ĐỀ THI GIỮA HỌC KÌ II – Đề số 4

Môn: Toán - Lớp 8

Bộ sách Kết nối tri thức

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT
THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Phần trắc nghiệm

Câu 1: C	Câu 2: D	Câu 3: D	Câu 4: A
Câu 5: D	Câu 6: B	Câu 7: C	Câu 8: C

Câu 1: Phân thức bằng với phân thức $\frac{x}{x-1}$ là:

A. $\frac{x+y}{x-1+y}$.

B. $\frac{x+1}{x}$.

C. $\frac{2x}{2x-2}$.

D. $\frac{x^2}{(x-1)^2}$.

Phương pháp
Sử dụng tính chất của phân thức.
Lời giải
Ta có: $\frac{x}{x-1}=\frac{2x}{2(x-1)}=\frac{2x}{2x-2}$ nên phân thức $\frac{2x}{2x-2}=\frac{x}{x-1}$.
Đáp án C.

Câu 2: Phân thức nghịch đảo của phân thức $\frac{x-y}{x+y}$ là:

A. $\frac{x}{x+y}$.

B. $\frac{y}{x+y}$.

C. $\frac{y-x}{x+y}$.

D. $\frac{x+y}{x-y}$.

Phương pháp

Phân thức nghịch đạo của phân thức $\frac{A}{B}$ là $\frac{B}{A}$.

Lời giải

Phân thức nghịch đảo của phân thức $\frac{x-y}{x+y}$ là $\frac{x+y}{x-y}$.

Đáp án D.

Câu 3: Giá trị của phân thức $\frac{x^2+4x+4}{x^2+2x}$ khi $x=-2$ là:

A. 0.

B. -1.

C. 4.

D. Không xác định.

Phương pháp
Kiểm tra điều kiện của phân thức, nếu thỏa mãn thì thay x = -2 vào phân thức để tính giá trị.
Lời giải

Để phân thức $\frac{x^2+4x+4}{x^2+2x}$ xác định thì $x^2+2x\ne 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x\ne 0 \\ x\ne -2 \end{array}\right.$

Vì $x=-2$ không thỏa mãn điều kiện của phân thức nên tại $x=-2$ phân thức không xác định.
Đáp án D.

Câu 4: Kết quả phép tính $\frac{x+1}{x-1}-\frac{x-4}{x-1}$ là

A. $\frac{5}{x-1}$.

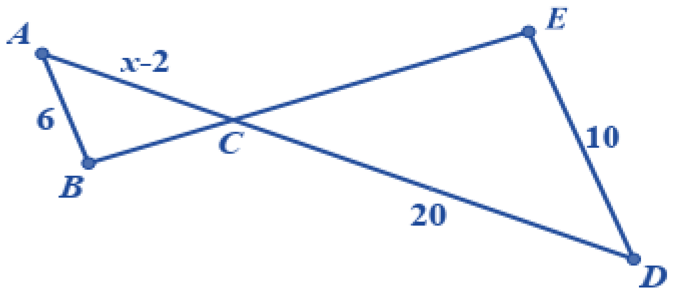
B. $\frac{5(x-1)}{(x-1)^2}$.

C. $\frac{-3}{x-1}$.

D. $\frac{2x-3}{x-1}$.

Phương pháp
Sử dụng quy tắc trừ hai phân thức cùng mẫu.
Lời giải

Ta có: $\frac{x+1}{x-1}-\frac{x-4}{x-1}=\frac{x+1-(x-4)}{x-1}=\frac{x+1-x+4}{x-1}=\frac{5}{x-1}$.
Đáp án A.
Câu 5: Cho hình vẽ dưới đây, biết AB // DE. Giá trị của x là:



A. 8.

B. 10.

C. 12.

D. 14.

Phương pháp

Dựa vào định lí hai tam giác đồng dạng.

Lời giải

Ta có: AB // DE nên $\Delta ABC \backsim \Delta DEC$ (định lí hai tam giác đồng dạng)

$\Rightarrow \frac{AC}{CD} = \frac{AB}{DE}$

$\frac{x-2}{20} = \frac{6}{10}$.

$\Rightarrow x - 2 = 20.\frac{6}{10} = 12$

$\Rightarrow x = 12 + 2 = 14$

Đáp án D.

