

## ĐỀ THI HỌC KÌ I – ĐỀ số 28

Môn: Toán - Lớp 9

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM



## Mục tiêu

- Ôn tập kiến thức học kì 1 của chương trình sách giáo khoa Toán 9.
- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm và tự luận Toán học.
- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dần trải các kiến thức chương trình Toán 9.

## PHẦN TRẮC NGHIỆM (3,0 điểm)

**Câu 1:** Hệ số góc của đường thẳng  $2x - y = 4$  là

- A. -2.                      B. 1.                      C.  $\frac{1}{2}$ .                      D. 2.

**Câu 2:** Đường thẳng  $y = -2x + 3$  có tung độ góc là

- A. -2.                      B. -3.                      C. 3.                      D. 2.

**Câu 3:** Đường thẳng nào sau đây **không** song song với đường thẳng  $y = 5 - 3x$ ?

- A.  $y = 3x - 5$ .                      B.  $y = -3x + 2$ .                      C.  $y = -3x + 7$ .                      D.  $y = 5 + 3(1 - x)$ .

**Câu 4:** Công thức nghiệm tổng quát của phương trình  $-x + 2y = 0$  là

- A.  $\begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ y = 2x \end{cases}$                       B.  $\begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ y = \frac{x}{2} \end{cases}$                       C.  $\begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ y = \frac{-x}{2} \end{cases}$                       D.  $\begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ y = -2x \end{cases}$

**Câu 5:** Rút gọn biểu thức  $2021\sqrt{x^2y} + x\sqrt{y}$  với  $x < 0$  và  $y > 0$  ta được kết quả là:

- A.  $-2022x\sqrt{y}$ .                      B.  $-2020\sqrt{x^2y}$ .                      C.  $2022x\sqrt{y}$ .                      D.  $-2020x\sqrt{y}$ .

**Câu 6:** Cho hai đường tròn  $(O; 5\text{cm})$  và  $(O'; 3\text{cm})$ . Nếu  $OO' = 2\text{cm}$  thì vị trí tương đối của hai đường tròn đó là

- A. tiếp xúc trong.                      B. tiếp xúc ngoài.                      C. không giao nhau.                      D. cắt nhau.

**Câu 7:** Tính  $\sqrt[3]{8} - \sqrt[3]{-27}$  ta được kết quả là

- A. -19.                      B. 5.                      C. -1.                      D. 1.

**Câu 8:** Các giá trị không âm của  $x$  để  $\sqrt{x} < \sqrt{3}$  là

- A.  $x > 3$ .                      B.  $x = 3$ .                      C.  $0 \leq x < 3$ .                      D.  $x < 3$ .

**Câu 9:** Cho tam giác  $DEF$  vuông tại  $D$  có  $DE = 1\text{cm}$ ,  $DF = \sqrt{3}\text{cm}$ . Trong các khẳng định sau khẳng định nào **đúng**?

- A.  $\sin F = \frac{1}{2}$ .                      B.  $\tan F = \sqrt{3}$ .                      C.  $\sin E = \frac{1}{2}$ .                      D.  $\cos E = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

**Câu 10:** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ , đường cao  $AH$  ( $H \in BC$ ). Biết  $HB = 3\text{cm}$ ;  $AH = 4\text{cm}$ . Độ dài  $HC$  là

- A.  $\frac{16}{3}\text{cm}$ .                      B.  $\frac{7}{3}\text{cm}$ .                      C.  $3\text{cm}$ .                      D.  $\frac{25}{3}\text{cm}$ .

**Câu 11:** Cho  $a \leq 5$ , giá trị của biểu thức  $\sqrt{a^2 - 10a + 25} - 2a + 3$  bằng

- A.  $8 + 3a$ .                      B.  $3a - 8$ .                      C.  $8 - 3a$ .                      D.  $7 - 3a$ .

