

ĐỀ THI GIỮA HỌC KÌ II – Đề số 2

Môn: Toán - Lớp 8

Bộ sách Kết nối tri thức

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM



Mục tiêu

- Ôn tập các kiến thức về Phân thức đại số, Các trường hợp đồng dạng của hai tam giác, Định lí Pythagore của chương trình sách giáo khoa Toán 8 – Kết nối tri thức.
- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm và tự luận Toán học.
- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dàn trải các kiến thức về Phân thức đại số, Các trường hợp đồng dạng của hai tam giác, Định lí Pythagore – chương trình Toán 8.

Phần trắc nghiệm (2 điểm)

Câu 1: Biểu thức nào sau đây **không phải** là phân thức đại số?

A. $\frac{5x-6}{3x}$ (với $x \neq 0$).

B. $\frac{1}{x+1}$ (với $x \neq 0; x \neq -1$).

C. $\frac{2x-3y}{xyz}$ (với $xyz \neq 0$).

D. $6x^2 - 5x + 7$.

Câu 2: Điều kiện xác định của phân thức $\frac{3x-5}{2x+1}$ là:

A. $x \neq \frac{-1}{2}$.

B. $x \neq \frac{1}{2}$.

C. $x \neq 0$.

D. $x \neq \frac{5}{3}$.

Câu 3: Tính giá trị của phân thức $A(x) = \frac{3}{x-1}$ với $x \neq 1$ tại $x = 2$

A. $\frac{1}{3}$.

B. -3 .

C. $-\frac{1}{3}$.

D. 3 .

Câu 4: Thực hiện phép tính sau: $\frac{2x-3}{7} + \frac{5x+3}{7}$, ta được kết quả là:

A. x .

B. $\frac{-3x}{7}$.

C. $\frac{x}{7}$.

D. $\frac{3x}{7}$.

Câu 5: Kết quả phép tính $\frac{8x}{15y^3} : \left(-\frac{4x^2}{3y^2}\right)$ là

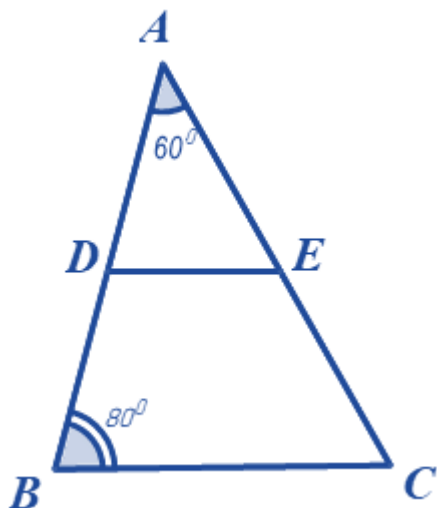
A. $\frac{-1}{10xy}$.

B. $\frac{-2}{5xy^2}$.

C. $\frac{-2}{5xy}$.

D. $\frac{2}{5xy}$.

Câu 6: Cho hình vẽ sau, biết $DE \parallel BC$, số đo $\angle AED$ là:

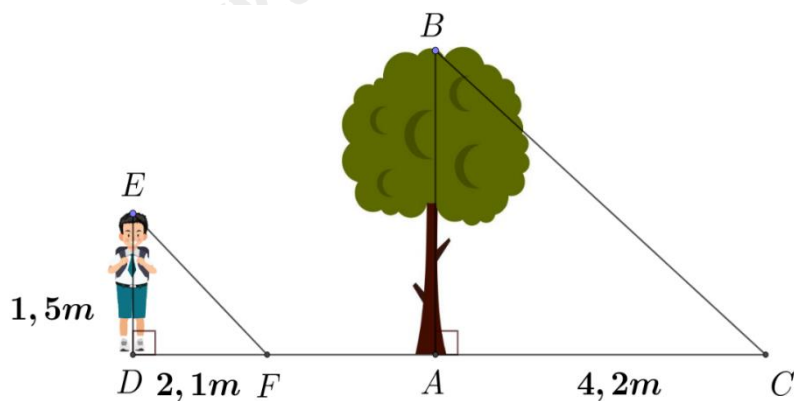


- A. 80° .
- B. 60° .
- C. 50° .
- D. 40° .

