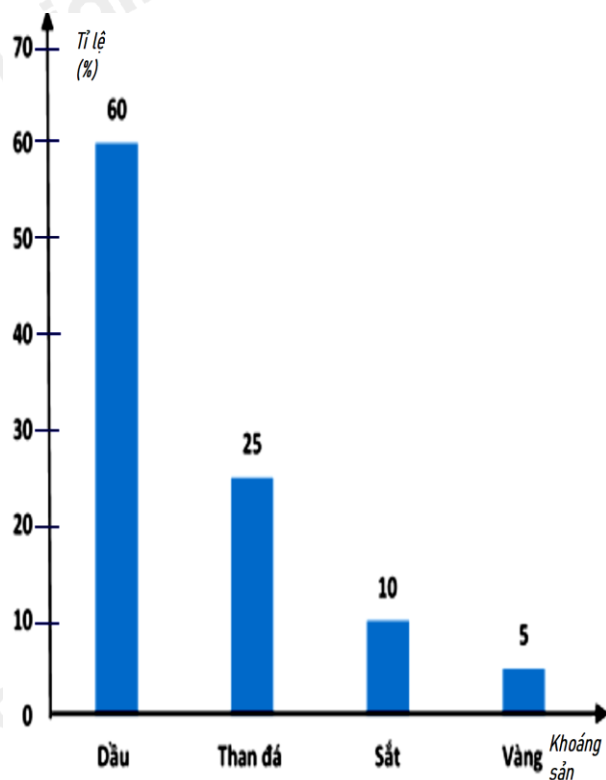
A. 5,5 lần.

B. 4 lần.

C. 3,2 lần.

D. Kết quả khác.

Câu 28: Biểu đồ cột ở hình vẽ bên biểu diễn tỉ lệ về giá trị đạt được của khoáng sản xuất khẩu nước ngoài của nước ta (tính theo tỉ số phần trăm).



a) Lựa chọn biểu đồ nào để biểu diễn các dữ liệu thống kê có trong biểu đồ cột ở hình bên?

- A. Biểu đồ hình quạt tròn.
- B. Biểu đồ cột kép.
- C. Biểu đồ cột.
- D. A; B; C đều đúng.

b) Loại khoáng sản nào có tỉ lệ về giá trị xuất khẩu nước ngoài cao nhất?

- A. Dầu.
- B. Than đá.
- C. Sắt.
- D. Vàng.

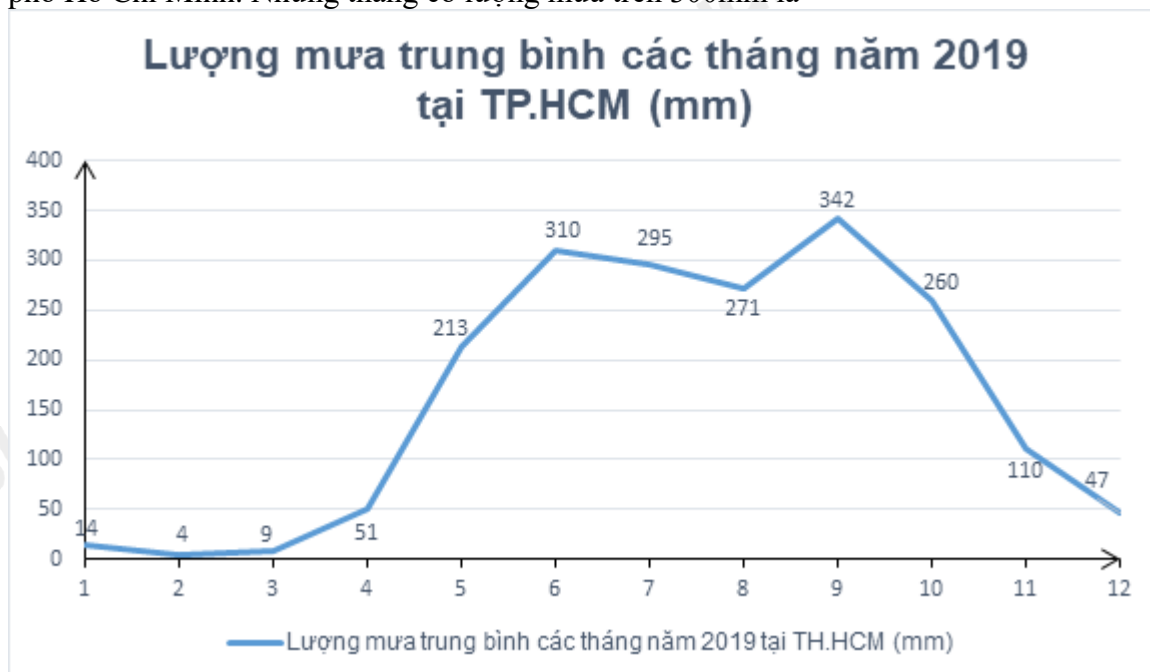
c) Dựa vào biểu đồ cho biết dữ liệu nào là dữ liệu định tính?

- A. Các loại khoáng sản: Dầu, Than đá, Sắt, Vàng.
- B. Tỉ lệ về giá trị đạt được của các loại khoáng sản xuất khẩu nước ngoài.

C. A & B đều đúng.

D. A & B đều sai.

Câu 29: Biểu đồ đoạn thẳng dưới đây biểu diễn lượng mưa trung bình các tháng trong năm 2019 tại Thành phố Hồ Chí Minh. Những tháng có lượng mưa trên 300mm là



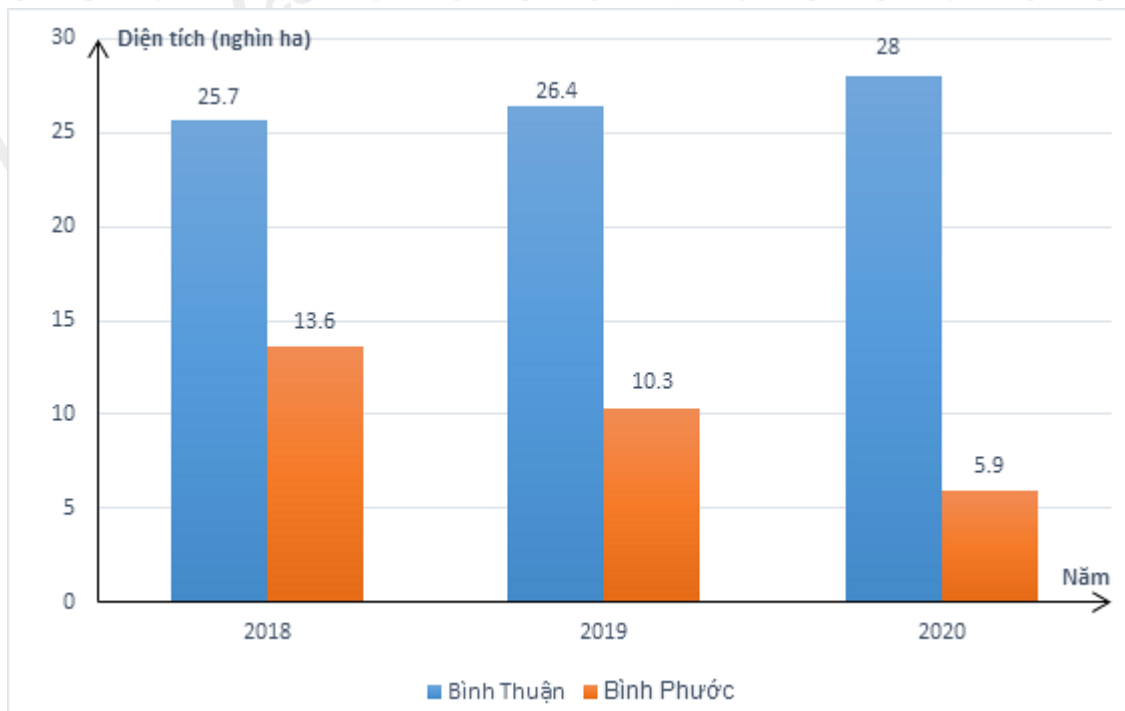
A. tháng 6, 7.