**Câu 12:** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  có  $BC = 2AB$ . Khi đó số đo góc  $B$  bằng

- A.  $60^\circ$ .                      B.  $45^\circ$ .                      C.  $30^\circ$ .                      D.  $40^\circ$ .

**Câu 13:** Cho đường tròn  $(O; 6\text{cm})$ , có dây cung  $MN$  cách tâm  $O$  một khoảng bằng  $3\text{cm}$ . Khi đó độ dài dây  $MN$  bằng

- A.  $\sqrt{3}\text{cm}$ .                      B.  $6\sqrt{3}\text{cm}$ .                      C.  $3\text{cm}$ .                      D.  $3\sqrt{3}\text{cm}$ .

**Câu 14:** Tất cả các giá trị của  $x$  để biểu thức  $\sqrt{1-x}$  có nghĩa là

- A.  $x \geq 0$ .                      B.  $x > 1$ .                      C.  $x \geq -1$ .                      D.  $x \leq 1$ .

**Câu 15:** Hàm số  $y = (m^2 - 1)x + m$  ( $m$  là tham số) là hàm số bậc nhất khi

- A.  $m \neq \pm 1$ .                      B.  $m \neq 0$ .                      C.  $m = 1$ .                      D.  $m \neq 1$ .

**PHẦN TỰ LUẬN (7,0 điểm).**

**Bài 1:** (3,0 điểm)

1) Tính giá trị của biểu thức  $\sqrt{(\sqrt{2}-1)^2} - \sqrt{2}$ .

2) Hàm số  $y = (2 - \sqrt{5})x - 2$  đồng biến hay nghịch biến trên  $\mathbb{R}$ ? Vì sao?

3) Tìm các giá trị của tham số  $m$  để đường thẳng  $(d): y = (m-3)x + 2$  đi qua điểm  $A(-1; 5)$ .

.....

.....

.....

.....

.....

**Bài 2:** (1,5 điểm)

Cho biểu thức  $A = \frac{x+1}{x-1} - \frac{1}{\sqrt{x}+1} - \frac{1}{\sqrt{x}-1}$  với  $x \geq 0, x \neq 1$ .

1) Rút gọn biểu thức  $A$ .

2) Tính giá trị của biểu thức  $A$  tại  $x = 4 + 2\sqrt{3}$ .

**Bài 3:** (2,0 điểm)

Cho đường tròn  $(O)$  đường kính  $AB$ ,  $C$  là điểm bất kỳ trên đường tròn ( $C$  khác  $A, B$ ). Gọi  $H$  là hình chiếu của  $C$  trên  $AB$ ,  $M$  là trung điểm của  $CH$ . Kẻ tia  $MK$  vuông góc với  $CO$  ( $K$  thuộc  $OC$ ) cắt đường tròn  $(O)$  tại  $E$ . Kẻ đường kính  $CI$  của đường tròn  $(O)$ . Chứng minh:

1)  $CE \perp EI$ .

2) Tam giác  $CEH$  cân.

**Bài 4:** (0,5 điểm) Cho các số thực  $x, y$  thỏa mãn  $(x + \sqrt{2021 + x^2})(y + \sqrt{2021 + y^2}) = 2021$ . Tính giá trị của biểu thức:  $M = x^{2021} + y^{2021} + 2022$ .

