

ĐỀ THI GIỮA HỌC KÌ II – Đề số 3

Môn: Toán - Lớp 8

Bộ sách Cánh diều

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM



Mục tiêu

- Ôn tập các kiến thức Một số yếu tố thống kê và xác suất, Định lí Thalès, đường trung bình và đường phân giác của chương trình sách giáo khoa Toán 8 – Cánh diều.
- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm và tự luận Toán học.
- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dần trải các kiến thức về Một số yếu tố thống kê và xác suất, Định lí Thalès, đường trung bình và đường phân giác – chương trình Toán 8.

Phần trắc nghiệm (3 điểm)

Câu 1: Cho bảng thống kê tỉ lệ các loại mẫu vật trong bảo tàng sinh vật của môi trường đại học về những lớp động vật có xương sống: Cá, Lưỡng cư, Bò sát, Chim, Động vật có vú.

Lớp động vật	Tỉ lệ mẫu vật (%)
Cá	15%
Lưỡng cư	10%
Bò sát	20%
Chim	25%
Động vật có vú	30%
Tổng	101%

Giá trị chưa hợp lí trong bảng dữ liệu là:

- Dữ liệu về tên các lớp động vật.
- Dữ liệu tỉ lệ mẫu vật.
- A & B đều đúng.
- A & B đều sai.

Câu 2: Trong cuộc khảo sát tìm hiểu về cách học của học sinh khối 8 được kết quả như sau:

Có 50% học sinh học qua đọc, viết.

Có 35% học sinh học qua nghe

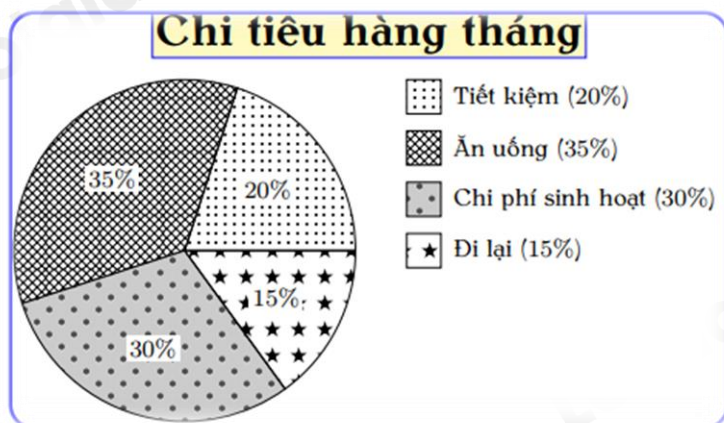
Có 10% học qua vận động

Có 5% học sinh học qua quan sát.

Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Kết quả thu thập trên là dữ liệu định tính
- B. Kết quả thu thập trên là dữ liệu định lượng
- C. Kết quả trên dữ liệu phần trăm là dữ liệu định tính
- D. Kết quả trên gồm cả dữ liệu định tính và dữ liệu định lượng.

Câu 3: Biểu đồ hình quạt tròn biểu diễn kết quả thống kê (tính theo tỉ số phần trăm kế hoạch chi tiêu hàng tháng của gia đình bác An. Số tiền chi tiêu hàng tháng của gia đình bác An dành cho ăn uống gấp bao nhiêu lần số tiền dành cho tiết kiệm?



- A. 1,25.
- B. 2,5.
- C. 1,5.
- D. 1,75.

Câu 4: Một túi đựng các quả cầu giống hệt nhau, chỉ khác màu, trong đó có 26 quả màu đỏ, 62 quả màu tím, 8 quả màu vàng, 9 quả màu trắng. Lấy ngẫu nhiên 1 quả trong túi. Xác suất để lấy được quả cầu màu tím là:

- A. $\frac{62}{105}$.
- B. $\frac{3}{35}$.
- C. $\frac{26}{105}$.
- D. $\frac{8}{105}$.

Câu 5: Gieo một con xúc xắc cân đối và đồng chất. Xác suất của biến cố “Gieo được mặt có số chấm chẵn” là

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{1}{6}$.