Câu 7: Đây là độ dài 3 cạnh của một tam giác vuông:

- A. 4cm, 7cm, 6cm.
- B. 6cm, 10cm, 8cm.
- C. 20cm, 12cm, 25cm.
- D. 6cm, 11cm, 9cm.

Câu 8: Một người cao 1,5 mét có bóng trên mặt đất dài 2,1 mét. Cùng lúc ấy, một cái cây gần đó có bóng trên mặt đất dài 4,2 mét. Tính chiều cao của cây.



- A. $AB = 3m$.
- B. $AB = 0,75m$.
- C. $AB = 2,4m$.
- D. $AB = 2,25m$.

Phần tự luận (8 điểm)

Bài 1. (2 điểm) Cho $A = \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} \right) \cdot \frac{3x-3}{2}$ với $x \neq \pm 1$.

- a) Rút gọn biểu thức A.
- b) Tính giá trị của biểu thức A tại $x = 2$.
- c) Với giá trị nguyên nào của x thì A nhận giá trị nguyên.

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 2. (1 điểm) Một ca nô xuôi dòng từ bến A đến bến B dài 45 km. Khi ngược dòng từ bến B về bến A, ca nô gặp một ca nô khác tại vị trí C cách bến A 27 km. Biết vận tốc dòng nước là 3km/h. Gọi x (km/h) là tốc độ của ca nô ($x > 3$).

- Viết phân thức biểu thị theo x thời gian ca nô đi từ bến A đến bến B.
- Viết phân thức biểu thị theo x thời gian ca nô đi từ bến B đến vị trí C.
- Viết phân thức biểu thị theo x tổng thời gian ca nô đi từ bến A đến bến B và từ bến B đến vị trí C.

Tính tổng thời gian ca nô đi từ bến A đến bến B và từ bến B đến vị trí C nếu vận tốc của ca nô là 12km/h.

.....

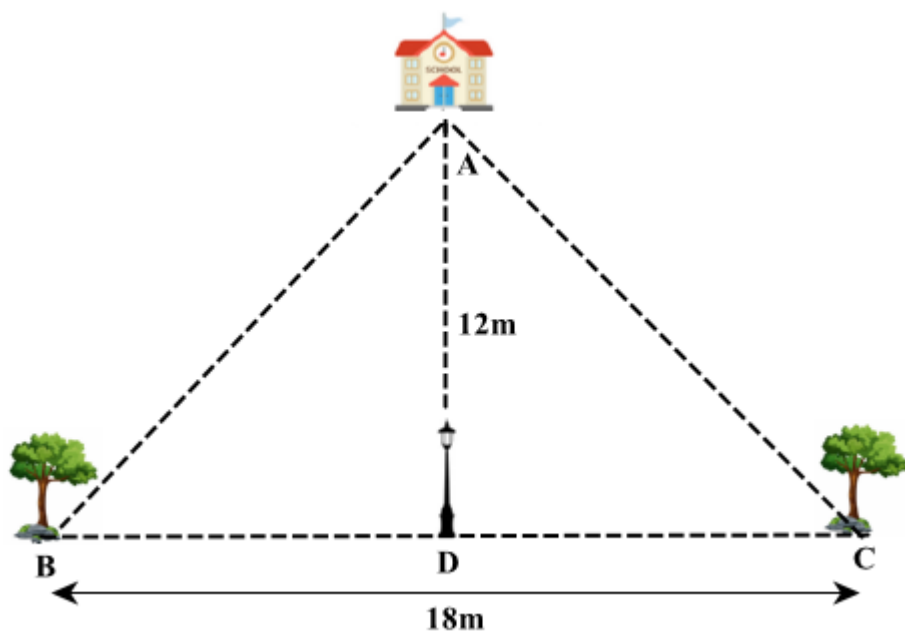
.....

.....

.....

.....

Bài 3. (1 điểm) Hai cây B và C được trồng dọc trên đường, cách nhau 18m và cách đều cột đèn D. Ngôi trường A cách cột đèn D 12m theo hướng vuông góc với đường (xem hình vẽ). Tính khoảng cách từ mỗi cây đến ngôi trường.