B. tháng 6, 9.

C. tháng 7, 8.

D. tháng 9, 10.

Câu 30: Biểu đồ cột kép dưới đây biểu diễn diện tích gieo trồng sản của Bình Thuận và Bình Phước trong các năm 2018; 2019; 2020 (đơn vị: Nghìn ha).



(Nguồn: Niên giám thống kê 2021, NXB Thống kê, 2021)

Diện tích nghìn hecta gieo trồng sắn của Bình Thuận trong năm 2019 là

- A. 25,7.
- B. 26,4.
- C. 10,3.
- D. 28.

II. Phần tự luận

Bài 1. Thực hiện các phép tính:

- a) $(x+3)(x-3)$.
- b) $\frac{1}{2}xy^2 \cdot \left(6xy + \frac{3}{2}x^3y - 1\right)$.
- c) $(2x-y)(4x^2+2xy+y^2)$.
- d) $(6x^5y^2 - 9x^4y^3 + 15x^3y^4) : 3x^3y^2$.
- e) $\frac{15x}{7y^3} \cdot \frac{2y^2}{x^2}$.
- f) $\frac{30x^3}{11y^2} : \frac{25x}{121y^5}$.
- g) $\frac{1}{y^2 - xy} + \frac{1}{x^2 - xy}$.
- h) $\frac{x+1}{x-3} - \frac{1-x}{x+3} + \frac{2x-2x^2}{x^2-9}$.

Bài 2. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

- a) $3x^3 + 6x^2 + 3x$
- b) $x^2 - y^2 - 2x + 2y$
- c) $x^2 - 25 + y^2 + 2xy$
- d) $x^2(x-1) + 16(1-x)$

e) $8a(b-c) + 6b(c-b)$

f) $x^2 + 8x + 15$

g) $x^2 - x - 12$

h) $(x^2 + x)^2 + 3(x^2 + x) + 2$

Bài 3. Cho biểu thức: $P = \frac{x^2}{x+1} + \frac{2(x-1)}{x} + \frac{x+2}{x^2+x}$

a) Viết điều kiện xác định của biểu thức P;

b) Rút gọn biểu thức P;

c) Tính giá trị của biểu thức P tại $x = 1$; $x = -1$.

Bài 4. Cho biểu thức $M = \left(\frac{2x-9}{x^2-5x+6} - \frac{x+3}{x-2} - \frac{2x+1}{3-x} \right) : \left(1 - \frac{1}{x+2} \right)$ (Với $x \neq -1$; $x \neq -2$; $x \neq 2$; $x \neq 3$)

a) Rút gọn M.

b) Tìm các giá trị của x để $M = \frac{3}{5}$.

c) Tìm giá trị của M biết $|x-1| = 3$.

d) Tìm x để biểu thức $P = M(x^2 - 9)$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 5. Chứng minh giá trị của mỗi biểu thức sau không phụ thuộc vào giá trị của biến.

a) $A = 2xy + \frac{1}{2}x(2x - 4y + 4) - x(x + 2)$

b) $B = (x+2)^2 - (x-3)^2 - 10x$

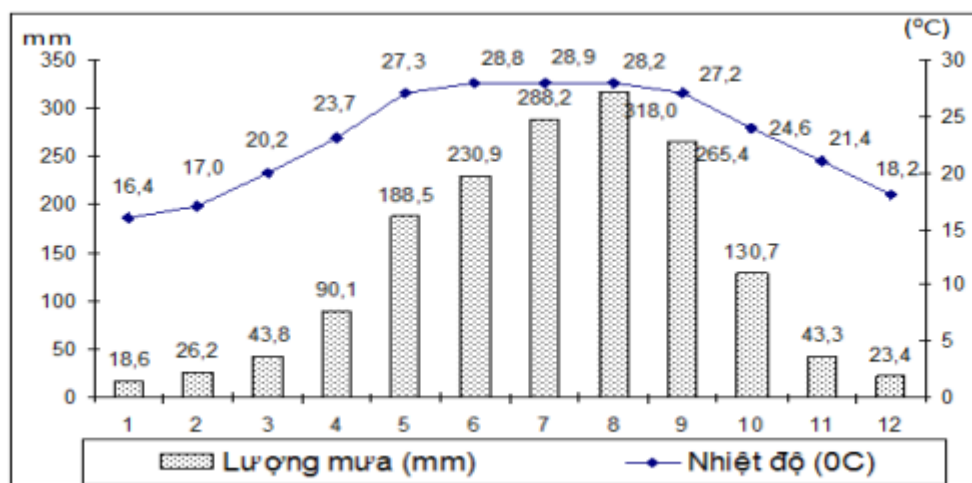
Bài 6. Thống kê trong lần kiểm tra cuối học kì I của lớp 8A vừa qua là:

Điểm	4	5	6	7	8	9	10
Số bài (đơn vị : bài)	6	7	6	7	4	7	5

a) Tính tổng số bài kiểm tra cuối học kì I của lớp 8A.

b) Số bài được điểm 10 chiếm bao nhiêu phần trăm so với tổng số bài kiểm tra cuối học kì I của lớp 8A?

Bài 7. Cho biểu đồ về lượng mưa và nhiệt độ trong năm 2022 của Hà Nội

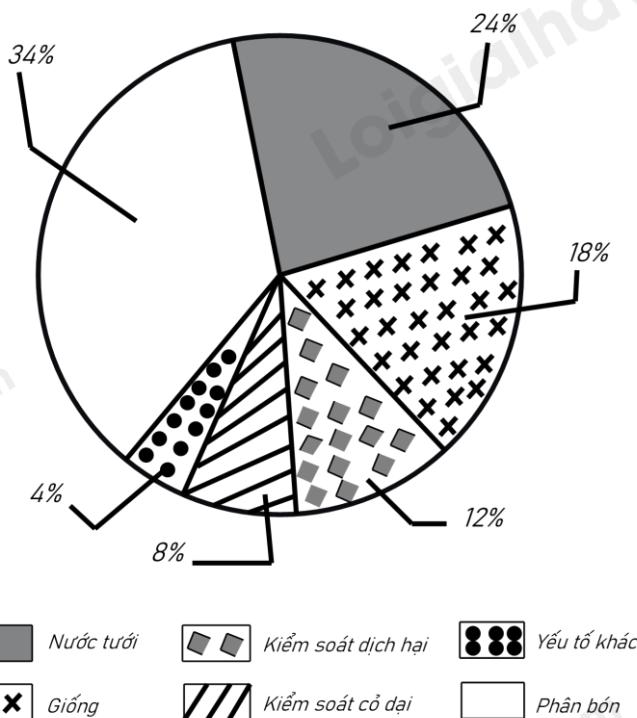


a) Tháng nào có nhiệt độ cao nhất, thấp nhất? Vì sao lại có sự khác biệt này?

b) Tháng nào có lượng mưa nhiều nhất, ít nhất?

c) Em thích tháng nào nhất trong năm và tháng đó có nhiệt độ và lượng mưa như thế nào?