D. 1.

Câu 6: Tỷ lệ học sinh bị cận thị ở một trường trung học cơ sở là 18%. Gặp ngẫu nhiên một học sinh ở trường, xác suất học sinh đó bị cận thị là:

A. 0,18.

B. 0,82.

C. 0,92.

D. 0,5.

Câu 7: M, N là trung điểm các cạnh AB, AC của tam giác ABC. Khi MN = 8cm thì:

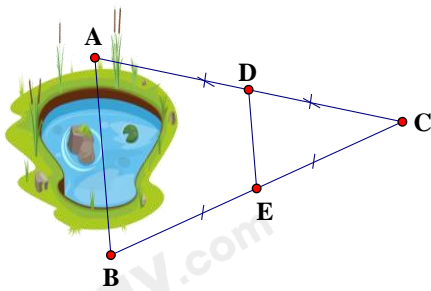
A. AB = 16cm

B. AC = 16cm

C. BC = 16cm

D. BC = AB = AC = 16cm

Câu 8: Hai điểm A và B ở hai bờ của một hồ nước (hình vẽ) có độ dài đoạn thẳng DE bằng 100 mét. Hãy xác định khoảng cách AB.



A. 200m.

B. 100m.

C. 150m.

D. 50m.

Câu 9: Cho tam giác ABC cân tại A. Trên các cạnh bên AB, AC lấy các điểm M, N sao cho BM = CN. Tứ giác BMNC là hình gì?

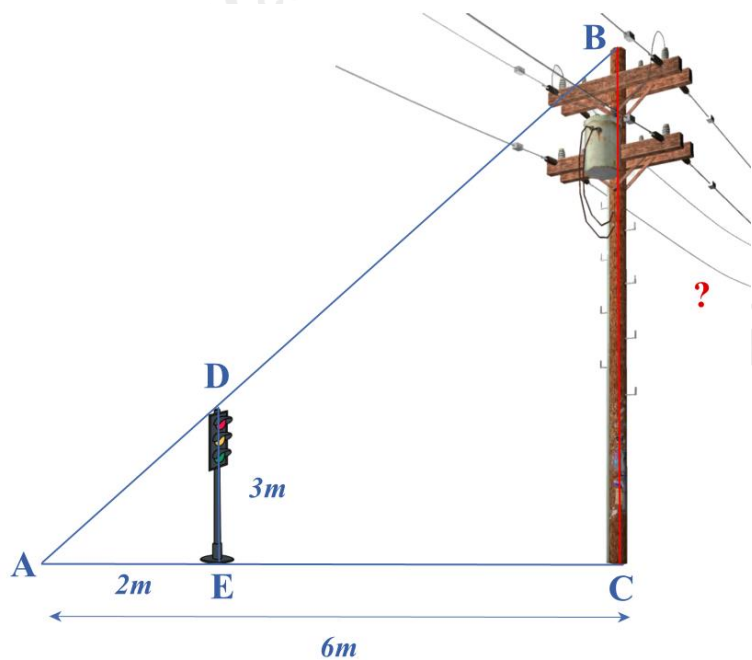
A. Hình thang.

B. Hình thang cân.

C. Hình thang vuông.

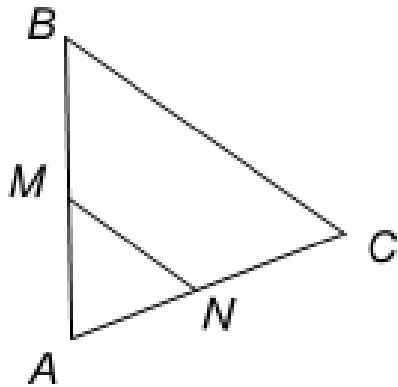
D. Cả A, B, C đều sai.

Câu 10: Bóng của một cột điện trên mặt đất dài 6m. Cùng lúc đó, một cột đèn giao thông cao 3m có bóng dài 2m. Tính chiều cao của cột điện.