.....

.....

.....

.....

Bài 4. (3,5 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB < AC$). Kẻ đường cao AH (H thuộc BC).

- Chứng minh $\Delta ABH \sim \Delta CBA$, suy ra $AB^2 = BH.BC$.
- Vẽ $HE \perp AB$ tại E, $HF \perp AC$ tại F. Chứng minh $AB.AE = AC.AF$.
- Chứng minh $\Delta AEF \sim \Delta ACB$.

d) Qua A vẽ đường thẳng song song với BC cắt đường thẳng HF tại I. Vẽ $IN \perp BC$ tại N. Chứng minh $\Delta HFN \sim \Delta HCI$.

Bài 5. (0,5 điểm) Cho $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{a+b+c}$. Chứng minh rằng:

$$\frac{1}{a^{2023}} + \frac{1}{b^{2023}} + \frac{1}{c^{2023}} = \frac{1}{a^{2023} + b^{2023} + c^{2023}}.$$

----- Hết -----



Phần trắc nghiệm

Câu 1: B	Câu 2: A	Câu 3: D	Câu 4: A
Câu 5: C	Câu 6: D	Câu 7: B	Câu 8: A

Câu 1: Biểu thức nào sau đây **không phải** là phân thức đại số?

A. $\frac{5x-6}{3x}$ (với $x \neq 0$).

B. $\frac{1}{x+1}$ (với $x \neq 0; x \neq -1$).

C. $\frac{2x-3y}{xyz}$ (với $xyz \neq 0$).

D. $6x^2 - 5x + 7$.

Phương pháp

Phân thức đại số là biểu thức có dạng $\frac{A}{B}$, trong đó A, B là những đa thức và B khác đa thức 0.

Lời giải

Ta có:

$\frac{5x-6}{3x}$ (với $x \neq 0$) là phân thức đại số vì $5x-6$; $3x$ là đa thức, $3x$ khác 0.

$\frac{1}{x+1}$ (với $x \neq 0; x \neq -1$) không phải phân thức đại số vì $\frac{1}{2x}$ không phải là đa thức.

$\frac{2x-3y}{xyz}$ (với $xyz \neq 0$) là phân thức đại số vì $2x-3y$, xyz là đa thức và xyz khác 0.

$6x^2 - 5x + 7 = \frac{6x^2 - 5x + 7}{1}$ là phân thức đại số.

Đáp án B.

Câu 2: Điều kiện xác định của phân thức $\frac{3x-5}{2x+1}$ là:

A. $x \neq \frac{-1}{2}$.

B. $x \neq \frac{1}{2}$.

C. $x \neq 0$.

D. $x \neq \frac{5}{3}$.

Phương pháp

Đề phân thức xác định thì mẫu thức khác 0.

Lời giải

Phân thức $\frac{3x-5}{2x+1}$ xác định khi $2x+1 \neq 0$ hay $x \neq \frac{-1}{2}$.

Đáp án A.

Câu 3: Tính giá trị của phân thức $A(x) = \frac{3}{x-1}$ với $x \neq 1$ tại $x = 2$

A. $\frac{1}{3}$.

B. -3 .

C. $\frac{-1}{3}$.

D. 3 .

Phương pháp

Kiểm tra giá trị của x.

Thay giá trị của x vào phân thức để tính giá trị của A.

Lời giải

Ta có: $x = 2 \neq 1$ thỏa mãn điều kiện xác định của A.

Thay $x = 2$ vào A, ta được:

$$A(2) = \frac{3}{2-1} = 3.$$

Đáp án D.

Câu 4: Thực hiện phép tính sau: $\frac{2x-3}{7} + \frac{5x+3}{7}$, ta được kết quả là:

A. x .

B. $\frac{-3x}{7}$.

C. $\frac{x}{7}$.

D. $\frac{3x}{7}$.

Phương pháp

Để cộng hai phân thức cùng mẫu, ta cộng tử thức với nhau và giữ nguyên mẫu thức.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \frac{2x-3}{7} + \frac{5x+3}{7} = \frac{2x-3+5x+3}{7} = \frac{7x}{7} = x$$

Đáp án A.