Bài 8. Biểu đồ hình quạt tròn ở hình bên biểu diễn tỉ lệ các yếu tố ảnh hưởng đến sinh trưởng của cây trồng như: *Phân bón; Nước tưới; Giống; Kiểm soát dịch hại; Kiểm soát cỏ dại; Yếu tố khác.*

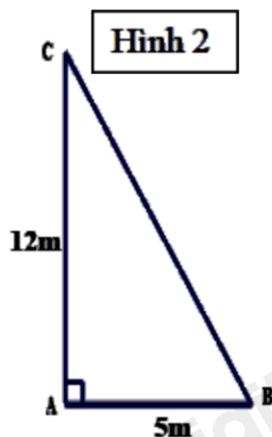


a) Cho biết yếu tố nào ảnh hưởng đến sinh trưởng của cây trồng nhiều nhất?

b) Trong các yếu tố ảnh hưởng đến sinh trưởng của cây thì yếu tố kiểm soát dịch hại gấp mấy lần yếu tố khác?

Bài 9.

a) Một cây cao 12m mọc cạnh bờ sông. Trên đỉnh cây có một con chim đang đậu và chuẩn bị sà xuống bắt con cá trên mặt nước (như hình 1 và được mô phỏng như hình 2). Hỏi con chim sẽ bay một đoạn ngắn nhất bằng bao nhiêu mét thì bắt được con cá? (Biết con cá cách gốc cây 5m và nước cao mấp mé bờ sông)

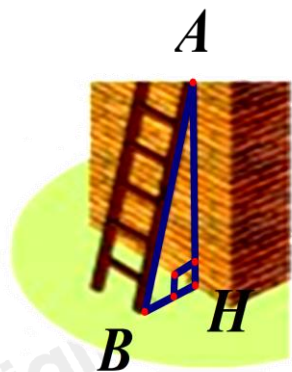


b) Cho tam giác ABC , đường cao AH . Biết $AC = 15$ cm, $AH = 12$ cm, $BH = 9$ cm. Hỏi tam giác ABC là tam giác gì?

Bài 10. Một chiếc thang có chiều dài $AB = 3,7m$ đặt cách một bức tường khoảng cách $BH = 1,2m$.

a) Tính chiều cao AH .

b) Khoảng cách đặt thang cách chân tường là BH có “an toàn” không ? Biết rằng khoảng cách “an toàn” khi $2,0 < \frac{AH}{BH} < 2,2$ (xem hình vẽ).



$$AB = 3,7m$$

$$BH = 1,2m$$

Bài 11. Cho hình bình hành $ABCD$ có AC vuông góc với AD . Gọi E, F theo thứ tự là trung điểm của các cạnh AB, CD .

a) Chứng minh $AF = FC$.

b) Chứng minh tứ giác $AECF$ là hình thoi.

c) Chứng minh AC, BD, EF đồng quy.

Bài 12. Cho tam giác ABC vuông tại C . Gọi D là trung điểm của AB , kẻ DM vuông góc với AC ($M \in AC$). Gọi E là điểm đối xứng với D qua BC , DE cắt BC tại N .

a) Chứng minh tứ giác $CMDN$ là hình chữ nhật.

b) Tứ giác $BDCE$ là hình gì? Vì sao?

c) Chứng minh $S_{\triangle ABC} = 2S_{\triangle CMDN}$.

d) Tam giác ABC cần có thêm điều kiện gì để tứ giác $ABEC$ là hình thang cân?

Bài 13. Cho tam giác MNP vuông cân tại M . Gọi Q là điểm đối xứng của M qua NP .

a) Chứng minh rằng tứ giác $MNPQ$ là hình vuông;

b) Trên tia đối của các tia PQ và MP lần lượt lấy điểm A và B sao cho $QA = MB$. Chứng minh rằng tam giác BNA là tam giác vuông cân.

c) Gọi I là trung điểm của AB . Chứng minh tam giác IPN là tam giác cân.

d) Chứng minh 3 điểm Q, M, I thẳng hàng.

Bài 14*.

a) Tính GTNN của biểu thức $B = x^2 + 2y^2 + 3z^2 - 2xy + 2xz - 2x - 2y - 8z + 2000$.

b) Tính GTLN của biểu thức $N = \frac{2x^2 + 4x + 10}{x^2 + 2x + 3}$.

Bài 15*. Cho $a + b = 1$. Tính giá trị của biểu thức sau:

$$M = a^3 + b^3 + 3ab(a^2 + b^2) + 6a^2b^2(a + b).$$

----- Hết -----

**I. Trắc nghiệm**

Câu 1. A	Câu 2. A	Câu 3. C	Câu 4. C	Câu 5. C	Câu 6. A
Câu 7. A	Câu 8. B	Câu 9. B	Câu 10. B	Câu 11. B	Câu 12. D
Câu 13. C	Câu 14. D	Câu 15. B	Câu 16. C	Câu 17. D	Câu 18. B
Câu 19. B	Câu 20. A	Câu 21. C	Câu 22. C	Câu 23. B	Câu 24. C
Câu 25. B	Câu 26. D	Câu 27. a) A b) A	Câu 28. a) A b) A c) A	Câu 29. B	Câu 30. B

II. Phần tự luận**Bài 1.** Thực hiện các phép tính:

a) $(x+3)(x-3)$.

b) $\frac{1}{2}xy^2 \cdot \left(6xy + \frac{3}{2}x^3y - 1\right)$.

c) $(2x-y)(4x^2+2xy+y^2)$.

d) $(6x^5y^2 - 9x^4y^3 + 15x^3y^4) : 3x^3y^2$.

e) $\frac{15x}{7y^3} \cdot \frac{2y^2}{x^2}$.

f) $\frac{30x^3}{11y^2} : \frac{25x}{121y^5}$.

g) $\frac{1}{y^2-xy} + \frac{1}{x^2-xy}$.

h) $\frac{x+1}{x-3} - \frac{1-x}{x+3} + \frac{2x-2x^2}{x^2-9}$.

Phương pháp

Sử dụng các phép tính với đa thức và các hằng đẳng thức đáng nhớ.

Lời giải

a) $(x+3)(x-3) = x^2 - 3^2 = x^2 - 9$

b) $\frac{1}{2}xy^2 \cdot \left(6xy + \frac{3}{2}x^3y - 1\right)$

$$= \frac{1}{2}xy^2 \cdot 6xy + \frac{1}{2}xy^2 \cdot \frac{3}{2}x^3y - \frac{1}{2}xy^2$$

$$= 3x^2y^3 + \frac{3}{4}x^4y^3 - \frac{1}{2}xy^2$$

c) $(2x-y)(4x^2+2xy+y^2) = (2x)^3 - y^3 = 8x^3 - y^3$

d) $(6x^5y^2 - 9x^4y^3 + 15x^3y^4) : 3x^3y^2$

$$= 6x^5y^2 : 3x^3y^2 - 9x^4y^3 : 3x^3y^2 + 15x^3y^4 : 3x^3y^2$$

$$= 2x^2 - 3xy + 5y^3$$

$$e) \frac{15x}{7y^3} \cdot \frac{2y^2}{x^2} = \frac{15x \cdot 2y^2}{7y^3 \cdot x^2} = \frac{30xy^2}{7x^2y^3} = \frac{30}{7xy}$$

$$f) \frac{30x^3}{11y^2} : \frac{25x}{121y^5} = \frac{30x^3}{11y^2} \cdot \frac{121y^5}{25x} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 11^2 \cdot x^3 \cdot y^5}{11 \cdot 5^2 \cdot xy^2} = \frac{6 \cdot 11 \cdot x^2 \cdot y^3}{5} = \frac{66x^2y^3}{5}$$

$$g) \frac{1}{y^2 - xy} + \frac{1}{x^2 - xy} = \frac{1}{y(y-x)} + \frac{1}{x(x-y)} = \frac{x}{xy(y-x)} - \frac{y}{xy(y-x)} = \frac{x-y}{xy(y-x)} = \frac{-(y-x)}{xy(y-x)} = \frac{-1}{xy}$$

$$h) \frac{x+1}{x-3} - \frac{1-x}{x+3} + \frac{2x-2x^2}{x^2-9} = \frac{(x+1)(x+3)}{(x-3)(x+3)} - \frac{(1-x)(x-3)}{(x-3)(x+3)} + \frac{2x-2x^2}{(x-3)(x+3)}$$

$$= \frac{(x+1)(x+3) - (1-x)(x-3) + 2x - 2x^2}{(x-3)(x+3)} = \frac{x^2 + x + 3x + 3 - x + x^2 + 3 - 3x + 2x - 2x^2}{(x-3)(x+3)}$$

$$= \frac{(x^2 + x^2 - 2x^2) + (x + 3x - x - 3x + 2x) + (3 + 3)}{(x-3)(x+3)} = \frac{2x + 6}{(x-3)(x+3)} = \frac{2(x+3)}{(x-3)(x+3)} = \frac{2}{x-3}$$