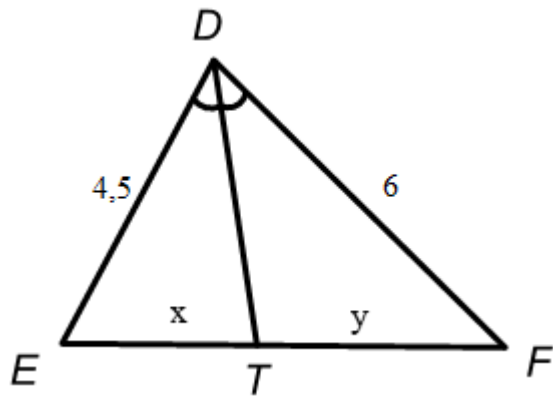
- A. $BC = 4m$.
- B. $BC = 6m$.
- C. $BC = 9m$.
- D. $BC = 12m$.

Câu 11: Cho hình vẽ, biết $MN \parallel BC$. Khẳng định nào dưới đây là sai?



- A. $\frac{MA}{MB} = \frac{NA}{NC}$.
- B. $\frac{BA}{BM} = \frac{CA}{CN}$.
- C. $\frac{BM}{BA} = \frac{CN}{NA}$.
- D. $\frac{AM}{AN} = \frac{AB}{AC}$.

Câu 12: Cho hình vẽ sau, biết DT là tia phân giác của EDF. Tỉ số $\frac{x}{y}$ bằng:



- A. $\frac{4}{3}$.
- B. $\frac{3}{4}$.
- C. $\frac{2}{3}$.
- D. $\frac{6}{4,5}$.

Phần tự luận (7 điểm)

Bài 1. (1,5 điểm) Hình bên mô tả một đĩa tròn bằng bìa cứng được chia làm tám phần bằng nhau và ghi các số 1; 12; 18; 22; 27; 69; 96; 99. Chiếc kim được gắn cố định vào trục quay ở tâm của đĩa . Quay ngẫu nhiên một lần, ghi kết quả xảy ra đối với số ở hình quạt . Trong 32 lần quay số liên tiếp, có 6 lần mũi tên chỉ vào số 22, có 2 lần mũi tên chỉ vào số 18, có 10 lần mũi tên chỉ vào số 96.



- a) Tính xác suất của biến cố “ Mũi tên chỉ vào số 22”.
- b) Tính xác suất của biến cố “ Mũi tên chỉ vào số 18”.
- c) Tính xác suất của biến cố “ Mũi tên chỉ vào số 96”.

.....

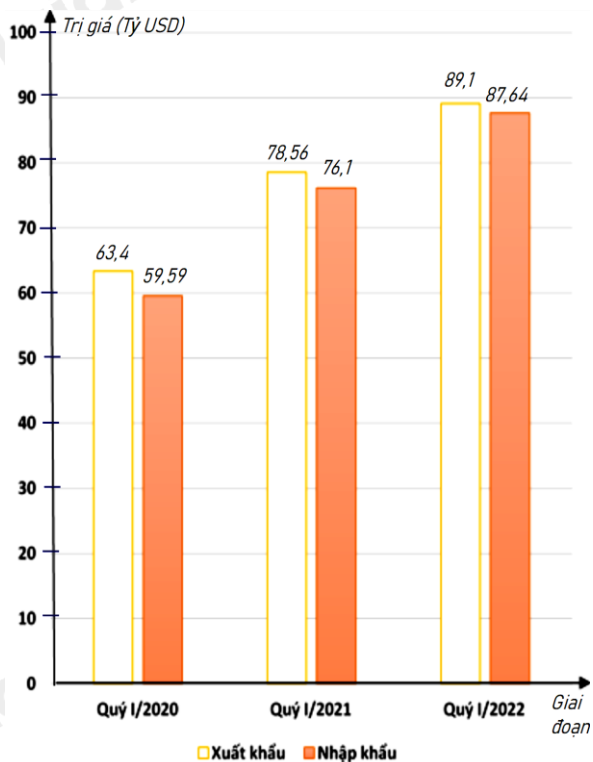
.....