----- Hết -----



## HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

## Phần trắc nghiệm

1.D	2.C	3.A	4.B	5.D	6.A	7.A	8.C
9.A	10.A	11.C	12.A	13.B	14.D	15.A	

**Câu 1:** Hệ số góc của đường thẳng  $2x - y = 4$  là

A. -2.

B. 1.

C.  $\frac{1}{2}$ .

D. 2.

## Phương pháp giải

Đường thẳng  $y = ax + b$  có hệ số góc là  $a$

## Lời giải

Ta có:  $2x - y = 4 \Rightarrow y = 2x - 4$

Hệ số góc của đường thẳng  $2x - y = 4$  là 2

## Đáp án D.

**Câu 2:** Đường thẳng  $y = -2x + 3$  có tung độ gốc là

A. -2.

B. -3.

C. 3.

D. 2.

## Phương pháp giải

Tung độ gốc là điểm mà tại đó, đường thẳng cắt trục tung

## Lời giải

Đường thẳng  $y = -2x + 3$  có tung độ gốc là 3

## Đáp án C.

**Câu 3:** Đường thẳng nào sau đây **không** song song với đường thẳng  $y = 5 - 3x$ ?

A.  $y = 3x - 5$ .B.  $y = -3x + 2$ .C.  $y = -3x + 7$ .D.  $y = 5 + 3(1 - x)$ .

## Phương pháp giải

Đường thẳng  $(d): y = ax + b$  song song với đường thẳng  $(d'): y = a'x + b'$  khi và chỉ khi  $\begin{cases} a = a' \\ b \neq b' \end{cases}$ .

## Lời giải

Ta có:  $\begin{cases} 3 \neq -3 \\ -5 \neq 5 \end{cases}$  do đó, đường thẳng  $y = 5 - 3x$  cắt đường thẳng  $y = 3x - 5$

## Đáp án A.

**Câu 4:** Công thức nghiệm tổng quát của phương trình  $-x + 2y = 0$  là

A.  $\begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ y = 2x \end{cases}$ B.  $\begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ y = \frac{x}{2} \end{cases}$ C.  $\begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ y = \frac{-x}{2} \end{cases}$ D.  $\begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ y = -2x \end{cases}$

**Phương pháp giải**

Tìm  $y$  theo  $x$

**Lời giải**

$$-x + 2y = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ y = \frac{x}{2} \end{cases}$$

**Đáp án B.**

**Câu 5:** Rút gọn biểu thức  $2021\sqrt{x^2y} + x\sqrt{y}$  với  $x < 0$  và  $y > 0$  ta được kết quả là:

- A.**  $-2022x\sqrt{y}$ .      **B.**  $-2020\sqrt{x^2y}$ .      **C.**  $2022x\sqrt{y}$ .      **D.**  $-2020x\sqrt{y}$ .

**Phương pháp giải**

Sử dụng hằng đẳng thức:  $\sqrt{A^2} = |A| = \begin{cases} A & \text{ khi } A \geq 0 \\ -A & \text{ khi } A < 0 \end{cases}$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} & 2021\sqrt{x^2y} + x\sqrt{y} \\ &= 2021|x|\sqrt{y} + x\sqrt{y} \\ &= -2021x\sqrt{y} + x\sqrt{y} \quad (\text{do } x < 0) \\ &= (-2021+1)x\sqrt{y} \\ &= -2020x\sqrt{y} \end{aligned}$$

**Đáp án D.**

**Câu 6:** Cho hai đường tròn  $(O; 5\text{cm})$  và  $(O'; 3\text{cm})$ . Nếu  $OO' = 2\text{cm}$  thì vị trí tương đối của hai đường tròn đó là

- A.** tiếp xúc trong.      **B.** tiếp xúc ngoài.      **C.** không giao nhau.      **D.** cắt nhau.

**Phương pháp giải**

Ta có:  $(O_1; R_1); (O_2; R_2)$

So sánh  $R_1 + R_2, |R_1 - R_2|$  với  $O_1O_2$  và đưa ra nhận xét

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } |R_{(O)} - R_{(O')}| = |5 - 3| = 2\text{cm} = OO'$$

$\Rightarrow (O; 5\text{cm})$  và  $(O'; 3\text{cm})$  tiếp xúc trong.

**Đáp án A.**

**Câu 7:** Tính  $\sqrt[3]{8} - \sqrt[3]{-27}$  ta được kết quả là

- A.** -19.      **B.** 5.      **C.** -1.      **D.** 1.