Bài 2. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

- $3x^3 + 6x^2 + 3x$
- $x^2 - y^2 - 2x + 2y$
- $x^2 - 25 + y^2 + 2xy$
- $x^2(x-1) + 16(1-x)$
- $8a(b-c) + 6b(c-b)$
- $x^2 + 8x + 15$
- $x^2 - x - 12$
- $(x^2 + x)^2 + 3(x^2 + x) + 2$

Phương pháp

Sử dụng các phương pháp phân tích đa thức thành nhân tử để phân tích

Lời giải

- $3x^3 + 6x^2 + 3x = 3x(x^2 + 2x + 1) = 3x(x+1)^2$
- $x^2 - y^2 - 2x + 2y = (x-y)(x+y) - 2(x-y) = (x-y)(x+y-2)$
- $x^2 - 25 + y^2 + 2xy = (x^2 + 2xy + y^2) - 25 = (x+y)^2 - 25 = (x+y-5)(x+y+5)$
- $x^2(x-1) + 16(1-x) = x^2(x-1) - 16(x-1) = (x^2 - 16)(x-1) = (x-4)(x+4)(x-1)$
- $8a(b-c) + 6b(c-b) = 8a(b-c) - 6b(b-c) = (b-c)(8a-6b)$
- $x^2 + 8x + 15 = x^2 + 3x + 5x + 15 = x(x+3) + 5(x+3) = (x+5)(x+3)$
- $x^2 - x - 12 = x^2 - 4x + 3x - 12 = x(x-4) + 3(x-4) = (x+3)(x-4)$
- $(x^2 + x)^2 + 3(x^2 + x) + 2 = (x^2 + x)^2 + (x^2 + x) + 2(x^2 + x) + 2 = (x^2 + x)(x^2 + x + 1) + 2(x^2 + x + 1)$
 $= (x^2 + x + 1)(x^2 + x + 2)$

Bài 3. Cho biểu thức: $P = \frac{x^2}{x+1} + \frac{2(x-1)}{x} + \frac{x+2}{x^2+x}$

- Viết điều kiện xác định của biểu thức P;
- Rút gọn biểu thức P;
- Tính giá trị của biểu thức P tại $x = 1$; $x = -1$.

Phương pháp

- a) Để phân thức xác định thì mẫu thức phải khác 0.
 b) Sử dụng các tính chất và phép tính của phân thức để rút gọn biểu thức.
 c) Thay $x = 1$, $x = -1$ vào biểu thức đã rút gọn để tính P.

Lời giải

a) Để biểu thức P xác định thì các phân thức trong P phải xác định.

Phân thức $\frac{x^2}{x+1}$ xác định $\Leftrightarrow x+1 \neq 0$ hay $x \neq -1$.

Phân thức $\frac{2(x-1)}{x}$ xác định $\Leftrightarrow x \neq 0$.

Phân thức $\frac{x+2}{x^2+x}$ xác định $\Leftrightarrow x^2+x \neq 0 \Leftrightarrow x(x+1) \neq 0$ hay $x \neq 0$ và $x \neq -1$.

Vậy điều kiện xác định của biểu thức P là $x \notin \{-1; 0\}$.

b) Ta có:

$$\begin{aligned} P &= \frac{x^2}{x+1} + \frac{2(x-1)}{x} + \frac{x+2}{x^2+x} \\ &= \frac{x^2}{x+1} + \frac{2(x-1)}{x} + \frac{x+2}{x(x+1)} \\ &= \frac{x^3}{x(x+1)} + \frac{2(x-1)(x+1)}{x(x+1)} + \frac{x+2}{x(x+1)} \\ &= \frac{x^3 + 2(x-1)(x+1) + x + 2}{x(x+1)} \\ &= \frac{x^3 + 2(x^2 - 1) + x + 2}{x(x+1)} \\ &= \frac{x^3 + 2x^2 - 2 + x + 2}{x(x+1)} \\ &= \frac{x^3 + 2x^2 + x}{x(x+1)} \\ &= \frac{x(x^2 + 2x + 1)}{x(x+1)} \\ &= \frac{x(x+1)^2}{x(x+1)} \\ &= x+1 \end{aligned}$$

c) Tại $x = 1$, ta có: $P = 1+1 = 2$

Tại $x = -1$, ta có: $P = -1+1 = 0$

Bài 4. Cho biểu thức $M = \left(\frac{2x-9}{x^2-5x+6} - \frac{x+3}{x-2} - \frac{2x+1}{3-x} \right) : \left(1 - \frac{1}{x+2} \right)$ (Với $x \neq -1; x \neq -2; x \neq 2; x \neq 3$)

a) Rút gọn M.

b) Tìm các giá trị của x để $M = \frac{3}{5}$.

c) Tìm giá trị của M biết $|x-1| = 3$.

d) Tìm x để biểu thức $P = M(x^2 - 9)$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Phương pháp

a) Sử dụng các tính chất và phép tính của phân thức để rút gọn biểu thức.

b) Thay $M = \frac{3}{5}$ để tìm x .

c) Tìm x , thay giá trị của x vào M để tính giá trị của M .

d) Tính P . Biến đổi P thành dạng $P = a^2 + b$, giá trị nhỏ nhất của P là b .

Lời giải

a) Ta có:

$$\begin{aligned} M &= \left(\frac{2x-9}{x^2-5x+6} - \frac{x+3}{x-2} - \frac{2x+1}{3-x} \right) : \left(1 - \frac{1}{x+2} \right) \quad (\text{Với } x \neq -1; x \neq -2; x \neq 2; x \neq 3) \\ &= \left[\frac{2x-9}{(x-2)(x-3)} - \frac{x+3}{x-2} + \frac{2x+1}{x-3} \right] : \frac{x+2-1}{x+2} \\ &= \left[\frac{2x-9}{(x-2)(x+3)} - \frac{(x+3)(x-3)}{(x-2)(x-3)} + \frac{(2x+1)(x-2)}{(x-2)(x-3)} \right] : \frac{x+1}{x+2} \\ &= \frac{2x-9-x^2+9+2x^2+x-4x-2}{(x-2)(x-3)} \cdot \frac{x+2}{x+1} \\ &= \frac{x^2-x-2}{(x-2)(x-3)} \cdot \frac{x+2}{x+1} \\ &= \frac{(x-2)(x+1)(x+2)}{(x-2)(x-3)(x+1)} \\ &= \frac{x+2}{x-3} \end{aligned}$$

b) Thay $M = \frac{3}{5}$, ta có:

$$\begin{aligned} \frac{x+2}{x-3} &= \frac{3}{5} \Leftrightarrow 5(x+2) = 3(x-3) \\ \Leftrightarrow 5x+10 &= 3x-9 \\ \Leftrightarrow 2x &= -19 \\ \Leftrightarrow x &= \frac{-19}{2} \end{aligned}$$

Vậy $x = \frac{-19}{2}$ thì $M = \frac{3}{5}$.

c) Ta có: $|x-1|=3 \Leftrightarrow x-1=3$ hoặc $x-1=-3$.