.....

.....

.....

Bài 2. (1 điểm) Biểu đồ cột kép ở hình bên biểu diễn trị giá xuất khẩu, nhập khẩu hàng hóa của nước ta trong quý I của giai đoạn 2020 - 2022.



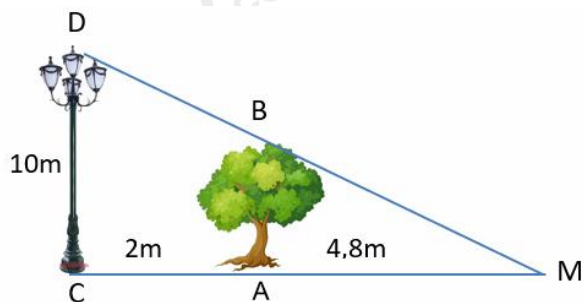
(Nguồn: Tổng cục Hải quan)

a) Lập bảng thống kê trị giá xuất khẩu, nhập khẩu hàng hóa của nước ta trong quý I của giai đoạn 2020 - 2022: đơn vị (tỷ USD) theo mẫu sau:

Giai đoạn	Quý I/2020	Quý I/2021	Quý I/2022
Xuất khẩu	?	?	?
Nhập khẩu	?	?	?

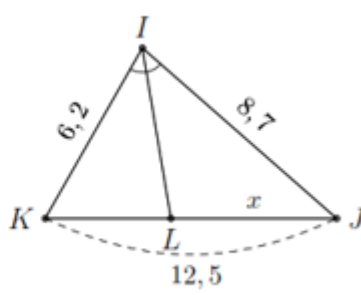
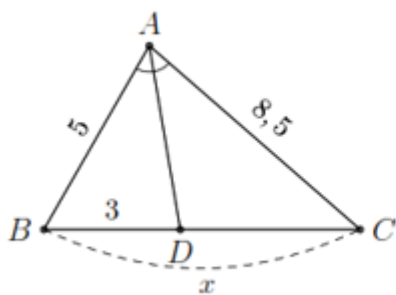
- b) Tổng trị giá xuất khẩu hàng hóa của nước ta trong quý I của giai đoạn 2020 - 2022 là bao nhiêu tỷ USD ?
 c) Tổng trị giá nhập khẩu hàng hóa của nước ta trong quý I của giai đoạn 2020 - 2022 là bao nhiêu tỷ USD ?
 d) Trị giá xuất khẩu hàng hóa của nước ta trong quý I năm 2020 giảm bao nhiêu phần trăm so với quý I năm 2021 (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

Bài 3. (0,5 điểm) Một cột đèn cao 10m chiếu sáng một cây xanh như hình dưới. Cây cách cột đèn 2m và có bóng trải dài dưới mặt đất là 4,8m. Tìm chiều cao của cây xanh đó (làm tròn đến mét)



Bài 4. (3,5 điểm)

1. Tính x trong hình và làm tròn kết quả đến hàng phần mười.



a)

b)

2. Hình thang ABCD ($AB \parallel CD$) có $DC = 2AB$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CD, DA.

- Chứng minh các tứ giác ABPD, MNPQ là hình bình hành.
- Tìm điều kiện của hình thang ABCD để MNPQ là hình thoi.
- Gọi E là giao điểm của BD và AP. Chứng minh ba điểm Q, N, E thẳng hàng.

Bài 5. (0,5 điểm) Chứng minh rằng nếu a, b, c khác nhau đôi một thì:

$$\frac{b-c}{(a-b)(a-c)} + \frac{c-a}{(b-c)(b-a)} + \frac{a-b}{(c-a)(c-b)} = \frac{2}{a-b} + \frac{2}{b-c} + \frac{2}{c-a}$$

----- Hết -----



Phần trắc nghiệm

Câu 1: B	Câu 2: D	Câu 3: D	Câu 4: A	Câu 5: A	Câu 6: A
Câu 7: C	Câu 8: A	Câu 9: B	Câu 10: C	Câu 11: A	Câu 12: B

Câu 1: Cho bảng thống kê tỉ lệ các loại mẫu vật trong bảo tàng sinh vật của môi trường đại học về những lớp động vật có xương sống: Cá, Lưỡng cư, Bò sát, Chim, Động vật có vú.

