

ĐỀ THI HỌC KÌ I – Đề số 30**Môn: Toán - Lớp 9****BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM****Mục tiêu**

- Ôn tập kiến thức học kì 1 của chương trình sách giáo khoa Toán 9.
- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi tự luận Toán học.
- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dần trải các kiến thức chương trình Toán 9.

Câu 1: (2,5 điểm)

Cho biểu thức $A = \frac{x-4}{\sqrt{x}+1}$ và $B = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}+2}{1-\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}-4}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-2)}$

- Tính giá trị của biểu thức A khi $x=16$.
- Rút gọn biểu thức B .
- Tìm x để biểu thức $M = A.B$ nhận giá trị nguyên.

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 2: (2 điểm)

Cho hàm số $y = (1-m)x + m + 2$ (với m là tham số) có đồ thị là đường thẳng d . Xác định m để:

- Đường thẳng d cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 2.
- Đường thẳng d song song với đường thẳng $y = 2x - 1$
- Đường thẳng d cắt trục Ox, Oy lần lượt tại hai điểm A, B sao cho tam giác AOB vuông cân.

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 3: (1,5 điểm)

1) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2|x-1| - \frac{3}{\sqrt{y+3}} = -3 \\ |x-1| + \frac{1}{\sqrt{y+3}} = 1 \end{cases}$$

2) Giá niêm yết của các chiếc tủ lạnh cùng loại trong siêu thị là như nhau. Gian hàng A bán với giá khuyến mãi 20%. Gian hàng B, lần 1 giảm giá 10% cũng bán được chưa được nên giảm tiếp 10% nữa so với giá đã giảm lần thứ nhất. Nếu là người mua hàng, để mua được giá rẻ hơn em sẽ chọn mua ở gian hàng nào? Vì sao?

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 4: (3,5 điểm)

Cho đường tròn $(O;R)$ có hai đường kính AB và CD vuông góc với nhau. Điểm E thay đổi thuộc đoạn OC , nối AE cắt đường tròn (O) tại M .

- Chứng minh 4 điểm O, B, M, E cùng nằm trên một đường tròn.
- Chứng minh $AE \cdot AM$ không phụ thuộc vào vị trí của điểm E trên đoạn OC .
- Xác định vị trí của E trên đoạn OC để $MA = 2MB$.
- Xác định vị trí của điểm E trên đoạn OC để chu vi ΔMAB đạt giá trị lớn nhất.

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 5: (0,5 điểm) Giải phương trình: $3x - 2\sqrt{x-3} = 8\sqrt{x} - 6$

.....

.....

.....

.....

----- Hết -----



HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Câu 1: (2,5 điểm)

Cho biểu thức $A = \frac{x-4}{\sqrt{x}+1}$ và $B = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}+2}{1-\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}-4}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-2)}$

- Tính giá trị của biểu thức A khi $x=16$.
- Rút gọn biểu thức B .
- Tìm x để biểu thức $M = A.B$ nhận giá trị nguyên.

Phương pháp giải

- Tìm ĐKXĐ của biểu thức A và biểu thức B

Với $x=16$ (tmđk) thay vào biểu thức A và tính.

- Xác định mẫu thức chung

Thực hiện các phép tính với các phân thức đại số

- Tìm miền chặn của biểu thức M để tìm được giá trị M nguyên

Với M nguyên tìm được x thỏa mãn

Lời giải

ĐKXĐ: $x \geq 0; x \neq 1; x \neq 4$

- Với $x=16$ (tmđk) thay vào A ta được: $A = \frac{16-4}{\sqrt{16}+1} = \frac{12}{4+1} = \frac{12}{5}$

Vậy $x=16$ thì $A = \frac{12}{5}$

- $B = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}+2}{1-\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}-4}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-2)}$ với $x \geq 0; x \neq 1; x \neq 4$

$$= \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}-4}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-2)}$$

$$= \frac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1) - (\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2) + (\sqrt{x}-4)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-2)}$$

$$= \frac{x-1-x+4+\sqrt{x}-4}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-2)}$$

$$= \frac{\sqrt{x}-1}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-2)}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{x}-2}$$

