

# ĐỀ THI VÀO LỚP 6 MÔN TOÁN TRƯỜNG THCS ARCHIMEDES

(VÒNG NÂNG CAO)

NĂM HỌC 2021 – 2022

Thời gian làm bài: 90 phút

## PHẦN 1. TRẮC NGHIỆM

**Câu 1.** Tính giá trị của biểu thức:

$$A = 77 \times 5,55 + 60,12 \times 7,45 + 16,88 \times 7,45$$

**Câu 2.** Tìm số tự nhiên  $n$  biết rằng:

$$\left(1 + \frac{1}{1}\right) \times \left(1 + \frac{1}{2}\right) \times \left(1 + \frac{1}{3}\right) \times \dots \times \left(1 + \frac{1}{n}\right) = 2070$$

**Câu 3.** Một số tự nhiên được gọi là *số tiến* nếu các chữ số của nó đôi một khác nhau và chữ số liền sau lớn hơn chữ số liền trước. Ví dụ: 13579 và 24689 là các số tiến; nhưng 11345 không phải là số tiến. Hỏi trong các số tự nhiên từ 2021 đến 2401, có bao nhiêu số là số tiến?

**Câu 4.** Một hình chữ nhật có chu vi 200 cm. Người ta giảm chiều dài và chiều rộng đi cùng một độ dài thì được một hình chữ nhật mới có chu vi là 160 cm. Hỏi diện tích của phần giảm đi là bao nhiêu?

**Câu 5.** Cách đây 6 năm, tổng số tuổi của Nam và anh trai Nam là 18 tuổi. Hiện tại, số tuổi của Nam bằng  $\frac{2}{3}$  số tuổi của anh trai Nam. Hỏi hiện tại Nam bao nhiêu tuổi?

**Câu 6.** Vào ngày 18/04/2021, một cửa hàng thịt treo biển khuyến mãi: “*Duy nhất ngày hôm nay, thăn bò Úc giảm 40%, chỉ 117000 đồng nửa ký!*”. Hỏi, giá thịt thăn bò Úc tại cửa hàng đó trước khi khuyến mãi là bao nhiêu một kg (tính theo đồng)?

**Câu 7.** Xét biểu thức:

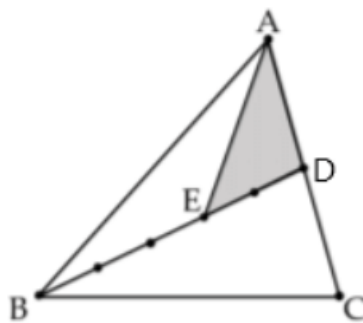
$$A = 45 + 45 \times 45 + 45 \times 45 \times 45 + \dots + \underbrace{45 \times 45 \times \dots \times 45}_{2021 \text{ số}}$$

Hỏi khi tính giá trị biểu thức A, giá trị thu được có chữ số hàng đơn vị là bao nhiêu?

**Câu 8.** Trong dãy 15 ô vuông bên dưới, người ta điền vào mỗi ô vuông một số tự nhiên sao cho tổng các số ở ba ô liên tiếp bất kỳ luôn bằng 39. Tìm số được điền vào ô vuông tô đậm.

20																				11
----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----

**Câu 9.** Trong hình vẽ dưới, D là điểm trên cạnh AC của tam giác ABC và  $AD = DC$ ; E là điểm trên đoạn BD thỏa mãn  $BE : BD = 3 : 5$ . Biết rằng diện tích tam giác ADE là  $96 \text{ cm}^2$ . Tính diện tích tam giác ABC.



**Câu 10.** Nam có bốn quyển sách gồm Toán, Tiếng Việt, Tiếng Anh và Lịch Sử. Nam muốn xếp bốn quyển sách này lên một kệ sách trông sao cho quyển sách Toán và quyển sách Lịch Sử không nằm cạnh nhau. Hỏi có bao nhiêu cách xếp?