Lớp động vật	Tỉ lệ mẫu vật (%)
Cá	15%
Lưỡng cư	10%
Bò sát	20%
Chim	25%
Động vật có vú	30%
Tổng	101%

Giá trị chưa hợp lí trong bảng dữ liệu là:

- A. Dữ liệu về tên các lớp động vật.
- B. Dữ liệu tỉ lệ mẫu vật.
- C. A & B đều đúng.
- D. A & B đều sai.

Phương pháp

Quan sát bảng thống kê để xác định.

Lời giải

Trong bảng thống kê trên, ta thấy tổng tỉ lệ mẫu vật bằng $15\% + 10\% + 20\% + 25\% + 30\% = 100\%$ nên dữ liệu về tổng tỉ lệ mẫu vật chưa chính xác. Vậy dữ liệu tỉ lệ mẫu vật chưa hợp lí.

Đáp án B.

Câu 2: Trong cuộc khảo sát tìm hiểu về cách học của học sinh khối 8 được kết quả như sau:

Có 50% học sinh học qua đọc, viết.

Có 35% học sinh học qua nghe

Có 10% học qua vận động

Có 5% học sinh học qua quan sát.

Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Kết quả thu thập trên là dữ liệu định tính

- B. Kết quả thu thập trên là dữ liệu định lượng
- C. Kết quả trên dữ liệu phân trăm là dữ liệu định tính
- D. Kết quả trên gồm cả dữ liệu định tính và dữ liệu định lượng.

Phương pháp

Dựa vào kiến thức về dữ liệu định tính, dữ liệu định lượng.

Lời giải

Trong kết quả trên:

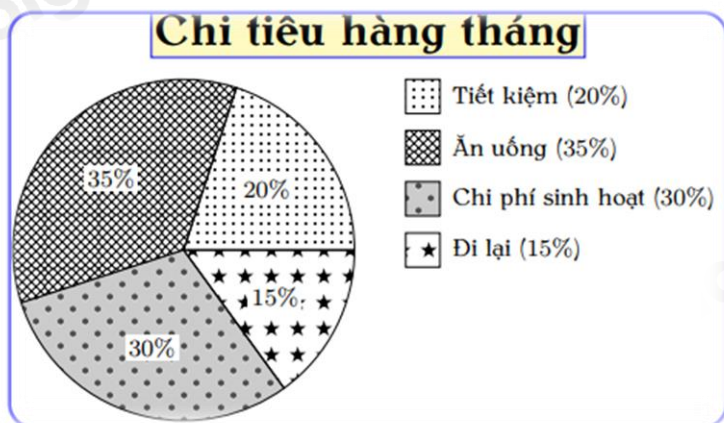
+ Các hình thức học: đọc viết; nghe; vận động; quan sát là dữ liệu định tính.

+ Số lượng học sinh có cách học qua đọc, viết; nghe; vận động; quan sát lần lượt là: 50%, 30%, 10%, 5% là dữ liệu định lượng.

Do đó kết quả trên gồm cả dữ liệu định tính và dữ liệu định lượng.

Đáp án D.

Câu 3: Biểu đồ hình quạt tròn biểu diễn kết quả thống kê (tính theo tỉ số phần trăm kế hoạch chi tiêu hàng tháng của gia đình bác An. Số tiền chi tiêu hàng tháng của gia đình bác An dành cho ăn uống gấp bao nhiêu lần số tiền dành cho tiết kiệm?



- A. 1,25.
- B. 2,5.
- C. 1,5.
- D. 1,75.

Phương pháp

Quan sát biểu đồ, chỉ ra số phần trăm gia đình bác An dành cho ăn uống, số phần trăm dành cho tiết kiệm.