Câu 5: Kết quả phép tính $\frac{8x}{15y^3} : \left(-\frac{4x^2}{3y^2}\right)$ là

A. $\frac{-1}{10xy}$.

B. $\frac{-2}{5xy^2}$.

C. $\frac{-2}{5xy}$.

D. $\frac{2}{5xy}$.

Phương pháp

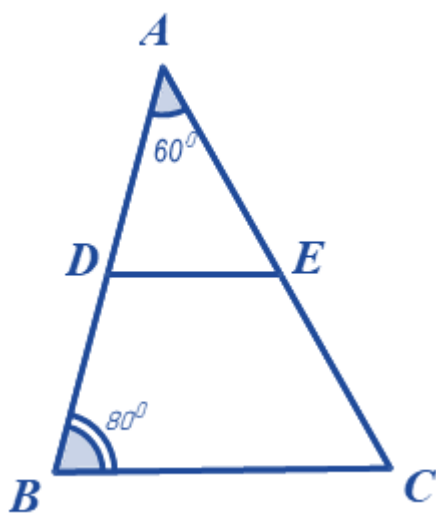
Sử dụng quy tắc chia hai phân thức.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \frac{8x}{15y^3} : \left(-\frac{4x^2}{3y^2} \right) = \frac{8x}{15y^3} \cdot \frac{-3y^2}{4x^2} = \frac{2.4.(-3)xy^2}{3.5.4x^2y^3} = \frac{-2}{5xy}.$$

Đáp án C.

Câu 6: Cho hình vẽ sau, biết $DE \parallel BC$, số đo $\angle AED$ là:



A. 80° .

B. 60° .

C. 50° .

D. 40° .

Phương pháp

Dựa vào định lý hai tam giác đồng dạng.

Định lý tổng ba góc trong một tam giác bằng 180° .

Lời giải

Ta có: $DE \parallel BC$ nên $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ (định lý hai tam giác đồng dạng)

$$\Rightarrow \angle D = \angle B = 80^\circ, \angle E = \angle C = 180^\circ - \angle A - \angle B = 180^\circ - 60^\circ - 80^\circ = 40^\circ$$

Đáp án D.

Câu 7: Đây là độ dài 3 cạnh của một tam giác vuông:

A. 4cm, 7cm, 6cm.

B. 6cm, 10cm, 8cm.

C. 20cm, 12cm, 25cm.

D. 6cm, 11cm, 9cm.

Phương pháp

Áp dụng định lý Pythagore đảo trong tam giác.

Lời giải

Ta có:

$4^2 + 6^2 = 52 \neq 49 = 7^2$ nên tam giác này không phải là tam giác vuông.

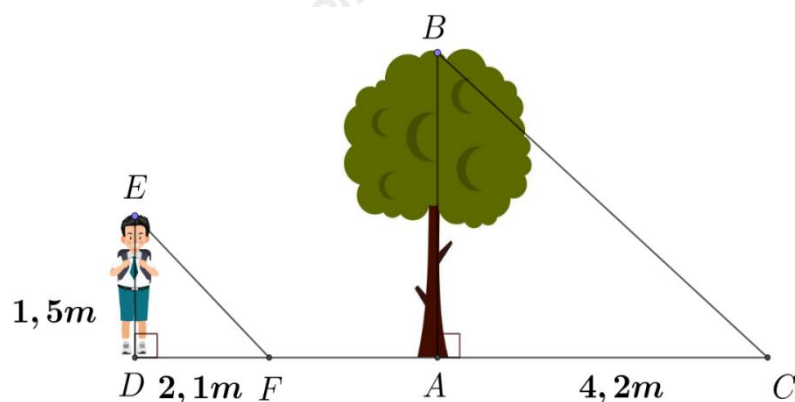
$6^2 + 8^2 = 100 = 10^2$ nên tam giác này là tam giác vuông.

$12^2 + 20^2 = 544 \neq 624 = 25^2$ nên tam giác này không phải là tam giác vuông.

$6^2 + 9^2 = 117 \neq 121 = 11^2$ nên tam giác này không phải là tam giác vuông.

Đáp án B.

Câu 8: Một người cao 1,5 mét có bóng trên mặt đất dài 2,1 mét. Cùng lúc ấy, một cái cây gần đó có bóng trên mặt đất dài 4,2 mét. Tính chiều cao của cây.