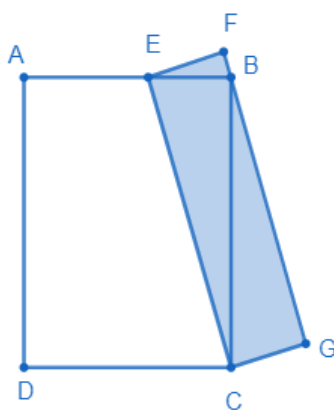
## PHẦN II. TỰ LUẬN

**Câu 11.** Trong một cuộc thi, có năm thí sinh tham dự là A, B, C, D và E. Trước khi cuộc thi diễn ra, có bốn dự đoán về kết quả xếp hạng của năm thí sinh như sau:

- Dự đoán thứ nhất: “B sẽ đứng thứ tư và E sẽ đứng thứ hai.”
- Dự đoán thứ hai: “D sẽ đứng thứ nhất và C sẽ đứng thứ ba.”
- Dự đoán thứ ba: “E sẽ đứng thứ ba và A sẽ đứng thứ tư.”
- Dự đoán thứ tư: “A sẽ đứng thứ ba và B sẽ đứng thứ nhất.”

Kết thúc cuộc thi, người ta nhận thấy mỗi người dự đoán đều đúng cho một thí sinh nào đó và sai cho người còn lại. Biết rằng không có hai thí sinh nào có cùng thứ hạng, hỏi ai đứng thứ ba ở cuộc thi đó?

**Câu 12.** Trong hình vẽ dưới, ABDC và CEFG là hai hình chữ nhật, trong đó điểm B nằm trên cạnh FG của hình chữ nhật CEFG và điểm E nằm trên cạnh AB của hình chữ nhật ABCD thỏa mãn  $AE : EB = 3 : 2$ . Biết rằng diện tích hình chữ nhật ABCD là  $35 \text{ cm}^2$ , tính diện tích hình chữ nhật CEFG?



**Câu 13.** Cho 16 số tự nhiên phân biệt khác 0 thỏa mãn tích của năm số bất kì trong 16 số này là số chẵn. Gọi S là tổng của 16 số này. Biết rằng S là số lẻ, hỏi S có thể nhận giá trị nhỏ nhất là bao nhiêu?

**Câu 14.** Cho số  $A = 206920692069 \dots 2069$  (A gồm 250 số 2069 viết liền nhau). Người ta muốn xóa một số chữ số của số A sao cho số thu được có tổng tất cả các chữ số bằng 2021. Hỏi, có thể xóa được nhiều nhất bao nhiêu chữ số? Khi đó, số lớn nhất có thể thu được là bao nhiêu?

## HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

## PHẦN 1. TRẮC NGHIỆM

**Câu 1.** Tính giá trị của biểu thức:

$$A = 77 \times 5,55 + 60,12 \times 7,45 + 16,88 \times 7,45$$

**Cách giải:**

$$A = 77 \times 5,55 + 60,12 \times 7,45 + 16,88 \times 7,45$$

$$A = 77 \times 5,55 + 7,45 \times (60,12 + 16,88)$$

$$A = 77 \times 5,55 + 7,45 \times 77$$

$$A = 77 \times (5,55 + 7,45)$$

$$A = 77 \times 13$$

$$A = 1001$$

**Câu 2.** Tìm số tự nhiên  $n$  biết rằng:

$$\left(1 + \frac{1}{1}\right) \times \left(1 + \frac{1}{2}\right) \times \left(1 + \frac{1}{3}\right) \times \dots \times \left(1 + \frac{1}{n}\right) = 2070$$

**Cách giải:**

$$\left(1 + \frac{1}{1}\right) \times \left(1 + \frac{1}{2}\right) \times \left(1 + \frac{1}{3}\right) \times \dots \times \left(1 + \frac{1}{n}\right) = 2070$$

$$\frac{2}{1} \times \frac{3}{2} \times \frac{4}{3} \times \dots \times \frac{n+1}{n} = 2070$$

$$n+1 = 2070$$

$$n = 2069$$

**Câu 3.** Một số tự nhiên được gọi là *số tiến* nếu các chữ số của nó đôi một khác nhau và chữ số liền sau lớn hơn chữ số liền trước. Ví dụ: 13579 và 24689 là các số tiến; nhưng 11345 không phải là số tiến. Hỏi trong các số tự nhiên từ 2021 đến 2401, có bao nhiêu số là số tiến?

**Cách giải:**

Các số tiến từ 2021 đến 2401 gồm có 2345 đến 2349 (5 số), 2356 đến 2359 (4 số), 2367, 2368, 2369, 2378, 2379, 2389)

Vậy có 15 số tiến từ 2021 đến 2401.