**Phương pháp giải**

$$\sqrt[3]{a^3} = a \text{ với mọi } a \text{ xác định}$$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} & \sqrt[3]{8} - \sqrt[3]{-27} \\ &= \sqrt[3]{2^3} - \sqrt[3]{-3^3} \\ &= 2 - (-3) \\ &= 2 + 3 \\ &= 5 \end{aligned}$$

**Đáp án A.**

**Câu 8:** Các giá trị không âm của  $x$  để  $\sqrt{x} < \sqrt{3}$  là

- A.  $x > 3$ .                      B.  $x = 3$ .                      C.  $0 \leq x < 3$ .                      D.  $x < 3$ .

**Phương pháp giải**

Dựa vào điều kiện của đề bài, bình phương hai vế của bất phương trình

**Lời giải**

$$\sqrt{x} < \sqrt{3} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x < 3 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq x < 3$$

**Đáp án C.**

**Câu 9:** Cho tam giác  $DEF$  vuông tại  $D$  có  $DE = 1\text{cm}$ ,  $DF = \sqrt{3}\text{cm}$ . Trong các khẳng định sau khẳng định nào **đúng**?

- A.  $\sin F = \frac{1}{2}$ .                      B.  $\tan F = \sqrt{3}$ .                      C.  $\sin E = \frac{1}{2}$ .                      D.  $\cos E = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

**Phương pháp giải**

Áp dụng định lý Py – ta – go, tính  $EF$

Áp dụng tỉ số lượng giác của góc nhọn trong tam giác vuông

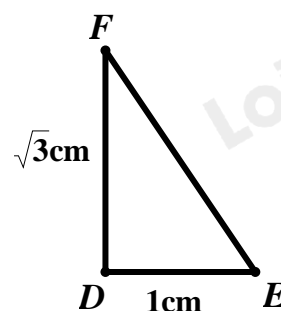
**Lời giải**

Tam giác  $DEF$  vuông tại  $D$ , theo định lý Py – ta – go, ta có:

$$\begin{aligned} EF^2 &= DF^2 + DE^2 \\ \Leftrightarrow EF^2 &= (\sqrt{3})^2 + 1^2 \\ \Leftrightarrow EF^2 &= 4 \\ \Rightarrow EF &= 2(\text{cm}) \end{aligned}$$

Tam giác  $DEF$  vuông tại  $D$ , áp dụng tỉ số lượng giác của góc nhọn trong tam giác vuông, ta có:

$$\sin F = \frac{DE}{FE} = \frac{1}{2}$$

**Đáp án A.**

**Câu 10:** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ , đường cao  $AH (H \in BC)$ . Biết  $HB = 3\text{cm}; AH = 4\text{cm}$ . Độ dài  $HC$  là

- A.  $\frac{16}{3}\text{cm}$ .                      B.  $\frac{7}{3}\text{cm}$ .                      C.  $3\text{cm}$ .                      D.  $\frac{25}{3}\text{cm}$ .

**Phương pháp giải**

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông

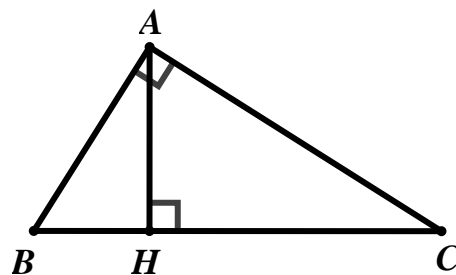
**Lời giải**

$\Delta ABC$  vuông tại  $A$ , đường cao  $AH$ , ta có:

$AH^2 = BH \cdot CH$  (hệ thức lượng trong tam giác vuông)

$\Rightarrow CH = \frac{AH^2}{BH} = \frac{4^2}{3} = \frac{16}{3}(\text{cm})$

**Đáp án A.**



**Câu 11:** Cho  $a \leq 5$ , giá trị của biểu thức  $\sqrt{a^2 - 10a + 25} - 2a + 3$  bằng

- A.  $8 + 3a$ .                      B.  $3a - 8$ .                      C.  $8 - 3a$ .                      D.  $7 - 3a$ .