Câu 6: Cho tam giác ABC vuông tại A. Gọi M là trung điểm của AB, N là trung điểm của BC. Biết AB = 3cm, BC = 5cm. Khi đó MN bằng:

A. 1,5cm.

B. 2cm.

C. 2,5cm.

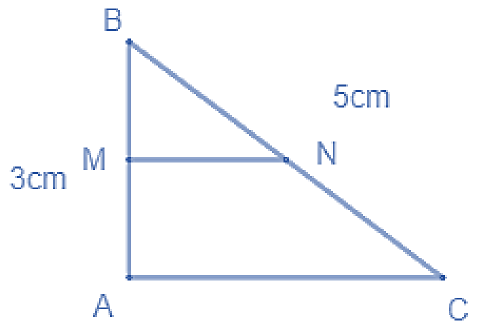
D. 4cm.

Phương pháp

Áp dụng định lí Pythagore để tính AC.

Áp dụng tính chất đường trung bình trong tam giác để tính MN.

Lời giải



Áp dụng định lí Pythagore vào tam giác vuông ABC, ta có:

$AC^2 = BC^2 - AB^2 = 5^2 - 3^2 = 16 = 4^2$

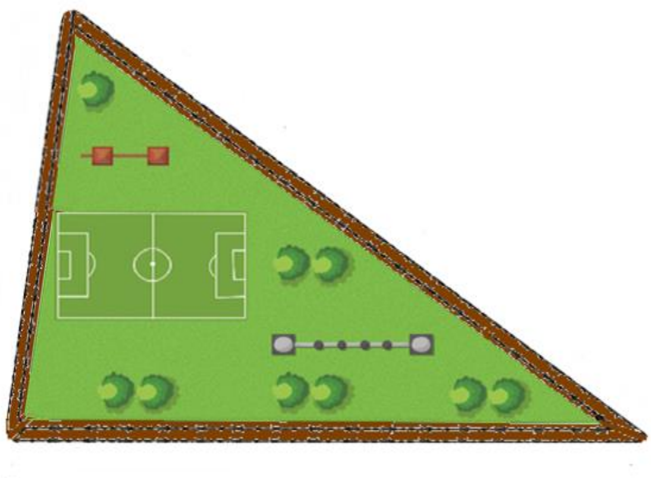
$\Rightarrow AC = 4(cm)$

Vì M là trung điểm của AB, N là trung điểm của BC nên MN là đường trung bình của tam giác ABC

$\Rightarrow MN = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}.4 = 2(cm)$

Đáp án B.

Câu 7: Một sân chơi có hình tam giác như hình dưới. Kích thước ba cạnh của sân lần lượt là 300m, 350m và 550m. Phía ngoài sân chơi có một con đường tạo thành một tam giác đồng dạng với sân chơi. Biết cạnh ngắn nhất của con đường là 450m. Tổng chiều dài của con đường đó là:



A. 1200m.

B. 1500m.

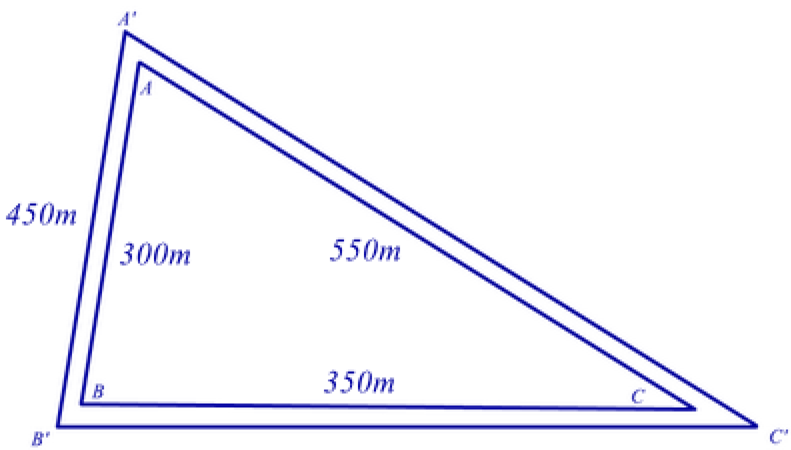
C. 1800m.

D. 2100m.

Phương pháp

Sử dụng tính chất của tam giác đồng dạng để tìm được tỉ số các cạnh của con đường. Tính tổng 3 cạnh để có chiều dài của con đường đó.