A. $AB = 3m$.

B. $AB = 0,75m$.

C. $AB = 2,4m$.

D. $AB = 2,25m$.

Phương pháp

Sử dụng các trường hợp đồng dạng của tam giác vuông.

Lời giải

Vì cùng thời điểm nên ta có $F = C$.

Xét $\triangle DEF$ và $\triangle ABC$ có:

$$D = A (= 90^\circ)$$

$$F = C$$

$$\Rightarrow \triangle DEF \sim \triangle ABC (g.g)$$

$$\Rightarrow \frac{DE}{AB} = \frac{DF}{AC}$$

$$\frac{1,5}{2,1} = \frac{AB}{4,2} \Rightarrow AB = 4,2 \cdot \frac{1,5}{2,1} = 3(m).$$

Đáp án A.

Phản tự luận.

Bài 1. (2 điểm) Cho $A = \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} \right) \cdot \frac{3x-3}{2}$ với $x \neq \pm 1$.

- Rút gọn biểu thức A.
- Tính giá trị của biểu thức A tại $x = 2$.
- Với giá trị nguyên nào của x thì A nhận giá trị nguyên.

Phương pháp

- Sử dụng các phép tính với phân thức để rút gọn A.
- Kiểm tra điều kiện của x . Thay $x = 2$ vào A để tính A.
- Để A nhận giá trị nguyên thì tử thức chia hết cho mẫu thức. Từ đó tìm giá trị của x .

Lời giải

a) Với $x \neq \pm 1$, ta có:

$$\begin{aligned} A &= \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} \right) \cdot \frac{3x-3}{2} \\ &= \frac{(x+1) - (x-1)}{(x-1)(x+1)} \cdot \frac{3(x-1)}{2} \\ &= \frac{x+1-x+1}{(x-1)(x+1)} \cdot \frac{3(x-1)}{2} \\ &= \frac{2}{(x-1)(x+1)} \cdot \frac{3(x-1)}{2} \\ &= \frac{3}{x+1} \end{aligned}$$

b) Ta có: $x = 2$ (tmđk) nên thay $x = 2$ vào biểu thức A, ta được:

$$A = \frac{3}{2+1} = \frac{3}{3} = 1.$$

Vậy $A = 1$ khi $x = 2$.

c) Để A nhận giá trị nguyên thì $3:(x+1)$ hay $x+1 \in U(3)$. $U(3) = \{\pm 1; \pm 3\}$. Ta có bảng giá trị sau:

$x + 1$	-3	-1	1	3
$A = \frac{3}{x+1}$	-1	-3	3	1
x	-4 (TM)	-2 (TM)	0 (TM)	2 (TM)

Vậy $x \in \{-4; -2; 0; 2\}$ thì biểu thức A nhận giá trị nguyên.

Bài 2. (1 điểm) Một ca nô xuôi dòng từ bến A đến bến B dài 45 km. Khi ngược dòng từ bến B về bến A, ca nô gặp một ca nô khác tại vị trí C cách bến A 27 km. Biết vận tốc dòng nước là 3km/h. Gọi x (km/h) là tốc độ của ca nô ($x > 3$).

- Viết phân thức biểu thị theo x thời gian ca nô đi từ bến A đến bến B.
- Viết phân thức biểu thị theo x thời gian ca nô đi từ bến B đến vị trí C.
- Viết phân thức biểu thị theo x tổng thời gian ca nô đi từ bến A đến bến B và từ bến B đến vị trí C.

Tính tổng thời gian ca nô đi từ bến A đến bến B và từ bến B đến vị trí C nếu vận tốc của ca nô là 12km/h.

Phương pháp

a,b Thời gian ca nô đi = quãng đường : vận tốc.

Vận tốc xuôi dòng = vận tốc thực + vận tốc dòng nước.

Vận tốc ngược dòng = vận tốc thực – vận tốc dòng nước.

c) Thời gian ca nô đi từ bến A đến bến B và từ bến B đến vị trí C = tổng thời gian đi hai đoạn đó.

Kiểm tra điều kiện của x, thỏa mãn thì thay vận tốc bằng 12 vào phân thức.