Vậy $B = \frac{1}{\sqrt{x}-2}$ với $x \geq 0; x \neq 1; x \neq 4$

$$c) \text{ Ta có: } M = A.B = \frac{x-4}{\sqrt{x+1}} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}-2} = \frac{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x+1})(\sqrt{x}-2)} = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x+1}}$$

$$M = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x+1}} = \frac{\sqrt{x}+1+1}{\sqrt{x+1}} = 1 + \frac{1}{\sqrt{x+1}}$$

$$\text{Vì } x \geq 0 \Rightarrow 1 + \frac{1}{\sqrt{x+1}} > 1$$

$$\Rightarrow M > 1$$

$$\text{Vì } x \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x+1} \geq 1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{x+1}} \leq 1$$

$$\Rightarrow 1 + \frac{1}{\sqrt{x+1}} \leq 2$$

$$\Rightarrow M \leq 2$$

Vậy $1 < M \leq 2$, mà M là số nguyên nên $M = 2$

$$* \text{ Với } M = 2 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x+1}} = 2$$

$$\Leftrightarrow 2(\sqrt{x}+1) = \sqrt{x}+2$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{x}+2 = \sqrt{x}+2$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x} = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ (tmdk)}$$

Vậy $x = 0$ thì $M = A.B$ là số nguyên.

Câu 2: (2 điểm)

Cho hàm số $y = (1-m)x + m + 2$ (với m là tham số) có đồ thị là đường thẳng d . Xác định m để:

- Đường thẳng d cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 2.
- Đường thẳng d song song với đường thẳng $y = 2x - 1$
- Đường thẳng d cắt trục Ox, Oy lần lượt tại hai điểm A, B sao cho tam giác AOB vuông cân.

Phương pháp giải

a) Thay tọa độ $(2;0)$ vào hàm số của đường thẳng $d \Rightarrow$ tìm được m

b) Đường thẳng $(d): y = ax + b$ song song với đường thẳng $(d'): y = a'x + b'$ khi và chỉ khi $\begin{cases} a = a' \\ b \neq b' \end{cases}$.

c) Tìm tọa độ điểm $A; B$

Tính $OA = OB$

$\triangle AOB$ vuông cân cần thêm điều kiện: $OA = OB$

Lời giải

a) Đường thẳng d cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 2 nên ta có:

$$2(1-m) + m + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2 - 2m + m + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow -m + 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow m = 4$$

Vậy $m = 4$

b) Đường thẳng d song song với đường thẳng $y = 2x - 1$ khi và chỉ khi $\begin{cases} 1-m=2 \\ m+2 \neq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=-1 \\ m \neq -3 \end{cases} \Leftrightarrow m=-1$

Vậy $m = -1$

c) *Với $m=1$, ta có: $d: y=3$ là đường thẳng song song với trục hoành Ox

$$\Rightarrow m=1 \text{ (ktm)}$$

*Với $m=1$, ta có: $y=(1-m)x+m+2$ là đường thẳng cắt trục Ox, Oy

Đường thẳng d cắt Ox tại $A \Rightarrow A\left(\frac{m+2}{m-1}; 0\right)$

$$\text{Do đó, } OA = \left| \frac{m+2}{m-1} \right|$$

Đường thẳng d cắt Oy tại $B \Rightarrow B(0; m+2)$

$$\text{Do đó, } OB = |m+2|$$

Vì $\triangle OAB$ vuông cân ở $O \Rightarrow OA = OB$

$$\Leftrightarrow \left| \frac{m+2}{m-1} \right| = |m+2|$$

$$\Leftrightarrow |m+2| \left(\frac{1}{|m-1|} - 1 \right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} |m+2| = 0 \\ \left| \frac{1}{m-1} \right| = 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m+2=0 \\ |m-1|=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=-2 \\ m-1=1 \\ m-1=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=-2 \text{ (tmdk)} \\ m=2 \text{ (tmdk)} \\ m=0 \text{ (tmdk)} \end{cases}$$

Vậy $m \in \{-2; 0; 2\}$

Câu 3: (1,5 điểm)

1) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2|x-1| - \frac{3}{\sqrt{y+3}} = -3 \\ |x-1| + \frac{1}{\sqrt{y+3}} = 1 \end{cases}$$

2) Giá niêm yết của các chiếc tủ lạnh cùng loại trong siêu thị là như nhau. Gian hàng A bán với giá khuyến mãi 20%. Gian hàng B, lần 1 giảm giá 10% cũng bán được chưa được nên giảm tiếp 10% nữa so với giá đã giảm lần thứ nhất. Nếu là người mua hàng, để mua được giá rẻ hơn em sẽ chọn mua ở gian hàng nào? Vì sao?