TH1. $x-1=3 \Leftrightarrow x=4$

Thay $x=4$ vào M , ta được: $M = \frac{4+2}{4-3} = \frac{6}{1} = 6$.

TH2. $x-1=-3 \Leftrightarrow x=-2$

Thay $x=-2$ vào M , ta được: $M = \frac{-2+2}{-2-3} = \frac{0}{-5} = 0$.

d) Ta có: $P = M(x^2 - 9)$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{x+2}{x-3}(x-3)(x+3) \\
 &= (x+2)(x+3) \\
 &= x^2 + 5x + 6 \\
 &= \left(x^2 + 2 \cdot \frac{5}{2}x + \frac{25}{4}\right) - \frac{1}{4} \\
 &= \left(x + \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} \geq -\frac{1}{4} \quad \forall x \in \mathbb{R}
 \end{aligned}$$

Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow x + \frac{5}{2} = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{5}{2}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của P là $-\frac{1}{4}$ khi $x = -\frac{5}{2}$.

Bài 5. Chứng minh giá trị của mỗi biểu thức sau không phụ thuộc vào giá trị của biến.

a) $A = 2xy + \frac{1}{2}x(2x - 4y + 4) - x(x + 2)$

b) $B = (x + 2)^2 - (x - 3)^2 - 10x$

Phương pháp

Sử dụng các phép tính với đa thức và các hằng đẳng thức đáng nhớ biến đổi biểu thức sao cho không còn ẩn.

Lời giải

a) $A = 2xy + \frac{1}{2}x(2x - 4y + 4) - x(x + 2)$

$$A = 2xy + x^2 - 2xy + 2x - x^2 - 2x$$

$$A = (2xy - 2xy) + (x^2 - x^2) + (2x - 2x)$$

$$A = 0$$

Vì $A = 0$ nên A không phụ thuộc vào biến x, y.

b) $B = (x + 2)^2 - (x - 3)^2 - 10x$

$$B = (x + 2 - x + 3)(x + 2 + x - 3) - 10x$$

$$B = 5(2x - 1) - 10x$$

$$B = 10x - 5 - 10x$$

$$B = -5$$

Vì $B = -5$ nên B không phụ thuộc vào biến x, y.

Bài 6. Thống kê trong lần kiểm tra cuối học kì I của lớp 8A vừa qua là:

Điểm	4	5	6	7	8	9	10
Số bài (đơn vị : bài)	6	7	6	7	4	7	5

a) Tính tổng số bài kiểm tra cuối học kì I của lớp 8A.

b) Số bài được điểm 10 chiếm bao nhiêu phần trăm so với tổng số bài kiểm tra cuối học kì I của lớp 8A?

Phương pháp

- a) Tính tổng số bài.
- b) Tính số phần trăm bài được điểm 10 = số bài được điểm 10 : tổng số bài . 100

Lời giải

a) Tổng số bài kiểm tra cuối học kì I của lớp 8A là:

$$6 + 7 + 6 + 7 + 4 + 7 + 5 = 42 \text{ (bài)}$$

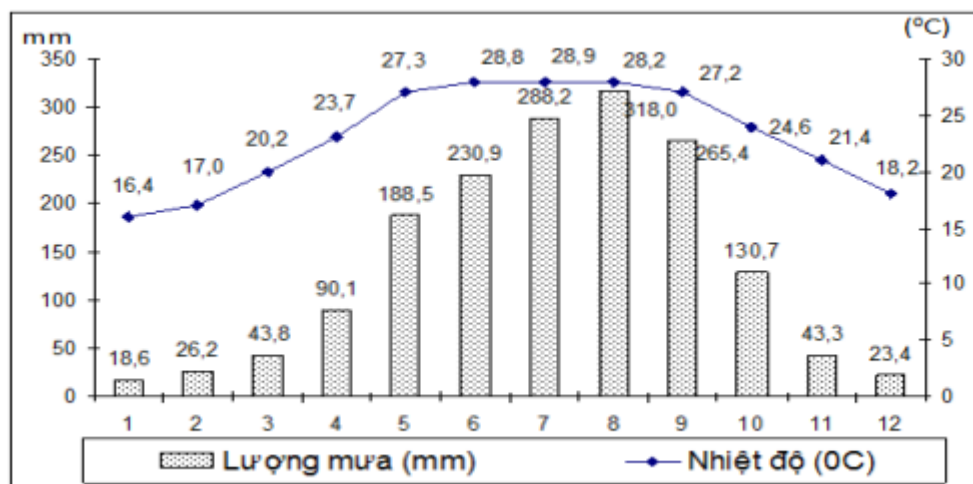
Vậy lớp 8A có 42 bài kiểm tra cuối học kì I.

b) Số bài được điểm 10 chiếm số phần trăm là:

$$\frac{5}{42} \cdot 100\% \approx 12\%$$

Vậy số bài được điểm 10 chiếm khoảng 12% so với tổng số bài kiểm tra cuối học kì I của lớp 8A.

Bài 7. Cho biểu đồ về lượng mưa và nhiệt độ trong năm 2022 của Hà Nội



- a) Tháng nào có nhiệt độ cao nhất, thấp nhất? Vì sao lại có sự khác biệt này?
- b) Tháng nào có lượng mưa nhiều nhất, ít nhất?
- c) Em thích tháng nào nhất trong năm và tháng đó có nhiệt độ và lượng mưa như thế nào?

Phương pháp

Quan sát biểu đồ để trả lời.

Lời giải

a) Quan sát biểu đồ, ta thấy:

- Tháng có nhiệt độ cao nhất là tháng 7 (28,9°C).
- Tháng có nhiệt độ thấp nhất là tháng 1 (16,4°C).

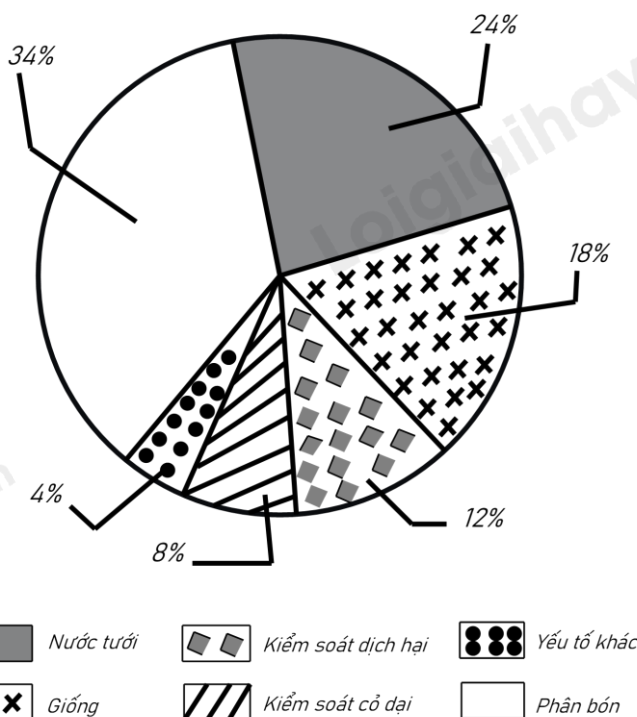
Sự khác biệt về nhiệt độ này có vì Hà Nội nằm ở miền Bắc, có sự thay đổi thời tiết rõ ràng mùa nóng và mùa lạnh.

b) Quan sát biểu đồ, ta thấy:

- Tháng có lượng mưa nhiều nhất là tháng 8 (318,0mm)
- Tháng có lượng mưa ít nhất là tháng 1 (18,6mm)

c) Học sinh tự lựa chọn tháng mình thích và liệt kê nhiệt độ và lượng mưa của tháng đó.

