ĐỀ THI HỌC KÌ I:

ĐỀ SỐ 1

MÔN: TOÁN - LỚP 9

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Đề bài

Bài 1: (2 điểm)

1) Thực hiện phép tính:

a) $\sqrt{8}-2\sqrt{18}+5\sqrt{32}-\sqrt{\left(\sqrt{2}-1\right)^2}$

b) $\dfrac{5+6\sqrt{5}}{\sqrt{5}}+\dfrac{7-\sqrt{7}}{\sqrt{7}-1}-\left(\sqrt{5}+\sqrt{7}\right)$

2) Giải phương trình: $x-\sqrt{x-15}=17$.

Bài 2: (2,5 điểm) Cho biểu thức $P=\dfrac{3x+\sqrt{9x}-3}{x+\sqrt{x}-2}-\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2}+\dfrac{\sqrt{x}-2}{1-\sqrt{x}}$ với $x\ge 0, x\ne 1$

a) Rút gọn biểu thức P.

b) So sánh P với $\sqrt{P}$ với điều kiện $\sqrt{P}$ có nghĩa

c) Tìm x để $\dfrac{1}{P}$ nguyên.

Câu 3: (2 điểm) Cho đường thẳng $\left(d_1\right): y=\left(m-1\right)x+2m+1$.

Tìm m để đường thẳng d_1 cắt trục tung tại điểm có tung độ là -3. Vẽ đồ thị hàm số vừa tìm được và chứng tỏ giao điểm của đồ thị hàm số vừa tìm được với đường thẳng $\left(d\right): y=x+1$ nằm trên trục hoành.

Bài 4: (3 điểm) Cho điểm M bất kì trên đường tròn tâm O đường kính AB. Tiếp tuyến tại M và tại B của $\left(O\right)$ cắt nhau tại D. Qua O kẻ đường thẳng vuông góc với OD cắt MD tại C và cắt BD tại N.

a) Chứng minh $DC=DN$.

b) Chứng minh AC là tiếp tuyến của đường tròn tâm O.

c) Gọi H là chân đường vuông góc kẻ từ M xuống AB, I là trung điểm MH. Chứng minh B, C, I thẳng hàng.

d) Qua O kẻ đường vuông góc với AB, cắt (O) tại K (K và M nằm khác phía với đường thẳng AB). Tìm vị trí của M để diện tích tam giác MHK lớn nhất.

Bài 5: (0,5 điểm)

Cho các số thực dương x,y,z thỏa mãn $x+2y+3z \geq 20$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức :
$A = x + y + z + \frac{3}{x} + \frac{9}{2y} + \frac{4}{z}$.

-----HẾT----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

LG bài 1

Giải chi tiết:

Bài 1:

1) Thực hiện phép tính:

$$a)\ \sqrt{8}-2\sqrt{18}+5\sqrt{32}-\sqrt{\left(\sqrt{2}-1\right)^2}$$
$$=\sqrt{2^2.2}-2\sqrt{3^2.2}+5\sqrt{4^2.2}-\left|\sqrt{2}-1\right|$$
$$=2\sqrt{2}-2.3\sqrt{2}+5.4\sqrt{2}-\left(\sqrt{2}-1\right)$$
$$=2\sqrt{2}-6\sqrt{2}+20\sqrt{2}-\sqrt{2}+1$$
$$=15\sqrt{2}+1.$$

Vậy $\sqrt{8}-2\sqrt{18}+5\sqrt{32}-\sqrt{\left(\sqrt{2}-1\right)^2}=15\sqrt{2}+1$

$$b)\ \frac{5+6\sqrt{5}}{\sqrt{5}}+\frac{7-\sqrt{7}}{\sqrt{7}-1}-\left(\sqrt{5}+\sqrt{7}\right)$$
$$=\frac{\sqrt{5}.\sqrt{5}+6\sqrt{5}}{\sqrt{5}}+\frac{\sqrt{7}.\sqrt{7}-\sqrt{7}}{\sqrt{7}-1}-\left(\sqrt{5}+\sqrt{7}\right)$$
$$=\frac{\sqrt{5}\left(6+\sqrt{5}\right)}{\sqrt{5}}+\frac{\sqrt{7}.\left(\sqrt{7}-1\right)}{\sqrt{7}-1}-\sqrt{5}-\sqrt{7}$$
$$=6+\sqrt{5}+\sqrt{7}-\sqrt{5}-\sqrt{7}=6.$$

Vậy $\frac{5+6\sqrt{5}}{\sqrt{5}}+\frac{7-\sqrt{7}}{\sqrt{7}-1}-\left(\sqrt{5}+\sqrt{7}\right)=6$

2) Giải phương trình: $x-\sqrt{x-15}=17$.