Lời giải

Gia đình bác An dành 35% số tiền cho ăn uống; 20% số tiền cho tiết kiệm

⇒ Số tiền chi tiêu hàng tháng của gia đình bác An dành cho ăn uống gấp số tiền dành cho tiết kiệm là:

$$\frac{35\%}{20\%} = \frac{35}{20} = 1,75 \text{ (lần)}$$

Đáp án D.

Câu 4: Một túi đựng các quả cầu giống hệt nhau, chỉ khác màu, trong đó có 26 quả màu đỏ, 62 quả màu tím, 8 quả màu vàng, 9 quả màu trắng. Lấy ngẫu nhiên 1 quả trong túi. Xác suất để lấy được quả cầu màu tím là:

- A. $\frac{62}{105}$.
- B. $\frac{3}{35}$.
- C. $\frac{26}{105}$.
- D. $\frac{8}{105}$.

Phương pháp

Tính số quả cầu.

Xác suất để lấy được quả cầu màu tím bằng tỉ số giữa số quả cầu màu tím với tổng số quả cầu.

Lời giải

Tổng số quả cầu là: $26 + 62 + 8 + 9 = 105$ (quả)

Xác suất để lấy được quả cầu màu tím là: $\frac{62}{105}$.

Đáp án A.

Câu 5: Gieo một con xúc xắc cân đối và đồng chất. Xác suất của biến cố “Gieo được mặt có số chấm chẵn” là

- A. $\frac{1}{2}$.
- B. $\frac{1}{3}$.
- C. $\frac{1}{6}$.
- D. 1.

Phương pháp

Tính các kết quả thuận lợi cho biến cố “Gieo được mặt có số chấm chẵn”.

Tính số kết quả có thể.

Xác suất của biến cố “Gieo được mặt có số chấm chẵn” bằng tỉ số giữa số kết quả thuận lợi của biến cố với số kết quả có thể.

Lời giải

Có 3 kết quả thuận lợi cho biến cố “Gieo được mặt có số chấm chẵn”, đó là: 2; 4; 6.

Xác suất của biến cố “Gieo được mặt có số chấm chẵn” là: $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

Đáp án A.

Câu 6: Tỉ lệ học sinh bị cận thị ở một trường trung học cơ sở là 18%. Gặp ngẫu nhiên một học sinh ở trường, xác suất học sinh đó bị cận thị là:

- A. 0,18.
- B. 0,82.

C. 0,92.

D. 0,5.

Phương pháp

Xác suất bằng tỉ lệ học sinh bị cận thị của trường đó.

Lời giải

Xác suất gặp ngẫu nhiên một học sinh ở trường mà học sinh đó bị cận thị là: $18\% = 0,18$.

Đáp án A.

Câu 7: M, N là trung điểm các cạnh AB, AC của tam giác ABC. Khi $MN = 8\text{cm}$ thì:

A. $AB = 16\text{cm}$

B. $AC = 16\text{cm}$

C. $BC = 16\text{cm}$

D. $BC = AB = AC = 16\text{cm}$

Phương pháp

Sử dụng tính chất đường trung bình.

Lời giải

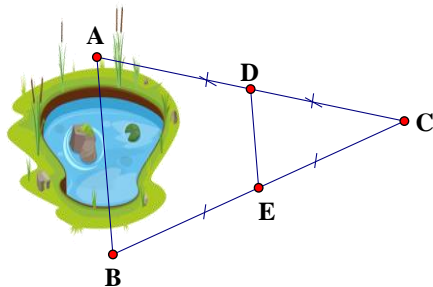
Ta có M, N là trung điểm các cạnh AB, AC của tam giác ABC nên MN là đường trung bình của tam giác

ABC, khi đó $MN = \frac{1}{2} BC$.

Mà $MN = 8\text{cm}$ nên $BC = 8 \cdot 2 = 16\text{ cm}$.

Đáp án C.