Phương pháp giải

1) Đặt
$$\begin{cases} |x-1| = a (a \geq 0) \\ \frac{1}{\sqrt{y+3}} = b (b > 0) \end{cases}$$
, khi đó có hệ phương trình bậc nhất hai ẩn a, b

Sử dụng phương pháp cộng đại số, tìm a, b (đổi chiều điều kiện)

Từ a, b tìm được, tìm được nghiệm của hệ phương trình $(x; y)$

2) Tính giá bán của gian hàng A sau giảm

Tính giá bán của gian hàng B sau giảm

So sánh và kết luận

Lời giải

ĐKXD: $y > -3$

Đặt
$$\begin{cases} |x-1| = a (a \geq 0) \\ \frac{1}{\sqrt{y+3}} = b (b > 0) \end{cases}$$
, khi đó hệ phương trình ban đầu trở thành:

$$\begin{cases} 2a - 3b = -3 \\ a + b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a - 3b = -3 \\ 3a + 3b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5a = 0 \\ a + b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 (tmdk) \\ b = 1 (tmdk) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} |x-1| = 0 \\ \frac{1}{\sqrt{y+3}} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 = 0 \\ \sqrt{y+3} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y+3 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (1; -2)$

2) Gọi giá niêm yết chiếc tủ lạnh là: x đồng.

Gian hàng A bán với giá là: $100\%x - 20\%x = 80\%x$ (đồng)

Gian hàng B bán với giá giảm lần 1 là: $100\%x - 10\%x = 90\%x$ (đồng)

Gian hàng B bán với giá giảm lần 2 là: $90\%x - 10\%.90\%x = 81\%x$ (đồng)

Vậy gian hàng A có giá bán rẻ hơn so với gian hàng B nên chọn mua ở gian hàng A.

Câu 4: (3,5 điểm)

Cho đường tròn $(O; R)$ có hai đường kính AB và CD vuông góc với nhau. Điểm E thay đổi thuộc đoạn OC , nối AE cắt đường tròn (O) tại M .

- Chứng minh 4 điểm O, B, M, E cùng nằm trên một đường tròn.
- Chứng minh $AE \cdot AM$ không phụ thuộc vào vị trí của điểm E trên đoạn OC .
- Xác định vị trí của E trên đoạn OC để $MA = 2MB$.
- Xác định vị trí của điểm E trên đoạn OC để chu vi ΔMAB đạt giá trị lớn nhất.

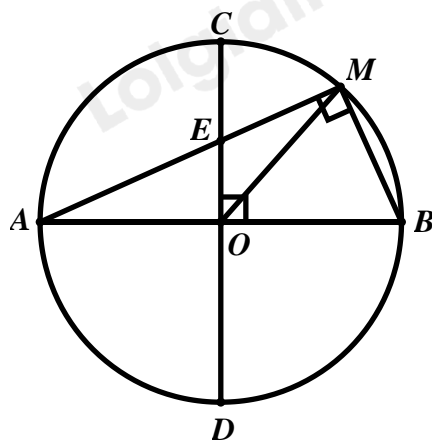
Phương pháp giải

- O, M cùng thuộc đường tròn đường kính BE
- $\Delta AOE \sim \Delta AMB (g.g) \Rightarrow AE \cdot AM = 2R^2$ không đổi
- $\Delta AOE \sim \Delta AMB (cmt) \Rightarrow OE = \frac{OC}{2}$
 $\Rightarrow E$ là trung điểm của OC
- Ta có: $C_{\Delta MAB} = AB + AM + MB = 2R + AM + MB$

Vì $AB = 2R$ không đổi nên $C_{\Delta MAB} \max \Leftrightarrow (AM + MB) \max$

Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacopxki tìm $(AM + MB) \max$