ĐKXĐ: $x\geq 15$

$$x-\sqrt{x-15}=17$$
$$\Leftrightarrow x-17=\sqrt{x-15}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-17\ge 0 \\ (x-17)^2=\left(\sqrt{x-15}\right)^2 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 17 \\ x^2-34x+289=x-15 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 17 \\ x^2-35x+304=0 \end{cases}$$

Xét phương trình $x^2-35x+304=0$, ta có:

$$x^2-35x+304=0$$
$$\Leftrightarrow x^2-16x-19x+304=0$$
$$\Leftrightarrow x(x-16)-19(x-16)=0$$
$$\Leftrightarrow (x-19)(x-16)=0$$
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=19(TM) \\ x=16(L) \end{array}\right.$$

Vậy phương trình đã cho có nghiệm duy nhất là $x=19$.

LG bài 2

Giải chi tiết:

Cho biểu thức $P=\dfrac{3x+\sqrt{9x}-3}{x+\sqrt{x}-2}-\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2}+\dfrac{\sqrt{x}-2}{1-\sqrt{x}}$ **với** $x\ge 0, x\ne 1$

a) Rút gọn biểu thức P**.**

ĐKXĐ: $x\ge 0, x\ne 1$

$$P=\frac{3x+\sqrt{9x}-3}{x+\sqrt{x}-2}-\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2}+\frac{\sqrt{x}-2}{1-\sqrt{x}}$$
$$=\frac{3x+\sqrt{9x}-3}{\left(x-\sqrt{x}\right)+\left(2\sqrt{x}-2\right)}-\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2}+\frac{\sqrt{x}-2}{1-\sqrt{x}}$$
$$=\frac{3x+3\sqrt{x}-3}{\left(\sqrt{x}+2\right).\left(\sqrt{x}-1\right)}-\frac{\left(\sqrt{x}-1\right).\left(\sqrt{x}+1\right)}{\left(\sqrt{x}-1\right).\left(\sqrt{x}+2\right)}+\frac{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}{-\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}$$
$$=\frac{3x+3\sqrt{x}-3-(x-1)-(x-4)}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}=\frac{x+3\sqrt{x}+2}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}$$
$$=\frac{\left(x+2\sqrt{x}\right)+\left(\sqrt{x}+2\right)}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}$$
$$=\frac{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}.$$

Vậy $P=\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$.

b) So sánh P với $\sqrt{P}$ với điều kiện $\sqrt{P}$ có nghĩa

$\sqrt{P}$ có nghĩa $\Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}\ge 0 \Leftrightarrow \sqrt{x}-1>0$ $\left(do\ \ \sqrt{x}+1>0\ \forall x\ge 0,\ x\ne 1\right)$

$\Leftrightarrow \sqrt{x}>1 \Leftrightarrow x>1.$

Xét hiệu: $P-\sqrt{P}=\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}-\sqrt{\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}}$.

$$\Rightarrow P-\sqrt{P}=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}-\sqrt{\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}}=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}-\frac{\sqrt{\sqrt{x}+1}}{\sqrt{\sqrt{x}-1}}$$
$$=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}-\frac{\sqrt{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}}{\left(\sqrt{\sqrt{x}-1}\right)^2}=\frac{\sqrt{x}+1-\sqrt{x-1}}{\sqrt{x}-1}.$$

Ta có: $\sqrt{x}-\sqrt{x-1}=\dfrac{\left(\sqrt{x}+\sqrt{x-1}\right)\left(\sqrt{x}-\sqrt{x-1}\right)}{\sqrt{x}+\sqrt{x-1}}=\dfrac{x-(x-1)}{\sqrt{x}+\sqrt{x-1}}=\dfrac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{x+1}}>0$

Mà có: $\sqrt{x}-1>0$ (cmt)

$\Rightarrow P-\sqrt{P}>0 \Rightarrow P>\sqrt{P}$ với mọi $x>1$. $$$$

c) Tìm x để $\frac{1}{P}$ nguyên.