Lời giải



Theo đề bài ta có: $\Delta ABC \backsim \Delta A'B'C'$. Do đó:

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{300}{450} = \frac{2}{3}$$

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có:

$$\frac{AB}{A'B'}=\frac{AC}{A'C'}=\frac{BC}{B'C'}=\frac{AB+AC+BC}{A'B'+A'C'+B'C'}$$

$$=\frac{300+350+550}{A'B'+A'C'+B'C'}=\frac{1200}{A'B'+A'C'+B'C'}=\frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow A'B'+A'C'+B'C'=1200:\frac{2}{3}=1800$$

Vậy chiều dài của con đường là 1800m.

Đáp án C.

Câu 8: Cho $\Delta ABC \backsim \Delta MNP$ theo tỉ số đồng dạng 3. Gọi H, K lần lượt là trung điểm của AC, MP. Tỉ số $\frac{BH}{NK}$ bằng

A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{1}{9}$.

C. 3.

D. 9.

Phương pháp

Sử dụng kiến thức về tỉ số hai đường trung tuyến trong hai tam giác đồng dạng.

Lời giải

Vì H, K lần lượt là trung điểm của AC, MP nên BH và NK là hai đường trung tuyến của ΔABC và ΔMNP.

Do B và N là hai đỉnh tương ứng trong hai tam giác đồng dạng nên BH và NK cũng là hai đường trung tuyến tương ứng $\Rightarrow \frac{BH}{NK}=3$.

Đáp án C.

Phần tự luận.

Bài 1. (1 điểm) Thực hiện phép tính:

a) $\frac{1}{x+1}+\frac{2}{1-x}+\frac{5x-1}{x^2-1}$

b) $\frac{2x+6}{x^3-8}:\frac{(x+3)^3}{2x-4}$

Phương pháp

Sử dụng các quy tắc tính với phân thức để thực hiện phép tính.

Lời giải

a) $\frac{1}{x+1}+\frac{2}{1-x}+\frac{5x-1}{x^2-1}$ (ĐK: $x \ne \pm 1$)

$$=\frac{1}{x+1}-\frac{2}{x-1}+\frac{5x-1}{(x+1)(x-1)}$$

$$= \frac{x-1}{(x+1)(x-1)} - \frac{2(x+1)}{(x+1)(x-1)} + \frac{5x-1}{(x+1)(x-1)}$$

$$= \frac{x-1-2(x+1)+5x-1}{(x+1)(x-1)}$$

$$= \frac{x-1-2x-2+5x-1}{(x+1)(x-1)}$$

$$= \frac{4x-4}{(x+1)(x-1)}$$

$$= \frac{4(x-1)}{(x+1)(x-1)}$$

$$= \frac{4}{x+1}$$

b) $\frac{2x+6}{x^3-8} : \frac{(x+3)^3}{2x-4}$ (ĐK: $x \neq 2$)

$$= \frac{2(x+3)}{(x-2)(x^2+2x+4)} : \frac{(x+3)^3}{2(x-2)}$$

$$= \frac{2(x+3)}{(x-2)(x^2+2x+4)} \cdot \frac{2(x-2)}{(x+3)^3}$$

$$= \frac{4}{(x^2+2x+4)(x+3)^2}$$

Bài 2. (2,5 điểm) Cho hai biểu thức $P = \frac{x^2-2}{x^2+2x} + \frac{1}{x+2}$, $Q = \frac{x+1}{x}$ (với $x \neq 0$; $x \neq -2$; $x \neq -1$)

a) Tính giá trị của Q khi $x = -3$.

b) Rút gọn P.

c) Tìm x để $P : Q = \frac{5}{2}$.

d) Tìm x nguyên để P có giá trị nguyên.

Phương pháp

a) Kiểm tra xem x = -3 có thỏa mãn điều kiện không. Nếu có thì thay x = -3 vào để tính Q.

b) Sử dụng các quy tắc tính với phân thức để rút gọn P.

c) Rút gọn $P : Q$. Thay $P : Q = \frac{5}{2}$ để tìm x.

d) Để P nguyên thì tử thức phải chia hết cho mẫu thức.