**Phương pháp giải**

Sử dụng hằng đẳng thức:  $\sqrt{A^2} = |A| = \begin{cases} A & \text{khi } A \geq 0 \\ -A & \text{khi } A < 0 \end{cases}$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} & \sqrt{a^2 - 10a + 25} - 2a + 3 \\ &= \sqrt{(a - 5)^2} - 2a + 3 \\ &= |a - 5| - 2a + 3 \\ &= -(a - 5) - 2a + 3 \quad (\text{do } a \leq 5 \Rightarrow a - 5 \leq 0 \Rightarrow |a - 5| = -(a - 5)) \\ &= -a + 5 - 2a + 3 \\ &= -3a + 8 \end{aligned}$$

**Đáp án C.**

**Câu 12:** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  có  $BC = 2AB$ . Khi đó số đo góc  $B$  bằng

- A.  $60^\circ$ .                      B.  $45^\circ$ .                      C.  $30^\circ$ .                      D.  $40^\circ$ .

**Phương pháp giải**

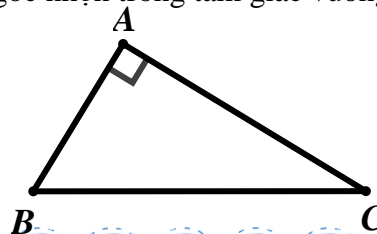
Áp dụng tỉ số lượng giác của góc nhọn trong tam giác vuông

**Lời giải**

$\Delta ABC$  vuông tại  $A$ , ta có:  $\cos \angle B = \frac{AB}{BC}$  (tỉ số lượng giác của góc nhọn trong tam giác vuông)

$\Rightarrow \cos \angle B = \frac{AB}{2AB} = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow \angle B = 60^\circ$



**Đáp án A.**

**Câu 13:** Cho đường tròn  $(O; 6\text{cm})$ , có dây cung  $MN$  cách tâm  $O$  một khoảng bằng  $3\text{cm}$ . Khi đó độ dài dây  $MN$  bằng

- A.  $\sqrt{3}\text{cm}$ .                      B.  $6\sqrt{3}\text{cm}$ .                      C.  $3\text{cm}$ .                      D.  $3\sqrt{3}\text{cm}$ .

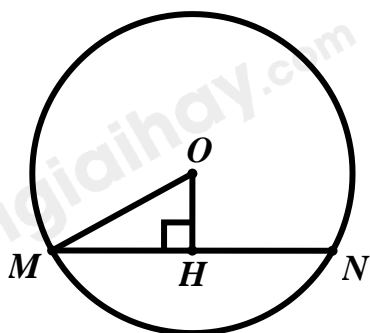
**Phương pháp giải**

Kẻ  $OH \perp MN$

Chứng minh  $H$  là trung điểm của  $MN$

Áp dụng định lý Py – ta – go vào tam giác vuông  $OMH$ , tính  $MH \Rightarrow MN$

**Lời giải**



Xét  $(O)$ : kẻ  $OH \perp MN$

Vì khoảng cách từ tâm  $O$  đến dây cung  $MN$  bằng  $3\text{cm} \Rightarrow OH = 3$

Ta có:  $OH \perp MN$  (cách dựng)

Mà  $OH$  là đường kính;  $MN$  là dây không đi qua tâm

$\Rightarrow H$  là trung điểm của  $MN \Rightarrow HM = \frac{1}{2}MN$

$\triangle OHM$  vuông tại  $H$ , theo định lý Py – ta – go, ta có:

$$OM^2 = OH^2 + MH^2$$

$$\Leftrightarrow 6^2 = 3^2 + MH^2$$

$$\Leftrightarrow MH^2 = 6^2 - 3^2$$

$$\Leftrightarrow MH^2 = 27$$

$$\Rightarrow MH = 3\sqrt{3}(\text{cm})$$

$$\Rightarrow MN = 2MH = 2 \cdot 3\sqrt{3} = 6\sqrt{3}(\text{cm})$$

**Đáp án B.**

**Câu 14:** Tất cả các giá trị của  $x$  để biểu thức  $\sqrt{1-x}$  có nghĩa là

- A.  $x \geq 0$ .                      B.  $x > 1$ .                      C.  $x \geq -1$ .                      D.  $x \leq 1$ .