Bài 8. Biểu đồ hình quạt tròn ở hình bên biểu diễn tỉ lệ các yếu tố ảnh hưởng đến sinh trưởng của cây trồng như: *Phân bón; Nước tưới; Giống; Kiểm soát dịch hại; Kiểm soát cỏ dại; Yếu tố khác.*



a) Cho biết yếu tố nào ảnh hưởng đến sinh trưởng của cây trồng nhiều nhất?

b) Trong các yếu tố ảnh hưởng đến sinh trưởng của cây thì yếu tố kiểm soát dịch hại gấp mấy lần yếu tố khác?

Phương pháp

Quan sát biểu đồ để trả lời.

Lời giải

a) Quan sát biểu đồ, ta thấy yếu tố ảnh hưởng đến sinh trưởng của cây trồng nhiều nhất là phân bón (34%).

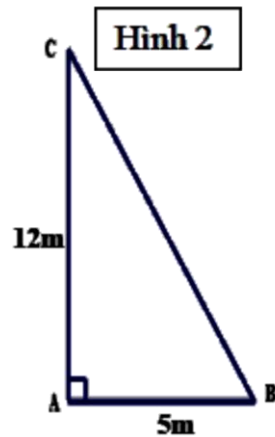
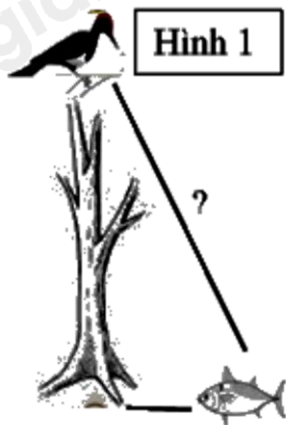
b) Ta có tỉ lệ phần trăm của yếu tố kiểm soát dịch hại là 12%.

Tỉ lệ phần trăm của yếu tố khác là 4%.

Yếu tố kiểm soát dịch hại gấp yếu tố khác là: $\frac{12\%}{4\%} = 3$ (lần)

Bài 9.

a) Một cây cao 12m mọc cạnh bờ sông. Trên đỉnh cây có một con chim đang đậu và chuẩn bị sà xuống bắt con cá trên mặt nước (như hình 1 và được mô phỏng như hình 2). Hỏi con chim sẽ bay một đoạn ngắn nhất bằng bao nhiêu mét thì bắt được con cá? (Biết con cá cách gốc cây 5m và nước cao gấp mé bờ sông)



b) Cho tam giác ABC , đường cao AH . Biết $AC = 15$ cm, $AH = 12$ cm, $BH = 9$ cm. Hỏi tam giác ABC là tam giác gì?

Phương pháp

- a) Áp dụng định lí Pythagore để tính.
- b) Áp dụng định lí Pythagore để tính các cạnh và xác định loại tam giác.

Lời giải

a) Để con chim bay một đoạn ngắn nhất bắt được con cá thì con chim phải bay một khoảng bằng với đoạn thẳng BC .

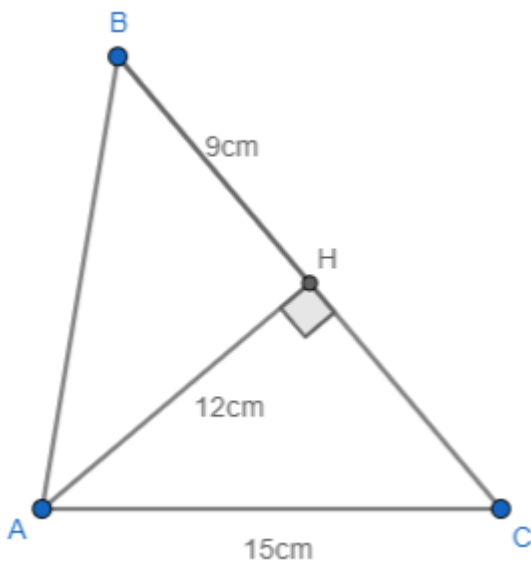
Áp dụng định lí Pythagore vào tam giác vuông ABC , ta có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169$$

$$\Rightarrow BC = 13(\text{m})$$

Vậy con chim sẽ bay một đoạn ngắn nhất bằng 13 mét thì bắt được con cá.

b)



Áp dụng định lí Pythagore vào tam giác vuông ABH , ta có:

$$AB^2 = AH^2 + BH^2 = 12^2 + 9^2 = 225$$

$$\Rightarrow AB = \sqrt{225} = 15(\text{cm})$$

Áp dụng định lí Pythagore vào tam giác vuông ACH, ta có:

$$CH^2 = AC^2 - AH^2 = 15^2 - 12^2 = 81$$

$$\Rightarrow CH = \sqrt{81} = 9(\text{cm})$$

Suy ra $BC = 9 + 9 = 18(\text{cm})$.

Vì $AB = AC = 15$ nên tam giác ABC cân tại A.

Vì $AB^2 + AC^2 = 15^2 + 15^2 = (15\sqrt{2})^2 \neq 18^2 = BC^2$ nên tam giác ABC không vuông (theo định lí Pythagore đảo).

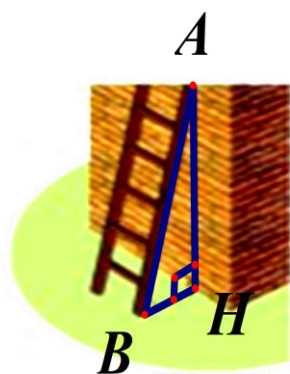
Vậy tam giác ABC cân tại A.

Bài 10. Một chiếc thang có chiều dài $AB = 3,7\text{m}$ đặt cách một bức tường khoảng cách $BH = 1,2\text{m}$.

a) Tính chiều cao AH.

b) Khoảng cách đặt thang cách chân tường là BH có “an toàn” không ? Biết rằng khoảng cách “an

toàn” khi $2,0 < \frac{AH}{BH} < 2,2$ (xem hình vẽ).



$$AB = 3,7\text{m}$$

$$BH = 1,2\text{m}$$

Phương pháp

a) Sử dụng định lí Pythagore để tính AH.

b) Tính tỉ số $\frac{AH}{BH}$. Kiểm tra xem $2,0 < \frac{AH}{BH} < 2,2$ hay không.

Lời giải

a) Vì bức tường và mặt đất vuông góc với nhau nên tam giác ABH vuông tại H.

Áp dụng định lí Pythagore vào tam giác vuông ABH, ta có:

$$AH^2 = AB^2 - BH^2 = 3,7^2 - 1,2^2 = 12,25$$

$$\Rightarrow AH = \sqrt{12,25} = 3,5(\text{m})$$

b) Ta có: $\frac{AH}{BH} = \frac{3,5}{1,2} \approx 2,9 > 2,2$. Do đó khoảng cách đặt thang cách chân tường là BH không “an toàn”.