Lời giải

a) Ta có x = -3 thỏa mãn điều kiện của biểu thức Q nên thay x = -3 vào Q, ta được:

$$Q = \frac{-3-1}{-3} = \frac{4}{3}.$$

Vậy $Q = \frac{4}{3}$ khi $x = -3$.

b) Ta có: $P=\frac{x^2-2}{x^2+2x}+\frac{1}{x+2}$

$P=\frac{x^2-2}{x(x+2)}+\frac{x}{x(x+2)}$

$P=\frac{x^2-2+x}{x(x+2)}$

$P=\frac{(x-1)(x+2)}{x(x+2)}$

$P=\frac{x-1}{x}$

Vậy $P=\frac{x-1}{x}$.

c) Ta có: $P:Q=\frac{x-1}{x}:\frac{x+1}{x}=\frac{x-1}{x}.\frac{x}{x+1}=\frac{x-1}{x+1}$.

$\frac{x-1}{x+1}=\frac{5}{2}$
$\Rightarrow 2(x-1)=5(x+1)$
$2x-2=5x+5$
$3x=-7$
$x=-\frac{7}{3}$(TM)

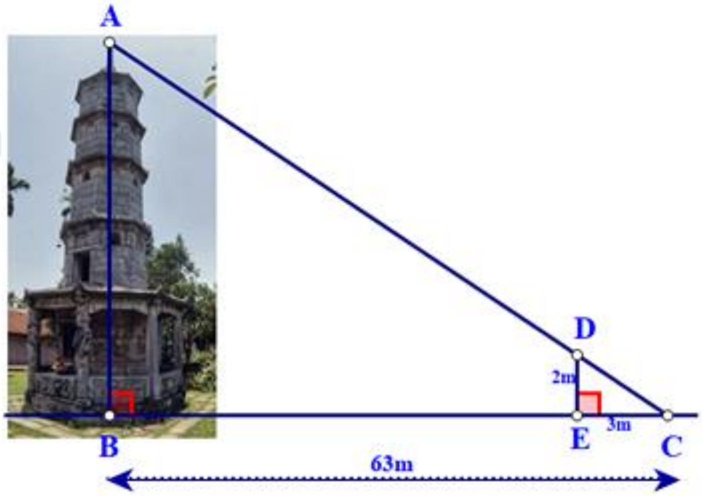
Vậy $x=-\frac{7}{3}$ khi $P:Q=\frac{5}{2}$.

d) Ta có: $P=\frac{x-1}{x}=1-\frac{1}{x}$. Để P nguyên thì $\frac{1}{x}$ nguyên $\Rightarrow 1\,\vdots\, x$ hay $x\in U(1)=\{-1;1\}$.

Mà $x\neq -1$ nên chỉ có $x=1$ thỏa mãn.

Vậy $x=1$ thì P nguyên.

Bài 3. (1 điểm) Bóng của một tháp trên mặt đất có độ dài BC = 63m. Cùng thời điểm đó, một cây cột DE cao 2 mét cắm vuông góc với mặt đất có bóng dài 3 mét. Tính chiều cao của tháp?



Phương pháp
Áp dụng Định lí hai tam giác đồng dạng để chứng minh $\Delta ABC \backsim \Delta DEC$.
Từ đó suy ra tỉ số các cặp cạnh tương ứng để tính chiều cao của tháp.
Lời giải
Vì tháp và cây cột đều vuông góc với mặt đất nên ta có $B = E = 90^0$
$\Rightarrow AB // DE$
$\Rightarrow \Delta ABC \backsim \Delta DEC$ (Định lí hai tam giác đồng dạng)
$\Rightarrow \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{CE}$
$\frac{AB}{2} = \frac{63}{3} = 21$
$\Rightarrow AB = 21.2 = 42(m)$
Vậy chiều cao của tháp là 42m.
Bài 4. (3 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A (AB > AC), đường cao AH. Từ B kẻ tia $Bx \perp AB$, tia Bx cắt AH tại K.