**Phương pháp giải**



Biểu thức  $\sqrt{f(x)}$  có nghĩa  $\Leftrightarrow f(x) \geq 0$

### Lời giải

Biểu thức  $\sqrt{1-x}$  có nghĩa  $\Leftrightarrow 1-x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 1$

### Đáp án D.

**Câu 15:** Hàm số  $y = (m^2 - 1)x + m$  ( $m$  là tham số) là hàm số bậc nhất khi

A.  $m \neq \pm 1$ .

B.  $m \neq 0$ .

C.  $m = 1$ .

D.  $m \neq 1$ .

### Phương pháp giải

Hàm số  $y = ax + b$  là hàm số bậc nhất  $\Leftrightarrow a \neq 0$

### Lời giải

Hàm số  $y = (m^2 - 1)x + m$  là hàm số bậc nhất  $\Leftrightarrow m^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \pm 1$

### Đáp án A.

### Phần tự luận

**Bài 1:** (3,0 điểm)

1) Tính giá trị của biểu thức  $\sqrt{(\sqrt{2}-1)^2} - \sqrt{2}$ .

2) Hàm số  $y = (2 - \sqrt{5})x - 2$  đồng biến hay nghịch biến trên  $\mathbb{R}$ ? Vì sao?

3) Tìm các giá trị của tham số  $m$  để đường thẳng  $(d): y = (m-3)x + 2$  đi qua điểm  $A(-1; 5)$ .

### Phương pháp giải

1) Sử dụng hằng đẳng thức:  $\sqrt{A^2} = |A| = \begin{cases} A & \text{khi } A \geq 0 \\ -A & \text{khi } A < 0 \end{cases}$

2) Hàm số  $y = ax + b$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$  nếu  $a > 0$ , nghịch biến trên  $\mathbb{R}$  nếu  $a < 0$

3) Điểm  $M(x_0; y_0)$  thuộc đồ thị hàm số  $y = ax + b$  nếu  $y_0 = ax_0 + b$

### Lời giải

1)  $\sqrt{(\sqrt{2}-1)^2} - \sqrt{2}$

$$= |\sqrt{2}-1| - \sqrt{2}$$

$$= \sqrt{2}-1 - \sqrt{2} \quad (\text{do } \sqrt{2} > 1 \Rightarrow \sqrt{2}-1 > 0)$$

$$= -1$$

2) Vì  $2 - \sqrt{5} < 0$  nên hàm số  $y = (2 - \sqrt{5})x - 2$  nghịch biến trên  $\mathbb{R}$ .

3) Vì  $(d): y = (m-3)x + 2$  đi qua điểm  $A(-1; 5)$  nên ta có:

$$(m-3).(-1)+2=5$$

$$\Leftrightarrow -m+3+2=5$$

$$\Leftrightarrow -m=0$$

$$\Leftrightarrow m=0$$

Vậy  $m=0$

**Bài 2:** (1,5 điểm)

Cho biểu thức  $A = \frac{x+1}{x-1} - \frac{1}{\sqrt{x}+1} - \frac{1}{\sqrt{x}-1}$  với  $x \geq 0, x \neq 1$ .

1) Rút gọn biểu thức  $A$ .

2) Tính giá trị của biểu thức  $A$  tại  $x = 4 + 2\sqrt{3}$ .