Xét: $\frac{1}{P}=\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}=\frac{\sqrt{x}+1-2}{\sqrt{x}+1}=1-\frac{2}{\sqrt{x}+1}$.

Để $\frac{1}{P}$ nguyên thì $\frac{2}{\sqrt{x}+1}$ nguyên, suy ra $\sqrt{x}+1$ là ước của 2. Mà $\sqrt{x}+1>0$

$\Rightarrow\left(\sqrt{x}+1\right)\in U\left(2\right)\Rightarrow\left(\sqrt{x}+1\right)=\{1;2\}$.

$\Rightarrow\left[\begin{array}{l}\sqrt{x}+1=2\\ \sqrt{x}+1=1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sqrt{x}=1\\ \sqrt{x}=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\ \ (ktm)\\ x=0\ \ \ (tm)\end{array}\right.$.

Vậy với $x=0$ thì $\frac{1}{P}$ nguyên.

LG bài 3

Giải chi tiết:

Cho đường thẳng $\left(d_1\right): y=\left(m-1\right)x+2m+1$.

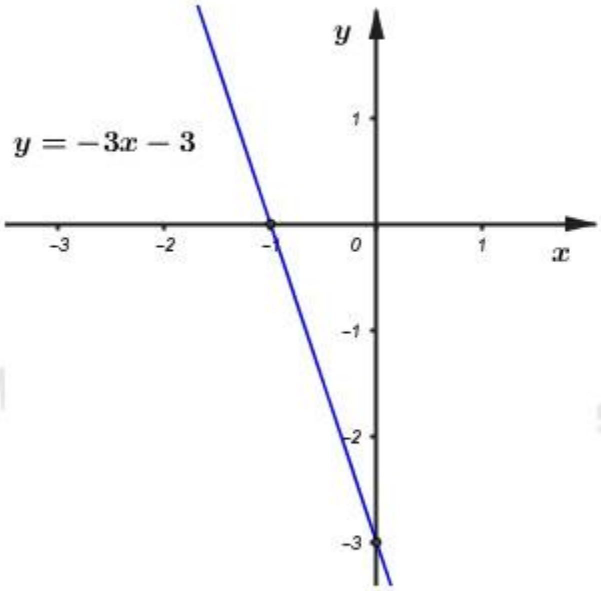
Tìm m để đường thẳng d_1 cắt trục tung tại điểm có tung độ là -3. Vẽ đồ thị hàm số vừa tìm được và chứng tỏ giao điểm của đồ thị hàm số vừa tìm được với đường thẳng $\left(d\right): y=x+1$ nằm trên trục hoành.

Vì d_1 cắt trục tung tại điểm có tung độ là -3, suy ra $\left(0;-3\right)$ nằm trên đường thẳng d_1

$\Rightarrow -3=\left(m-1\right).0+2m+1\Leftrightarrow 2m=-4\Leftrightarrow m=-2$.

Với $m=-2$ ta có phương trình đường thẳng $\left(d_1\right): y=-3x-3$.

Nhận thấy: $A\left(0;-3\right)$, $B\left(-1;0\right)$ nằm trên đồ thị hàm số. Vì hàm số $\left(d_1\right): y=-3x-3$ là hàm số bậc nhất nên đồ thị của nó có dạng đường thẳng, từ đó ta có đồ thị:



Hoành độ giao điểm của $(d_1): y = -3x - 3$ và $(d): y = x + 1$ là nghiệm của phương trình:

$x + 1 = -3x - 3 \Leftrightarrow 4x = -4$

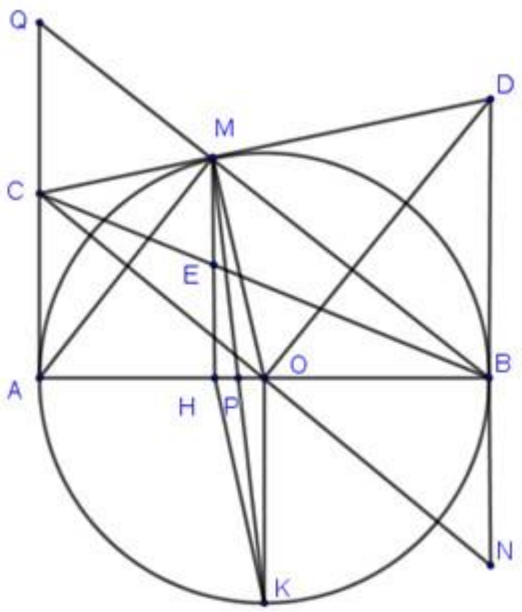
$\Leftrightarrow x = -1 \Rightarrow y = x + 1 = -1 + 1 = 0$.

Vậy giao điểm của $(d_1): y = -3x - 3$ và $(d): y = x + 1$ là $(-1;0)$. Nhận thấy điểm $(-1;0)$ nằm trên trục hoành (do có tung độ bằng 0).

Vậy ta có điều cần chứng minh.

LG bài 4

Giải chi tiết:



Cho điểm *M* bất kì trên đường tròn tâm *O* đường kính *AB*. Tiếp tuyến tại *M* và tại *B* của (O) cắt nhau tại *D*. Qua *O* kẻ đường thẳng vuông góc với *OD* cắt *MD* tại *C* và cắt *BD* tại *N*.

a) Chứng minh $DC = DN$.

Xét đường tròn (O) có *MD* và *BD* là tiếp tuyến với *B, D* là tiếp điểm

$\Rightarrow MD = DB$ (tính chất tiếp tuyến)

Xét tam giác *MOD* và tam giác *BOD* có:

$MD = BD$ (cmt)

$MO = OB$ (cùng là bán kính đường tròn)

OD chung

$\Rightarrow \Delta MOD = \Delta BOD \Rightarrow \angle MDO = \angle BDO \Rightarrow OD$ là phân giác $\angle MDB$.

Xét tam giác *CDN* có:

OD là đường cao (do $OD \perp CN$)

OD là phân giác $\angle MDB$

Suy ra tam giác *CDN* cân tại *D*, suy ra $CD = ND$ (đpcm)

b) $CO = ON$

Xét tam giác *COA* và tam giác *BON* có:

$CO = ON$ (cmt)

$OA = OB$ (do cùng là bán kính)

$\angle COA = \angle BON$ (hai góc đối đỉnh)

$\Rightarrow \Delta COA = \Delta BON \Rightarrow \angle CAO = \angle NBO = 90^o$

Xét đường tròn tâm *O* có *AC* vuông góc với *AO, AO* là bán kính đường tròn, suy ra *AC* là tiếp tuyến của đường tròn (đpcm).

c) $DM = DB\ (cmt) \Rightarrow \angle DMB = \angle DBM$

Ta có: $AB \perp AQ,\ AB \perp DN \Rightarrow AQ // DN$.

Mà có $\angle CQM = \angle MBD$ (so le trong)

Lại có: $\angle QMC = \angle DMB$ (đối đỉnh)

$\Rightarrow \angle CQM = \angle QMC$, suy ra tam giác *MCQ* cân tại *C*, suy ra $QC = MC$

Chứng minh tương tự như ở câu a ta có $AC = MC$ (do tính chất tiếp tuyến)

Suy ra $QC = AC \Rightarrow QC = \frac{1}{2}QA$.

Xét tam giác BQC có ME song song với QC (cùng vuông góc với AB)

$\Rightarrow \frac{ME}{QC} = \frac{BM}{BQ}$ (định lí Ta-lét)

Chứng minh tương tự có $\frac{MH}{AQ} = \frac{BM}{BQ}$

Suy ra $\frac{ME}{QC} = \frac{MH}{AQ}$. Mà có $QC = \frac{1}{2}QA$ suy ra $ME = \frac{1}{2}MH$, suy ra E là trung điểm của MH.