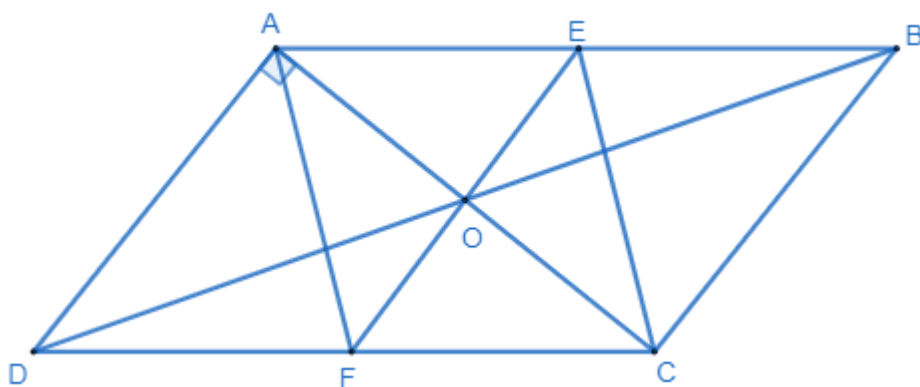
Bài 11. Cho hình bình hành ABCD có AC vuông góc với AD. Gọi E, F theo thứ tự là trung điểm của các cạnh AB, CD.

- a) Chứng minh $AF = FC$.
- b) Chứng minh tứ giác AECF là hình thoi.
- c) Chứng minh AC, BD, EF đồng quy.

Phương pháp

- a) Sử dụng tính chất của đường trung tuyến ứng với cạnh huyền trong tam giác vuông ACD để chứng minh.
- b) Chứng minh AECF có cặp cạnh đối song song và bằng nhau nên là hình bình hành. Mà $AF = FC$ (hai cạnh kề bằng nhau) nên AECF là hình thoi.
- c) Chứng minh giao điểm của AC và EF trùng với giao điểm của AC và BD.

Lời giải



a) Ta có ABCD là hình bình hành nên $AD \parallel BC$, $AB \parallel CD$, $AD = BC$ và $AB = CD$.

Xét tam giác ACD có AC vuông góc với AD nên tam giác ACD vuông tại A.

F là trung điểm của CD nên AF là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền CD của tam giác ACD.

Do đó $AF = \frac{1}{2} CD = CF$ (F là trung điểm của CD) (đpcm)

b) Ta có $AB \parallel CD$ nên $AE \parallel CF$ ($E \in AB, F \in CD$)

$AE = \frac{1}{2} AB$ (E là trung điểm của AB)

$CF = \frac{1}{2} CD$ (F là trung điểm của CD)

Mà $AB = CD$ (cmt)

$\Rightarrow AE = CF$.

Xét tứ giác AECF có: $AE \parallel CF$ (cmt), $AE = CF$ (cmt) nên tứ giác AECF là hình bình hành.

Mà $AF = CF$ (cmt) \Rightarrow AECF là hình thoi (hình bình hành có hai cạnh kề bằng nhau là hình thoi) (đpcm).

c) Gọi O là giao điểm của AC và EF, khi đó O là trung điểm của AC.

Vì ABCD là hình bình hành nên giao điểm của AC và BD là trung điểm của AC và BD.

Mà O là trung điểm của AC (cmt) nên O là giao điểm của AC và BD.

Mà O là giao điểm của AC và BD.

Vậy AC, BD và EF đồng quy tại điểm O (đpcm).

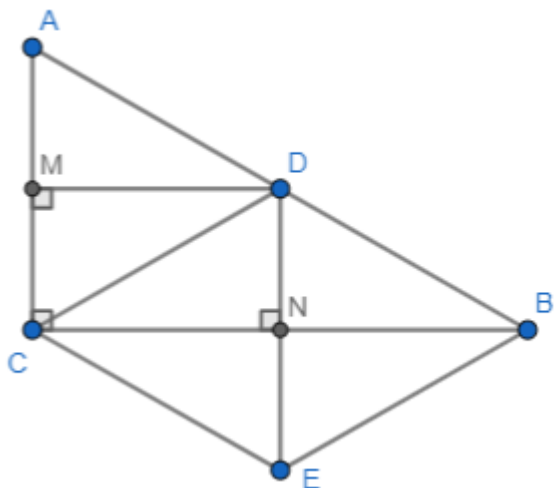
Bài 12. Cho tam giác ABC vuông tại C. Gọi D là trung điểm của AB, Kẻ DM vuông góc với AC ($M \in AC$). Gọi E là điểm đối xứng với D qua BC, DE cắt BC tại N.

- Chứng minh tứ giác CMDN là hình chữ nhật.
- Tứ giác BDCE là hình gì? Vì sao?
- Chứng minh $S_{\triangle ABC} = 2S_{\text{CMDN}}$.
- Tam giác ABC cần có thêm điều kiện gì để tứ giác ABEC là hình thang cân?

Phương pháp

- Chứng minh tứ giác CMDN có 3 góc vuông.
- Chứng minh BDCE là hình bình hành có hai đường chéo vuông góc với nhau.
- Sử dụng công thức tính diện tích tam giác và diện tích hình chữ nhật để chứng minh.
- Dựa vào tính chất của hình thang cân để suy ra điều kiện cần của tam giác ABC để ABEC là hình thang cân.

Lời giải



a) Ta có DM vuông góc với AC nên $M = 90^\circ$.

Ta có E là điểm đối xứng với D qua BC nên $DE \perp BC$ tại N suy ra $N = 90^\circ$.

Xét tứ giác CMDN có:

$C = 90^\circ$ (gt)

$M = 90^\circ$ (cmt)

$N = 90^\circ$ (cmt)

\Rightarrow CMDN là hình chữ nhật (đpcm)

$\Rightarrow CM \parallel DN, CM = DN$ (hai cạnh đối tương ứng)

b) Xét tứ giác ADEC có:

$AC \parallel DN$ (vì $CM \parallel DN$)

$AC = DN$ (vì $\frac{1}{2} AC = CM = DN = \frac{1}{2} DE$)

\Rightarrow ADEC là hình bình hành $\Rightarrow AD \parallel CE$ và $AD = CE$.

Mà $AD = DB$ (D là trung điểm của AB)

$\Rightarrow CE = DB$

Xét tứ giác BDCE có:

$DB \parallel CE$ (do $AD \parallel CE$)

$DB = CE$ (cmt)

\Rightarrow BDCE là hình bình hành.

\Rightarrow Giao điểm của DE và BC là trung điểm của mỗi đường.

Mà $DE \perp BC \Rightarrow$ BDCE là hình thoi (đpcm).

c) Ta có: $S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BC$, $S_{CMDN} = CM \cdot CN = \frac{1}{2} AC \cdot \frac{1}{2} BC = \frac{1}{4} AC \cdot BC$

$$\Rightarrow \frac{S_{ABC}}{S_{CMDN}} = \frac{\frac{1}{2} AC \cdot BC}{\frac{1}{4} AC \cdot BC} = 2 \Rightarrow S_{ABC} = 2S_{CMDN} \text{ (đpcm)}$$

d) Ta có $AB \parallel CE$ nên ABEC là hình thang.

Để ABEC là hình thang cân thì $AC = BE$.

Mà $BE = BD = AD \Rightarrow AC = AD = DC$

\Rightarrow Tam giác ACD đều suy ra $A = 60^\circ$.

Vậy tam giác ABC phải vuông tại C và có $A = 60^\circ$ thì ABEC là hình thang cân.

Bài 13. Cho tam giác MNP vuông cân tại M. Gọi Q là điểm đối xứng của M qua NP.

a) Chứng minh rằng tứ giác MNQP là hình vuông;

b) Trên tia đối của các tia PQ và MP lần lượt lấy điểm A và B sao cho $QA = MB$. Chứng minh rằng tam giác BNA là tam giác vuông cân.

c) Gọi I là trung điểm của AB. Chứng minh tam giác IPN là tam giác cân.

d) Chứng minh 3 điểm Q, M, I thẳng hàng.