**Phương pháp giải**

a) Vận dụng hằng đẳng thức  $a-b = (\sqrt{a}-\sqrt{b})(\sqrt{a}+\sqrt{b})$  xác định mẫu thức chung của biểu thức

Quy đồng các phân thức, thực hiện các phép toán từ đó rút gọn được biểu thức.

b) Sử dụng hằng đẳng thức:  $\sqrt{A^2} = |A| = \begin{cases} A & \text{khi } A \geq 0 \\ -A & \text{khi } A < 0 \end{cases}$ , tính  $\sqrt{x}$

Thay vào biểu thức  $A$ , tính

**Lời giải**

$$a) A = \frac{x+1}{x-1} - \frac{1}{\sqrt{x}+1} - \frac{1}{\sqrt{x}-1}$$

$$A = \frac{x+1}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} - \frac{1}{\sqrt{x}+1} - \frac{1}{\sqrt{x}-1}$$

$$A = \frac{x+1 - (\sqrt{x}-1) - (\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}$$

$$A = \frac{x+1 - \sqrt{x} + 1 - \sqrt{x} - 1}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}$$

$$A = \frac{x - 2\sqrt{x} + 1}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}$$

$$A = \frac{(\sqrt{x}-1)^2}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}$$

$$A = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}$$

$$\text{Vậy } A = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} \text{ với } x \geq 0; x \neq 1$$

b) Ta có:  $x = 4 + 2\sqrt{3} = 3 + 2\sqrt{3} + 1 = (\sqrt{3} + 1)^2$

$\Rightarrow \sqrt{x} = \sqrt{(\sqrt{3} + 1)^2} = |\sqrt{3} + 1| = \sqrt{3} + 1$  (do  $\sqrt{3} + 1 > 0$ )

Thay vào  $A$ , ta được:  $A = \frac{\sqrt{3} + 1 - 1}{\sqrt{3} + 1 + 1} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} + 2}$

**Đáp án A.**

**Bài 3:** (2,0 điểm)

Cho đường tròn  $(O)$  đường kính  $AB$ ,  $C$  là điểm bất kỳ trên đường tròn ( $C$  khác  $A, B$ ). Gọi  $H$  là hình chiếu của  $C$  trên  $AB$ ,  $M$  là trung điểm của  $CH$ . Kẻ tia  $MK$  vuông góc với  $CO$  ( $K$  thuộc  $OC$ ) cắt đường tròn  $(O)$  tại  $E$ . Kẻ đường kính  $CI$  của đường tròn  $(O)$ . Chứng minh:

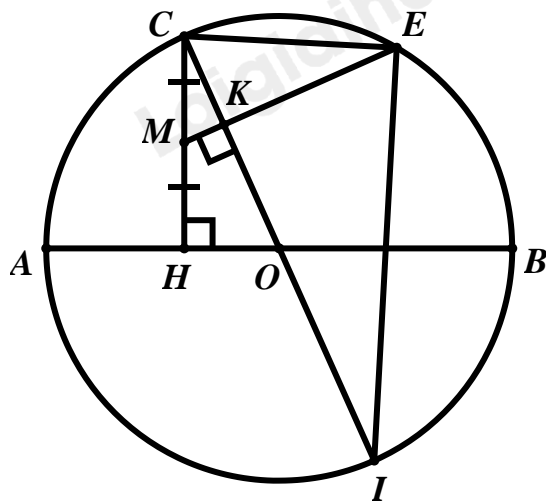
- 1)  $CE \perp EI$ .
- 2) Tam giác  $CEH$  cân.

**Phương pháp giải**

a) Góc nội tiếp chắn nửa đường tròn bằng  $90^\circ \Rightarrow CE \perp EI$

b)  $\frac{CH^2}{2} = \frac{CE^2}{2} = CK \cdot CO \Rightarrow CH = CE \Rightarrow \Delta CHE$  cân