**Câu 4.** Một hình chữ nhật có chu vi 200 cm. Người ta giảm chiều dài và chiều rộng đi cùng một độ dài thì được một hình chữ nhật mới có chu vi là 160 cm. Hỏi diện tích của phần giảm đi là bao nhiêu?

**Cách giải:**

$$\text{Nửa chu vi ban đầu là: } 200 : 2 = 100 \text{ (cm)}$$

$$\text{Nửa chu vi lúc sau: } 160 : 2 = 80 \text{ (cm)}$$

Chiều dài và chiều rộng cùng giảm đi:  $(100 - 80) : 2 = 10$  (cm)

Phần diện tích giảm đi là:  $(100 - 10) \times 10 = 900$  (cm<sup>2</sup>)

Đáp số: 900cm<sup>2</sup>

**Câu 5.** Cách đây 6 năm, tổng số tuổi của Nam và anh trai Nam là 18 tuổi. Hiện tại, số tuổi của Nam bằng  $\frac{2}{3}$  số tuổi của anh trai Nam. Hỏi hiện tại Nam bao nhiêu tuổi?

**Cách giải:**

Tổng số tuổi của Nam và anh trai Nam hiện nay là:

$$18 + 6 + 6 = 30 \text{ (tuổi)}$$

Tuổi của Nam hiện nay là:

$$30 : (2 + 3) \times 2 = 12 \text{ (tuổi)}$$

Đáp số: 12 tuổi

**Câu 6.** Vào ngày 18/04/2021, một cửa hàng thịt treo biển khuyến mãi: “*Duy nhất ngày hôm nay, thăn bò Úc giảm 40%, chỉ 117000 đồng nửa ký!*”. Hỏi, giá thịt thăn bò Úc tại cửa hàng đó trước khi khuyến mãi là bao nhiêu một kg (tính theo đồng)?

**Cách giải:**

Giá một kg thịt bò sau khi giảm 40% là:

$$117000 \times 2 = 234000 \text{ (đồng)}$$

Giá 1 kg thịt thăn bò Úc tại cửa hàng đó trước khi khuyến mãi là:

$$234000 : 60 \times 100 = 390000 \text{ (đồng)}$$

Đáp số: 390000 đồng

**Câu 7.** Xét biểu thức:

$$A = 45 + 45 \times 45 + 45 \times 45 \times 45 + \dots + \underbrace{45 \times 45 \times \dots \times 45}_{2021 \text{ số}}$$

Hỏi khi tính giá trị biểu thức A, giá trị thu được có chữ số hàng đơn vị là bao nhiêu?

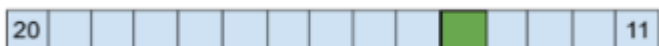
**Cách giải:**

A có 2021 số hạng, mỗi số hạng đều có chữ số hàng đơn vị là 5.

Suy ra A có chữ số hàng đơn vị là hàng đơn vị của tích  $5 \times 2021$ .

Vậy A có chữ số tận cùng là 5.

**Câu 8.** Trong dãy 15 ô vuông bên dưới, người ta điền vào mỗi ô vuông một số tự nhiên sao cho tổng các số ở ba ô liên tiếp bất kỳ luôn bằng 39. Tìm số được điền vào ô vuông tô đậm.



**Cách giải:**

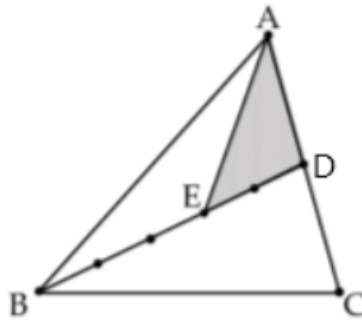
Ô thứ 3 trong dãy là 11.

Suy ra ô thứ hai trong dãy là:  $39 - 20 - 11 = 8$

Vì tổng các số ở ba ô liên tiếp bất kỳ luôn bằng 39 nên các số lặp lại theo thứ tự 20, 8, 11.

Vậy số điền vào ô màu xanh là số 8.

**Câu 9.** Trong hình vẽ dưới, D là điểm trên cạnh AC của tam giác ABC và  $AD = DC$ ; E là điểm trên đoạn BD thỏa mãn  $BE : BD = 3 : 5$ . Biết rằng diện tích tam giác ADE là  $96 \text{ cm}^2$ . Tính diện tích tam giác ABC.