Lời giải

a) Vì vận tốc của ca nô là x nên vận tốc xuôi dòng của ca nô là x + 3 (km/h)

Vận tốc ngược dòng của ca nô là x - 3 (km/h)

Vì ca nô xuôi dòng từ bến A đến bến B nên phân thức biểu thị theo x thời gian ca nô đi từ bến A đến bến B

là: $\frac{45}{x+3}$.

b) Vì ca nô ngược dòng từ bến B đến vị trí A nên phân thức biểu thị theo x thời gian ca nô đi từ bến B đến vị

trí A là: $\frac{45-27}{x-3} = \frac{18}{x-3}$.

c) Phân thức biểu thị theo x tổng thời gian ca nô đi từ bến A đến bến B và từ bến B đến vị trí C là:

$\frac{45}{x+3} + \frac{18}{x-3}$.

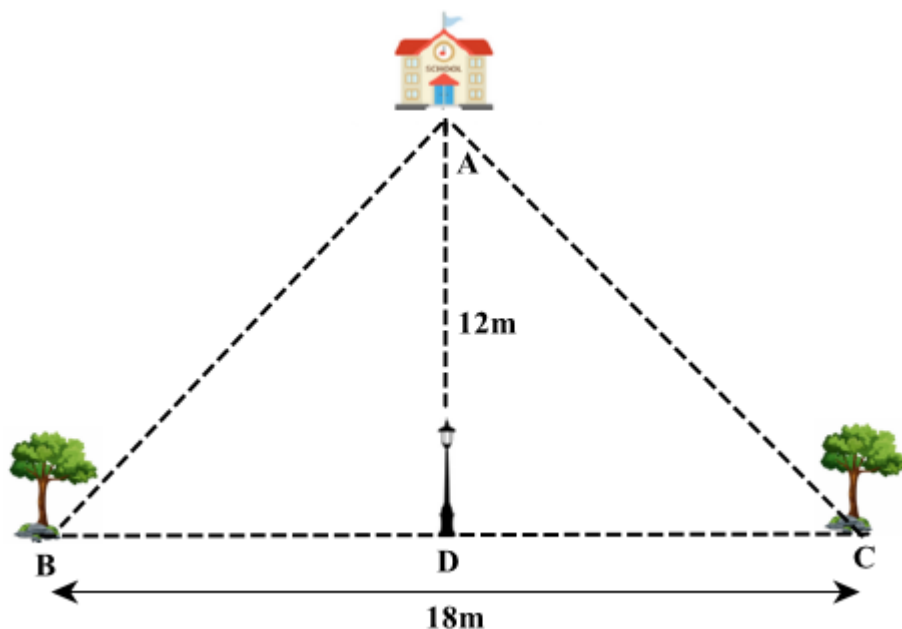
Vì x > 3 nên x = 12 thỏa mãn điều kiện.

Nếu vận tốc của ca nô là 12km/h thì thời gian ca nô đi từ bến A đến bến B và từ bến B đến vị trí C là:

$$\frac{45}{12+3} + \frac{18}{12-3} = 5(h)$$

Vậy nếu vận tốc của ca nô là 12km/h thì thời gian ca nô đi từ bến A đến bến B và từ bến B đến vị trí C là 5h.

Bài 3. (1 điểm) Hai cây B và C được trồng dọc trên đường, cách nhau 18m và cách đều cột đèn D. Ngôi trường A cách cột đèn D 12m theo hướng vuông góc với đường (xem hình vẽ). Tính khoảng cách từ mỗi cây đến ngôi trường.



Phương pháp

Chứng minh $\Delta ABD = \Delta ACD$ suy ra $AB = AC$.

Áp dụng định lí Pythagore để tính khoảng cách.

Lời giải

Vì hai cây B và C được trồng cách đều cột đèn D nên $BD = CD = \frac{1}{2} BC = \frac{1}{2} \cdot 18 = 9(m)$

Vì ngôi trường A cách cột đèn D 12m theo hướng vuông góc nên $\angle ADC = 90^\circ$.