Lời giải



- Ta có: $AB \perp CD$ tại $O \Rightarrow \angle BOC = 90^\circ \Rightarrow \angle BOE = 90^\circ$
 $\Rightarrow \Delta BOE$ vuông tại $O \Rightarrow O$ thuộc đường tròn đường kính BE
 M thuộc đường tròn đường kính $AB \Rightarrow \angle AMB = 90^\circ$
 $\Rightarrow \Delta BME$ vuông tại $M \Rightarrow M$ thuộc đường tròn đường kính BE
 Vậy O, M thuộc đường tròn đường kính BE nên bốn điểm B, M, E, O cùng thuộc một đường tròn.

b) Xét ΔAOE và ΔAMB có:

$$\left. \begin{array}{l} \angle BAM \text{ chung} \\ \angle AOE = \angle AMB = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta AOE \sim \Delta AMB (g.g)$$

$$\Rightarrow \frac{AE}{AB} = \frac{AO}{AM}$$

$$\Rightarrow AE \cdot AM = AO \cdot AB = R \cdot 2R = 2R^2$$

Mà R không đổi nên $AE \cdot AM$ không đổi khi E thay đổi.

c) Ta có: $\Delta AOE \sim \Delta AMB (cmt)$

$$\Rightarrow \frac{AO}{AM} = \frac{OE}{MB}$$

$$\Rightarrow OE = \frac{AO \cdot BM}{AM} = \frac{R \cdot BM}{2BM} = \frac{R}{2} = \frac{OC}{2}$$

Lại có: $E \in OC$

$\Rightarrow E$ là trung điểm của OC

d) Ta có: $C_{\Delta MAB} = AB + AM + MB = 2R + AM + MB$

Vì $AB = 2R$ không đổi nên $C_{\Delta MAB} \max \Leftrightarrow (AM + MB) \max$

$$\text{Ta có: } (MA + MB)^2 \leq (1^2 + 1^2)(MA^2 + MB^2)$$

$$\Leftrightarrow (MA + MB)^2 \leq 2AB^2 \text{ (vì } \Delta AMB \text{ vuông tại } M \Rightarrow AB^2 = MA^2 + MB^2 \text{ (định lý Py - ta - go))}$$

$$\Leftrightarrow (MA + MB)^2 \leq 2(2R)^2$$

$$\Leftrightarrow MA + MB \leq 2\sqrt{2}R$$

$$\Leftrightarrow MA + MB + AB \leq 2\sqrt{2}R + AB$$

$$\Leftrightarrow C_{\Delta MAB} \leq 2\sqrt{2}R + 2R$$

$$\Leftrightarrow C_{\Delta MAB} \leq 2R(\sqrt{2} + 1)$$

Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow AM = BM$

Mà ΔMAB vuông tại M

$\Rightarrow \Delta MAB$ là tam giác vuông cân

$\Rightarrow E \equiv C$

Câu 5: (0,5 điểm) Giải phương trình: $3x - 2\sqrt{x-3} = 8\sqrt{x} - 6$

Phương pháp giải

Sử dụng hằng đẳng thức: $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$; $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$

Giải phương trình: $\sqrt{f(x)} = g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \geq 0 (g(x) \geq 0) \\ f(x) = g^2(x) \end{cases}$

Lời giải

ĐKXD: $x \geq 3$

$$3x - 2\sqrt{x-3} = 8\sqrt{x} - 6$$

$$\Leftrightarrow 8\sqrt{x} + 2\sqrt{x-3} - 6 - 3x = 0$$

$$\Leftrightarrow -(x-3) + 2\sqrt{x-3} - 1 - 2(x-4\sqrt{x}+4) - 3 + 1 + 8 - 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow -(\sqrt{x-3}-1)^2 - 2(\sqrt{x}-2)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{x-3}-1)^2 + 2(\sqrt{x}-2)^2 = 0$$

$$\forall x \begin{cases} (\sqrt{x-3}-1)^2 \geq 0, \forall x \geq 3 \\ 2(\sqrt{x}-2)^2 \geq 0, \forall x \geq 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow (\sqrt{x-3}-1)^2 + 2(\sqrt{x}-2)^2 \geq 0$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x-3}-1=0 \\ \sqrt{x}-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x-3}=1 \\ \sqrt{x}=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-3=1 \\ x=4 \end{cases} \Leftrightarrow x=4(\text{tmdk})$$

Vậy phương trình có nghiệm duy nhất $x=4$