**Cách giải:**

$$\frac{S_{ABD}}{S_{ADE}} = \frac{5}{2} \text{ (Hai tam giác có chung chiều cao hạ từ đỉnh A và đáy } BD = \frac{5}{2} DE \text{)}$$

$$\text{Suy ra } S_{ABD} = \frac{5}{2} \times S_{ADE} = \frac{5}{2} \times 96 = 240 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Ta có  $S_{ABC} = 2 \times S_{ABD}$  (Hai tam giác có chung chiều cao hạ từ B và đáy  $AC = 2 \times AD$ )

$$\text{Vậy } S_{ABC} = 240 \times 2 = 480 \text{ (cm}^2\text{)}$$

**Câu 10.** Nam có bốn quyển sách gồm Toán, Tiếng Việt, Tiếng Anh và Lịch Sử. Nam muốn xếp bốn quyển sách này lên một kệ sách trống sao cho quyển sách Toán và quyển sách Lịch Sử không nằm cạnh nhau. Hỏi có bao nhiêu cách xếp?

**Cách giải:**

Cách cách xếp sao cho quyển sách Toán và quyển sách Lịch Sử không nằm cạnh nhau là:

Toán, Tiếng Việt, Tiếng Anh, Lịch sử

Toán, Tiếng Việt, Lịch sử, Tiếng Anh

Toán, Tiếng Anh, Tiếng Việt, Lịch sử

Toán, Tiếng Anh, Lịch sử, Tiếng Việt

Tiếng Việt, Toán, Tiếng Anh, Lịch sử

Tiếng Việt, Lịch sử, Tiếng Anh, Toán

Tiếng Anh, Toán, Tiếng Việt, Lịch sử

Tiếng Anh, Lịch sử, Tiếng Việt, Toán

Lịch sử, tiếng Anh, Tiếng Việt, Toán

Lịch sử, Tiếng Anh, Toán, Tiếng Việt

Lịch sử, Tiếng Việt, Tiếng Anh, Toán

Lịch sử, Tiếng Việt, Toán, Tiếng Anh

Vậy có 12 cách xếp.

## PHẦN II. TỰ LUẬN

**Câu 11.** Trong một cuộc thi, có năm thí sinh tham dự A, B, C, D và E. Trước khi cuộc thi diễn ra, có bốn dự đoán về kết quả xếp hạng của năm thí sinh như sau:

- Dự đoán thứ nhất: “B sẽ đứng thứ tư và E sẽ đứng thứ hai.”
- Dự đoán thứ hai: “D sẽ đứng thứ nhất và C sẽ đứng thứ ba.”
- Dự đoán thứ ba: “E sẽ đứng thứ ba và A sẽ đứng thứ tư.”
- Dự đoán thứ tư: “A sẽ đứng thứ ba và B sẽ đứng thứ nhất.”

Kết thúc cuộc thi, người ta nhận thấy mỗi người dự đoán đều đúng cho một thí sinh nào đó và sai cho người còn lại. Biết rằng không có hai thí sinh nào có cùng thứ hạng, hỏi ai đứng thứ ba ở cuộc thi đó?

### Cách giải:

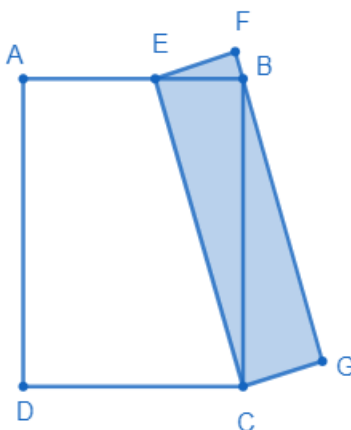
Xuất phát từ dự đoán thứ nhất: Nếu B đứng thứ 4 là đúng và E đứng thứ hai là sai, khi đó ở dự đoán thứ 3, E đứng thứ ba sẽ đúng và A đứng thứ 4 sẽ sai. Ở dự đoán thứ tư, A đứng thứ ba sẽ sai và B đứng thứ nhất sẽ đúng (vô lý vì B không thể vừa đứng thứ tư, vừa đứng thứ nhất).

Do vậy ở dự đoán thứ nhất, B đứng thứ tư là sai và E đứng thứ hai là đúng.

Lúc này ở dự đoán số 3, E đứng thứ ba là sai và A đứng thứ tư đúng. Ở dự đoán thứ tư, A đứng thứ ba sai và B đứng thứ nhất đúng. Ở dự đoán số hai, D đứng nhất sai và C đứng thứ ba đúng.