Xét $\triangle ABD$ và $\triangle ACD$ có:

AD chung

$$\angle ADB = \angle ADC = (90^\circ)$$

$$BD = DC \text{ (cmt)}$$

$\Rightarrow \triangle ABD = \triangle ACD$ (hai cạnh góc vuông)

$$\Rightarrow AB = AC$$

Áp dụng định lí Pythagore vào tam giác vuông ADC, ta có:

$$AC^2 = AD^2 + DC^2 = 12^2 + 9^2 = 225$$

$$\Rightarrow AC = \sqrt{225} = 15 \text{ (m)}$$

Vậy khoảng cách từ mỗi cây đến ngôi trường là 15m.

Bài 4. (3,5 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB < AC$). Kẻ đường cao AH (H thuộc BC).

a) Chứng minh $\triangle ABH \sim \triangle CBA$, suy ra $AB^2 = BH \cdot BC$.

b) Vẽ $HE \perp AB$ tại E, $HF \perp AC$ tại F. Chứng minh $AB \cdot AE = AC \cdot AF$.

c) Chứng minh $\triangle AEF \sim \triangle ACB$.

d) Qua A vẽ đường thẳng song song với BC cắt đường thẳng HF tại I. Vẽ $IN \perp BC$ tại N. Chứng minh $\triangle HFN \sim \triangle HCI$.

Phương pháp

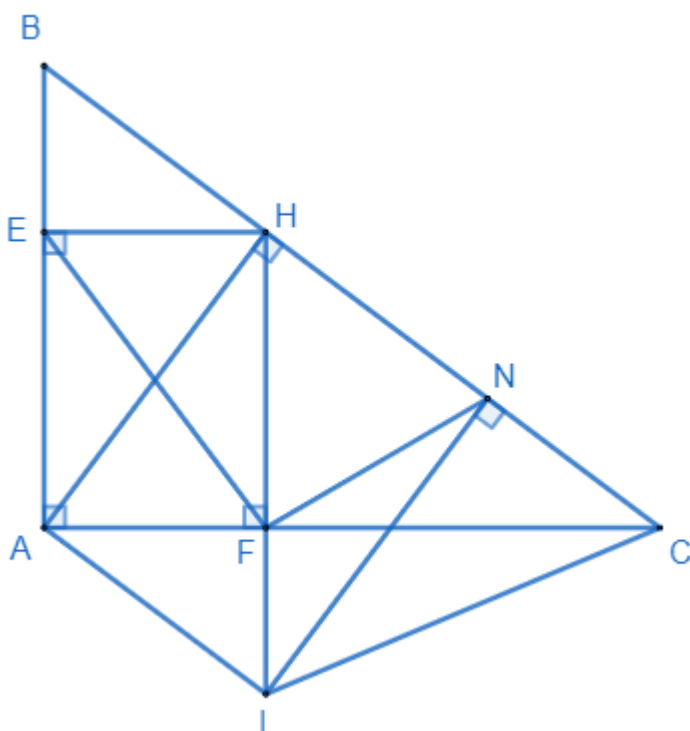
a) $\triangle ABH \sim \triangle CBA$ (g.g) suy ra tỉ số các cạnh tương ứng của hai tam giác.

b) Chứng minh $AB \cdot AE = AC \cdot AF = AH^2$ thông qua chứng minh $\triangle AHE \sim \triangle ABH$, $\triangle AHF \sim \triangle ACH$.

c) Dựa vào b ta có tỉ số bằng nhau. Chứng minh $\triangle AEF \sim \triangle ACB$ (c.g.c)

d) Chứng minh $\triangle HNI \sim \triangle HFC \Rightarrow \frac{HN}{HI} = \frac{HF}{HC}$ suy ra $\triangle HFN \sim \triangle HCI$.