**Lời giải**



a)  $CI$  là đường kính của đường tròn  $(O)$ , mà  $E \in (O)$

$\Rightarrow \angle CEI = 90^\circ$  (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$\Rightarrow CE \perp EI$

b) Xét  $\Delta CKM$  và  $\Delta CHO$  có:

$$\left. \begin{array}{l} \angle HCO \text{ chung} \\ \angle CKM = \angle CHO = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta CKM \sim \Delta CHO (g.g)$$

$$\Rightarrow \frac{CK}{CM} = \frac{HC}{CO}$$

$$\Leftrightarrow CK.CO = CM.HC$$

$$\Leftrightarrow CK.CO = CM.2CM$$

$$\Leftrightarrow 2CM^2 = CK.CO$$

$$\text{Có } \frac{CH^2}{2} = \frac{(2CM)^2}{2} = 2CM^2$$

$$\Rightarrow \frac{CH^2}{2} = CK.CO \quad (1)$$

Xét  $\Delta CEI$  có:  $EK \perp CI, \angle CEI = 90^\circ$

$$\Rightarrow CE^2 = CK.CI = 2CK.2CO$$

$$\Leftrightarrow \frac{CE^2}{2} = CK.CO \quad (2)$$

Từ (1) và (2), suy ra  $\frac{CH^2}{2} = \frac{CE^2}{2} = CK.CO$

$$\Rightarrow CH = CE$$

$\Rightarrow \Delta CHE$  cân tại  $C$

**Bài 4:** (0,5 điểm) Cho các số thực  $x, y$  thỏa mãn  $(x + \sqrt{2021 + x^2})(y + \sqrt{2021 + y^2}) = 2021$ . Tính giá trị

của biểu thức:  $M = x^{2021} + y^{2021} + 2022$ .

### Phương pháp giải

Thực hiện nhân liên hợp (\*) với  $x - \sqrt{2021 + x^2}$ , ta được phương trình (1)

Thực hiện nhân liên hợp (\*) với  $y - \sqrt{2021 + y^2}$ , ta được phương trình (2)

Cộng (1) và (2), ta tìm được  $x$  theo  $y$

Thay vào  $M$  và tính.

### Lời giải

$$(x + \sqrt{2021 + x^2})(y + \sqrt{2021 + y^2}) = 2021 \quad (*)$$

Thực hiện nhân liên hợp (\*) với  $x - \sqrt{2021 + x^2}$ , ta được:

$$(x + \sqrt{2021 + x^2})(x - \sqrt{2021 + x^2})(y + \sqrt{2021 + y^2}) = 2021(x - \sqrt{2021 + x^2})$$

$$\Leftrightarrow (x^2 - 2021 - x^2)(y + \sqrt{2021 + y^2}) = 2021(x - \sqrt{2021 + x^2})$$

$$\Leftrightarrow -2021(y + \sqrt{2021 + y^2}) = 2021(x - \sqrt{2021 + x^2})$$

$$\Leftrightarrow -y - \sqrt{2021 + y^2} = x - \sqrt{2021 + x^2} \quad (1)$$

Thực hiện nhân liên hợp (\*) với  $y - \sqrt{2021 + y^2}$ , ta được:

$$(x + \sqrt{2021 + x^2})(y + \sqrt{2021 + y^2})(y - \sqrt{2021 + y^2}) = 2021(y - \sqrt{2021 + y^2})$$

$$\Leftrightarrow (x + \sqrt{2021 + x^2})(y^2 - 2021 - y^2) = 2021(y - \sqrt{2021 + y^2})$$

$$\Leftrightarrow -2021(x + \sqrt{2021 + x^2}) = 2021(y - \sqrt{2021 + y^2})$$

$$\Leftrightarrow -x - \sqrt{2021 + x^2} = y - \sqrt{2021 + y^2} \quad (2)$$

Cộng (1) và (2), ta được:

$$-y - x = x + y$$

$$\Leftrightarrow -2y = 2x$$

$$\Leftrightarrow x = -y$$

$$M = x^{2021} + y^{2021} + 2022$$

$$M = (-y)^{2021} + y^{2021} + 2022$$

$$M = -y^{2021} + y^{2021} + 2022$$

$$M = 2022$$