Câu 8: Hai điểm A và B ở hai bờ của một hồ nước (hình vẽ) có độ dài đoạn thẳng DE bằng 100 mét. Hãy xác định khoảng cách AB.



A. 200m.

B. 100m.

C. 150m.

D. 50m.

Phương pháp

Sử dụng tính chất của đường trung bình trong tam giác.

Lời giải

Theo hình vẽ, ta thấy $AD = DC$; $BE = EC$ nên D là trung điểm của AC và E là trung điểm của BC. Khi đó

DE là đường trung bình của tam giác ABC $\Rightarrow DE = \frac{1}{2} AB$.

Mà $DE = 100\text{m} \Rightarrow AB = 2 \cdot 100 = 200(\text{m})$.

Đáp án A.

Câu 9: Cho tam giác ABC cân tại A. Trên các cạnh bên AB, AC lấy các điểm M, N sao cho $BM = CN$. Tứ giác BMNC là hình gì?

A. Hình thang.

B. Hình thang cân.

- C. Hình thang vuông.
- D. Cả A, B, C đều sai.

Phương pháp

Sử dụng định lí Thales đảo để chứng minh.

Lời giải

Tam giác ABC cân tại A nên $AB = AC$.

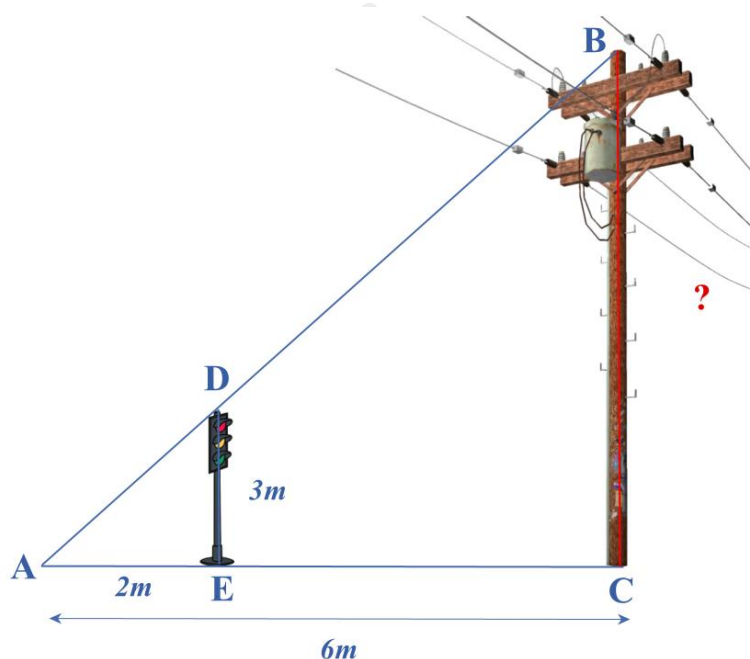
Vì $BM = CN$; $AB = AC$ nên $AB - BM = AC - CN$ hay $AM = AN$

Suy ra $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} \Rightarrow MN \parallel BC$ (định lí Thales đảo).

Khi đó $BMNC$ là hình thang. Mà $BM = CN$ nên $BMNC$ là hình thang cân.

Đáp án B.

Câu 10: Bóng của một cột điện trên mặt đất dài 6m. Cùng lúc đó, một cột đèn giao thông cao 3m có bóng dài 2m. Tính chiều cao của cột điện.



- A. $BC = 4m$.
- B. $BC = 6m$.
- C. $BC = 9m$.
- D. $BC = 12m$.

Phương pháp

Áp dụng hệ quả của định lí Thales trong tam giác.

Lời giải

Vì cột đèn giao thông và cột điện cùng vuông góc với mặt đất nên song song với nhau.

$\Rightarrow DE \parallel BC$.