Lời giải



a) Xét $\triangle ABH$ và $\triangle CBA$ có:

B chung

$$H = A = (90^\circ)$$

$\Rightarrow \Delta ABH \sim \Delta CBA$ (g.g) (đpcm)

$$\Rightarrow \frac{AB}{BH} = \frac{BC}{AB} \Rightarrow AB^2 = BH \cdot BC \text{ (đpcm)}$$

b) Xét ΔAHE và ΔABH có:

A chung

$$E = H (= 90^\circ)$$

$\Rightarrow \Delta AHE \sim \Delta ABH$ (g.g)

$$\Rightarrow \frac{AE}{AH} = \frac{AH}{AB} \Rightarrow AE \cdot AB = AH^2 \text{ (1)}$$

Xét ΔAHF và ΔACH có:

A chung

$$F = H (= 90^\circ)$$

$\Delta AHF \sim \Delta ACH$ (g.g)

$$\Rightarrow \frac{AF}{AH} = \frac{AH}{AC} \Rightarrow AF \cdot AC = AH^2 \text{ (2)}$$

Từ (1) và (2) suy ra $AE \cdot AB = AF \cdot AC$ (đpcm)

c) Theo ý b, ta có $AE \cdot AB = AF \cdot AC \Rightarrow \frac{AE}{AF} = \frac{AC}{AB}$.

Xét ΔAEF và ΔACB có:

A chung

$$\frac{AE}{AF} = \frac{AC}{AB} \text{ (cmt)}$$

$\Rightarrow \Delta AEF \sim \Delta ACB$ (c.g.c) (đpcm)

d) Xét ΔHNI và ΔHFC có:

H chung

$$N = F (= 90^\circ)$$

$\Rightarrow \Delta HNI \sim \Delta HFC$ (g.g)

$$\Rightarrow \frac{HN}{HI} = \frac{HF}{HC}$$

Xét ΔHFN và ΔHCI có:

H chung

$$\frac{HN}{HI} = \frac{HF}{HC} \text{ (cmt)}$$

$\Rightarrow \Delta HFN \sim \Delta HCI$ (c.g.c) (đpcm)

Bài 5. (0,5 điểm) Cho $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{a+b+c}$. Chứng minh rằng:

$$\frac{1}{a^{2023}} + \frac{1}{b^{2023}} + \frac{1}{c^{2023}} = \frac{1}{a^{2023} + b^{2023} + c^{2023}}.$$

Phương pháp

Từ $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{a+b+c}$, sử dụng quy tắc tính với phân thức, đa thức để rút gọn tìm ra a, b, c.

Lời giải

Theo đề bài ta có:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{a+b+c}$$

$$\frac{bc+ac+ab}{abc} = \frac{1}{a+b+c}$$

$$(bc+ac+ab)(a+b+c) = abc$$

$$bc(a+b) + bc^2 + ac(a+b) + ac^2 + ab(a+b) + abc - abc = 0$$

$$bc(a+b) + ac(a+b) + ab(a+b) + (bc^2 + ac^2) = 0$$

$$bc(a+b) + ac(a+b) + ab(a+b) + c^2(a+b) = 0$$

$$(bc+ac+ab+c^2)(a+b) = 0$$

$$[(bc+ab) + (ac+c^2)](a+b) = 0$$

$$[b(a+c) + c(a+c)](a+b) = 0$$

$$(b+c)(a+c)(a+b) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b+c=0 \\ a+c=0 \\ a+b=0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b=-c \\ a=-c \\ a=-b \end{cases}$$

Trường hợp 1. Với $b = -c$, ta có:

$$VT = \frac{1}{a^{2023}} + \frac{1}{b^{2023}} + \frac{1}{c^{2023}}$$

$$= \frac{1}{a^{2023}} + \frac{1}{(-c)^{2023}} + \frac{1}{c^{2023}}$$

$$= \frac{1}{a^{2023}} - \frac{1}{c^{2023}} + \frac{1}{c^{2023}}$$

$$= \frac{1}{a^{2023}}$$

$$VP = \frac{1}{a^{2023} + b^{2023} + c^{2023}}$$

$$= \frac{1}{a^{2023} + (-c)^{2023} + c^{2023}}$$

$$= \frac{1}{a^{2023} - c^{2023} + c^{2023}}$$

$$= \frac{1}{a^{2023}}$$

$$\Rightarrow VT = VP \text{ hay } \frac{1}{a^{2023}} + \frac{1}{b^{2023}} + \frac{1}{c^{2023}} = \frac{1}{a^{2023} + b^{2023} + c^{2023}}$$

Học sinh tự chứng minh tương tự cho trường hợp $a = -c$ và $a = -b$.