Mà theo đề bài có I là trung điểm của MH, suy ra I trùng với E, suy ra B, C, I thẳng hàng (đpcm).

d) Qua O kẻ đường vuông góc với AB, cắt (O) tại K (K và M nằm khác phía với đường thẳng AB). Tìm vị trí của M để diện tích tam giác MHK lớn nhất.

Gọi P là giao điểm của MK và AB.

Không mất tính tổng quát, ta chọn bán kính đường tròn bằng 1, giả sử độ dài đoạn $OH = a$ $(0 < a < 1)$.

$\Rightarrow MH = \sqrt{OM^2 - OH^2} = \sqrt{1 - a^2}$.

Có MH song song với OK (do cùng vuông góc với AB)

$\Rightarrow \frac{PH}{PO} = \frac{MH}{OK} = \frac{\sqrt{1-a^2}}{1} \Rightarrow PH = \sqrt{1-a^2}.OP$.

Ta có hệ:

$$\begin{cases} \frac{PH}{PO} = \sqrt{1-a^2} \\ PH + PO = OH = a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} PO = \frac{PH}{\sqrt{1-a^2}} \\ PH + \frac{PH}{\sqrt{1-a^2}} = a \end{cases} \Rightarrow PH = \frac{a.\sqrt{1-a^2}}{\sqrt{1-a^2}+1} \Rightarrow OP = \frac{a}{\sqrt{1-a^2}+1}.$$

Ta có:

$$S_{MHK} = S_{MHP} + S_{PKH} = \frac{1}{2}MH.HP + \frac{1}{2}OK.HP$$
$$= \frac{1}{2}\left(\sqrt{1-a^2}.\frac{a\sqrt{1-a^2}}{\sqrt{1-a^2}+1} + 1.\frac{a\sqrt{1-a^2}}{\sqrt{1-a^2}+1}\right)$$
$$= \frac{1}{2}a\sqrt{1-a^2}.\frac{\sqrt{1-a^2}+1}{\sqrt{1-a^2}+1} = \frac{1}{2}a\sqrt{1-a^2}.$$

Áp dụng bất đẳng thức Cosi ta có: $a\sqrt{1-a^2} \le \dfrac{a^2+1-a^2}{2} = \dfrac{1}{2}$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow a = \sqrt{1-a^2} \Rightarrow a = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$

$\Rightarrow \cos \angle MOH = \dfrac{OH}{R} = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \angle MOH = 45^o$.

Vậy M là điểm nằm trên đường tròn sao cho $\angle MOH = 45^o$ là điểm thỏa mãn yêu cầu bài toán.

LG bài 5

Giải chi tiết:

Cho các số thực dương x, y, z **thỏa mãn** $x+2y+3z \ge 20$**. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức :** $A = x+y+z+\dfrac{3}{x}+\dfrac{9}{2y}+\dfrac{4}{z}$.

Ta có: $A = x+y+z+\dfrac{3}{x}+\dfrac{9}{2y}+\dfrac{4}{z} = \dfrac{1}{4}x+\left(\dfrac{3}{4}x+\dfrac{3}{x}\right)+\dfrac{1}{2}y+\left(\dfrac{1}{2}y+\dfrac{9}{2y}\right)+\dfrac{3}{4}z+\left(\dfrac{1}{4}z+\dfrac{4}{z}\right)$

Áp dụng bất đẳng thức Cosi cho các số dương ta có:

$+)\dfrac{3}{4}x+\dfrac{3}{x} \ge 2\sqrt{\dfrac{3}{4}x.\dfrac{3}{x}} = 3$

$+)\dfrac{1}{2}y+\dfrac{9}{2y} \ge 2\sqrt{\dfrac{1}{2}y.\dfrac{9}{2y}} = 3$

$+)\dfrac{1}{4}z+\dfrac{4}{z} \ge 2\sqrt{\dfrac{1}{4}z.\dfrac{4}{z}} = 2$

$\Rightarrow A \ge \dfrac{1}{4}(x+2y+3z)+3+3+2 = \dfrac{20}{4}+3+3+2 = 13$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{3}{4}x = \dfrac{3}{x} \\ \dfrac{1}{2}y = \dfrac{9}{2y} \\ \dfrac{1}{4}z = \dfrac{4}{z} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \\ z = 4 \end{cases}$.