Phương pháp

a) Chứng minh MNQP có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường nên MNQP là hình bình hành.

Hình bình hành MNQP có hai cạnh kề bằng nhau nên là hình thoi.

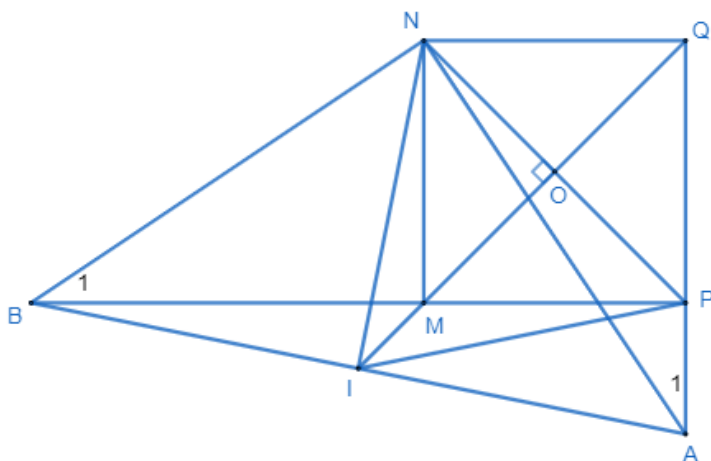
Hình thoi MNQP có một góc vuông nên là hình vuông.

b) Chứng minh $\triangle ANQ = \triangle BNM \Rightarrow AN = BN$ và chứng minh $\angle N = 90^\circ$ suy ra tam giác BNA vuông cân tại N.

c) Dựa vào tính chất của đường trung tuyến ứng với cạnh huyền trong tam giác vuông để chứng minh $IN = IP$.

d) Chứng minh IO và MQ đều là đường trung trực của NP nên Q, M, I thẳng hàng.

Lời giải



a) Gọi O là giao điểm của MQ và NP.

Ta có Q là điểm đối xứng với M qua NP nên $MQ \perp NP$ tại O và $MO = OQ$ hay O là trung điểm của MQ. Xét tam giác MNP vuông cân tại M có MO là đường cao ($MO \perp NP$), ta có MO đồng thời là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền của tam giác MNP nên $MO = NO = OP$ hay O là trung điểm của NP.

Xét tứ giác MNQP có:

O là giao điểm của hai đường chéo NP và MQ

O là trung điểm của MQ và O là trung điểm của NP

\Rightarrow MNQP là hình bình hành.

$MN = MP$ (tam giác MNP vuông cân tại M)

\Rightarrow MNQP là hình thoi.

$M = 90^\circ$ nên MNQP là hình vuông.

b) Xét tam giác ANQ và tam giác BNM có:

$MN = NQ$ (hai cạnh hình vuông)

$Q = M = 90^\circ$ (MNQP là hình vuông)

$QA = MB$ (gt)

$\Rightarrow \Delta ANQ = \Delta BNM$ (c.g.c)

$\Rightarrow AN = BN$ (hai cạnh tương ứng)

$B_1 = A_1$ (hai góc tương ứng)

Suy ra tam giác ABN cân tại N (1)

Xét tam giác BMN có $M = 90^\circ$ nên $B_1 + BNM = 90^\circ$.

Ta có $MN \parallel AQ$ (do $MN \parallel PQ$) nên $MNA = A_1$ (hai góc so le trong)

Mà $A_1 = B_1$ (cmt)

$\Rightarrow BNM + MNA = 90^\circ$ hay $ANB = 90^\circ$ suy ra tam giác ANB là tam giác vuông (2)

Từ (1) và (2) suy ra tam giác ANB vuông cân tại N (đpcm)

c) Xét tam giác ANB vuông cân tại N có I là trung điểm của AB nên NI là đường trung tuyến của tam giác

$ANB \Rightarrow NI = \frac{1}{2} AB$.

Xét tam giác APB có $P = 90^\circ$ nên tam giác APB là tam giác vuông tại P, I là trung điểm của AB nên PI là

đường trung tuyến ứng với cạnh huyền của tam giác APB $\Rightarrow PI = \frac{1}{2} AB$.

Do đó $NI = PI$ ($= \frac{1}{2} AB$)

Suy ra tam giác PIN cân tại I. (đpcm)

d) Ta có MQ vuông góc với NP và đi qua trung điểm của NP nên MQ là đường trung trực của NP.

Tam giác PIN cân tại I, O là trung điểm của NP nên IO là đường trung trực của NP.

$\Rightarrow IO \equiv MQ$ hay I, M, Q thẳng hàng (đpcm)

Bài 14*.

a) Tính GTNN của biểu thức $B = x^2 + 2y^2 + 3z^2 - 2xy + 2xz - 2x - 2y - 8z + 2000$.

b) Tính GTLN của biểu thức $N = \frac{2x^2 + 4x + 10}{x^2 + 2x + 3}$.

Phương pháp

Sử dụng hằng đẳng thức đáng nhớ nâng cao.

Lời giải

a) Ta có:

$$\begin{aligned}
 B &= x^2 + 2y^2 + 3z^2 - 2xy + 2xz - 2x - 2y - 8z + 2000 \\
 &= (x^2 + y^2 + z^2 + 1 + 2z - 2y - 2z - 2xy + 2xz - 2yz) + (y^2 + z^2 + 4 + 2yz - 2y - 4z) + (z^2 - 2z + 1) + 1996 \\
 &= (x + y + z - 1)^2 + (y + z - 2)^2 + (z - 1)^2 + 1996 \geq 1996 \quad \forall x, y, z
 \end{aligned}$$

$$\text{vì } \begin{cases} (x - y + z - 1)^2 \geq 0 \quad \forall x, y, z \\ (y + z - 2)^2 \geq 0 \quad \forall y, z \\ (z - 1)^2 \geq 0 \quad \forall z \end{cases}$$

$$\text{Dấu “=” xảy ra } \Leftrightarrow \begin{cases} (x - y + z - 1)^2 = 0 \\ (y + z - 2)^2 = 0 \\ (z - 1)^2 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - y + z = 1 \\ y + z = 2 \\ z = 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - y + 1 = 1 \\ y + 1 = 2 \\ z = 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ z = 1 \end{cases}$$

Vậy $\text{Min}B = 1996$ khi $x = 1; y = 1; z = 1$.

b) Tính GTLN của biểu thức $N = \frac{2x^2 + 4x + 10}{x^2 + 2x + 3}$.

Bài 15*. Cho $a + b = 1$. Tính giá trị của biểu thức sau:

$$M = a^3 + b^3 + 3ab(a^2 + b^2) + 6a^2b^2(a + b).$$

Phương pháp

Biến đổi biểu thức thành biểu thức chứa $a + b$ để rút gọn.

Lời giải

Ta có:

Thay $a + b = 1$ và biến đổi M , ta được:

$$M = a^3 + b^3 + 3ab(a^2 + b^2) + 6a^2b^2(a + b)$$

$$= (a+b)(a^2 - ab + b^2) + 3ab(a^2 + b^2) + 6a^2b^2 \cdot 1$$

$$= a^2 - ab + b^2 + 3ab(a^2 + b^2) + 6a^2b^2$$

$$= a^2 + b^2 - ab + 3ab(a^2 + b^2 + 2ab)$$

$$= a^2 + b^2 - ab + 3ab(a+b)^2$$

$$= a^2 + b^2 - ab + 3ab$$

$$= a^2 + b^2 + 2ab$$

$$= (a+b)^2 = 1$$

Vậy với $a + b = 1$ thì $M = 1$.