Vậy B đứng thứ nhất, E đứng thứ hai, C đứng thứ ba và A đứng thứ tư.

**Câu 12.** Trong hình vẽ bên dưới, ABDC và CEFG là hai hình chữ nhật, trong đó điểm B nằm trên cạnh FG của hình chữ nhật CEFG và điểm E nằm trên cạnh AB của hình chữ nhật ABCD thỏa mãn  $AE : EB = 3 : 2$ . Biết rằng diện tích hình chữ nhật ABCD là  $35 \text{ cm}^2$ , tính diện tích hình chữ nhật CEFG?





**Cách giải:**

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \times S_{ABCD} = \frac{1}{2} \times 35 = \frac{35}{2} \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$\text{Ta có } \frac{S_{EBC}}{S_{ABC}} = \frac{2}{5} \text{ (Hai tam giác có chung chiều cao hạ từ C và } EB = \frac{2}{5} AB \text{)}$$

$$\text{Suy ra } S_{EBC} = \frac{2}{5} \times \frac{35}{2} = 7 \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$\text{Ta có } S_{CEFG} = 2 \times S_{EBC} = 2 \times 7 = 14 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Đáp số: 14 cm<sup>2</sup>

**Câu 13.** Cho 16 số tự nhiên phân biệt khác 0 thỏa mãn tích của năm số bất kì trong 16 số này là số chẵn. Gọi S là tổng của 16 số này. Biết rằng S là số lẻ, hỏi S có thể nhận giá trị nhỏ nhất là bao nhiêu?

**Cách giải:**

Do tích của 5 số bất kỳ luôn chẵn nên số lượng số lẻ tối đa là 4 số lẻ. Ngoài ra do tổng của 16 số này là lẻ nên chỉ có thể có 1 số lẻ hoặc 3 số lẻ.

Nếu có 1 số lẻ thì tổng 16 số nhỏ nhất là  $1 + 2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 30 = 241$

Nếu có 3 số lẻ thì tổng 16 số nhỏ nhất là  $1 + 3 + 5 + 2 + 4 + 6 + \dots + 26 = 191$

Vậy tổng S nhỏ nhất là 191

**Câu 14.** Cho số A = 206920692069...2069 (A gồm 250 số 2069 viết liền nhau). Người ta muốn xóa một số chữ số của số A sao cho số thu được có tổng tất cả các chữ số bằng 2021. Hỏi, có thể xóa được nhiều nhất bao nhiêu chữ số? Khi đó, số lớn nhất có thể thu được là bao nhiêu?

**Cách giải:**

A đang có tổng các chữ số là  $(2 + 0 + 6 + 9) \times 250 = 4250$

Tổng các chữ số cần xóa đi:  $4250 - 2021 = 2229$ .

Trước tiên ta xóa hết 250 chữ số 0. Tiếp theo, nhận thấy 2229 chia hết cho 3, các chữ số 6 và 9 cũng chia hết cho 3 nên số lượng chữ số 2 xóa đi cũng phải chia hết cho 3. Có 250 chữ số 2, vậy ta xóa đi 249 chữ số 2. Lúc này tổng các chữ số 6 và 9 cần xóa là:

$2229 - 249 \times 2 = 1731$ . Nhận thấy số lượng chữ số 6 cần xóa phải nhiều nhất có thể, có 250 chữ số 6 nên ta thử:

+) Nếu xóa hết 250 chữ số 6 thì tổng các chữ số 9 cần xóa là  $1731 - 250 \times 6 = 231$  không chia hết cho 9.

+) Nếu xóa 249 chữ số 6 thì tổng các chữ số 9 cần xóa là  $1731 - 249 \times 6 = 237$  không chia hết cho 9.

+) Nếu xóa 248 chữ số 6 thì tổng các chữ số 9 cần xóa là  $1731 - 248 \times 6 = 243$  chia hết cho 9 cần xóa  $243 : 9 = 27$  chữ số 9.

Vậy cần xóa nhiều nhất 250 chữ số 0; 249 chữ số 2; 248 chữ số 6 và 27 chữ số 9, tức là  $250 + 249 + 248 + 27 = 774$  chữ số.

Lúc này còn lại 226 chữ số gồm 1 chữ số 2; 2 chữ số 6 và 223 chữ số 9. Số lớn nhất có thể thu được là 9999... 9999662.