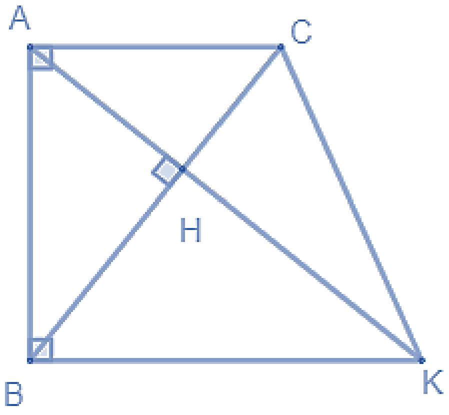
a) Tứ giác ABKC là hình gì? Tại sao?

b) Chứng minh $\Delta ABK \backsim \Delta CHA$. Từ đó suy ra $AB.AC = AK.CH$.

c) Chứng minh $AH^2 = HB.HC$.

d) Giả sử $BH = 9cm, HC = 16cm$. Tính AB, AH.

Phương pháp
a) Chứng minh tứ giác ABKC có hai cạnh đối song song nên là hình thang và có một góc vuông nên là hình thang vuông.
b) Chứng minh $\Delta ABK \backsim \Delta CHA(g.g)$ suy ra tỉ số giữa các cạnh trong hai tam giác để chứng minh $AB.AC = AK.CH$.
c) Chứng minh $\Delta AHB \backsim \Delta CHA(g.g)$ để chứng minh $AH^2 = HB.HC$.
d) Áp dụng $AH^2 = HB.HC$ để tính AH, định lí Pythagore để tính AB.
Lời giải



a) Ta có: $AC \perp AB(gt), BK \perp AB(gt) \Rightarrow AC//BK$ nên tứ giác ABKC là hình thang.

Mà $A = B = 90^0$ nên ABKC là hình thang vuông.

b) Vì AC // BK nên $CAH = AKB$ (hai góc so le trong)

Xét ΔABK và ΔCHA có:

$B = H\left(=90^0\right)$

$CAH = AKB$ (cmt)

$\Rightarrow \Delta ABK \backsim \Delta CHA(g.g)$ (đpcm)

$\Rightarrow \dfrac{AB}{AK} = \dfrac{CH}{CA} \Rightarrow AB.CA = AK.CH$ (đpcm)

c) Ta có:

$$\left.\begin{array}{l} HAC + ACH = 90^0 \\ ABC + ACH = 90^0 \end{array}\right\} \Rightarrow HAC = ABC$$

Xét ΔAHB và ΔCHA có:

$AHB = CHA\left(=90^0\right)$

$HAC = ABC$

$\Rightarrow \Delta AHB \backsim \Delta CHA(g.g)$

$\Rightarrow \dfrac{AH}{BH} = \dfrac{CH}{AH} \Rightarrow AH^2 = BH.CH$ (đpcm)

d) Ta có: $AH^2 = BH.CH = 9.16 = 144 = 12^2$

$\Rightarrow AH = 12(cm)$

Áp dụng định lí Pythagore vào tam giác vuông AHB, ta có:

$AB^2 = AH^2 + HB^2 = 12^2 + 9^2 = 225$

$\Rightarrow AB = 15(cm)$

Vậy AH = 12cm, AB = 15cm.

Bài 5. (0,5 điểm) Chứng minh rằng:

Nếu $x = by + cz$; $y = ax + cz$; $z = ax + by$ và $x + y + z \ne 0$ thì $\frac{1}{1+a} + \frac{1}{1+b} + \frac{1}{1+c} = 2$.

Phương pháp

Nhân cả tử và mẫu của phân thức $\frac{1}{1+a}$ với x; $\frac{1}{1+b}$ với y; $\frac{1}{1+c}$ với z sau đó thay $x = by + cz$; $y = ax + cz$; $z = ax + by$ để biến đổi vế trái thành vế phải.

Lời giải

Ta có: $VT = \frac{1}{1+a} + \frac{1}{1+b} + \frac{1}{1+c}$

$= \frac{x}{x(1+a)} + \frac{y}{y(1+b)} + \frac{z}{z(1+c)}$

$= \frac{x}{x+ax} + \frac{y}{y+by} + \frac{z}{z+cz}$

$= \frac{by+cz}{by+cz+ax} + \frac{ax+cz}{ax+cz+by} + \frac{ax+by}{ax+by+cz}$

$= \frac{by+cz+ax+cz+ax+by}{ax+by+cz}$

$= \frac{2ax+2by+2cz}{ax+by+cz}$

$= \frac{2(ax+by+cz)}{ax+by+cz}$

$= 2 = VP$

Vậy $\frac{1}{1+a} + \frac{1}{1+b} + \frac{1}{1+c} = 2$ (đpcm).