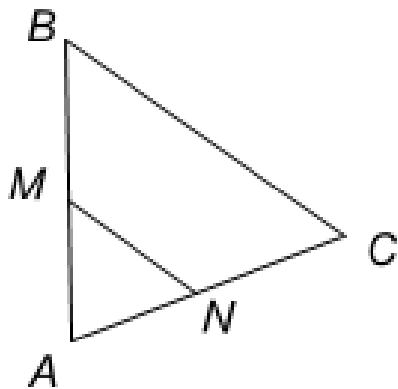
Áp dụng hệ quả của định lí Thales trong tam giác, ta có:

$$\frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$$

$$\frac{2}{6} = \frac{3}{BC} \Rightarrow BC = 3 \cdot \frac{2}{6} = 9(m)$$

Đáp án C.

Câu 11: Cho hình vẽ, biết $MN \parallel BC$. Khẳng định nào dưới đây là sai?



- A. $\frac{MA}{MB} = \frac{NA}{NC}$.
- B. $\frac{BA}{BM} = \frac{CA}{CN}$.
- C. $\frac{BM}{BA} = \frac{CN}{NA}$.
- D. $\frac{AM}{AN} = \frac{AB}{AC}$.

Phương pháp

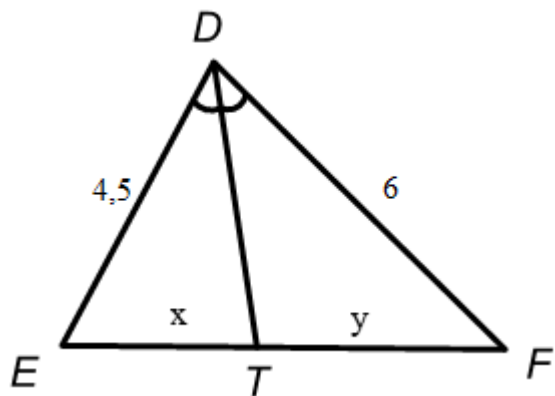
Áp dụng định lý Thales trong tam giác.

Lời giải

Xét tam giác ABC có $MN \parallel BC \Rightarrow \frac{AM}{BM} = \frac{AN}{NC}$

Đáp án A.

Câu 12: Cho hình vẽ sau, biết DT là tia phân giác của EDF. Tỉ số $\frac{x}{y}$ bằng:



- A. $\frac{4}{3}$.
- B. $\frac{3}{4}$.

C. $\frac{2}{3}$.

D. $\frac{6}{4,5}$.

Phương pháp

Dựa vào tính chất đường phân giác trong tam giác.

Lời giải

Ta có DT là tia phân giác của EDF nên ta có:

$$\frac{DE}{ET} = \frac{DF}{TF} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{ET}{TF} = \frac{DE}{DF} = \frac{4,5}{6} = \frac{3}{4} \text{ (theo tính chất của đường phân giác)}$$

Đáp án B.

Phần tự luận.

Bài 1. (1,5 điểm) Hình bên mô tả một đĩa tròn bằng bìa cứng được chia làm tám phần bằng nhau và ghi các số 1; 12; 18; 22; 27; 69; 96; 99. Chiếc kim được gắn cố định vào trục quay ở tâm của đĩa. Quay ngẫu nhiên một lần, ghi kết quả xảy ra đối với số ở hình quạt. Trong 32 lần quay số liên tiếp, có 6 lần mũi tên chỉ vào số 22, có 2 lần mũi tên chỉ vào số 18, có 10 lần mũi tên chỉ vào số 96.



- a) Tính xác suất thực nghiệm của biến cố “Mũi tên chỉ vào số 22”.
- b) Tính xác suất thực nghiệm của biến cố “Mũi tên chỉ vào số 18”.
- c) Tính xác suất thực nghiệm của biến cố “Mũi tên chỉ vào số 96”.

Phương pháp

Xác suất thực nghiệm của biến cố bằng tỉ số giữa số lần mũi tên chỉ vào số đó với tổng số lần quay.

Lời giải

a) Số lần mũi tên chỉ vào số 22 là 2 lần.

Xác suất thực nghiệm của biến cố “Mũi tên chỉ vào số 22” là: $\frac{6}{32} = \frac{3}{16}$.

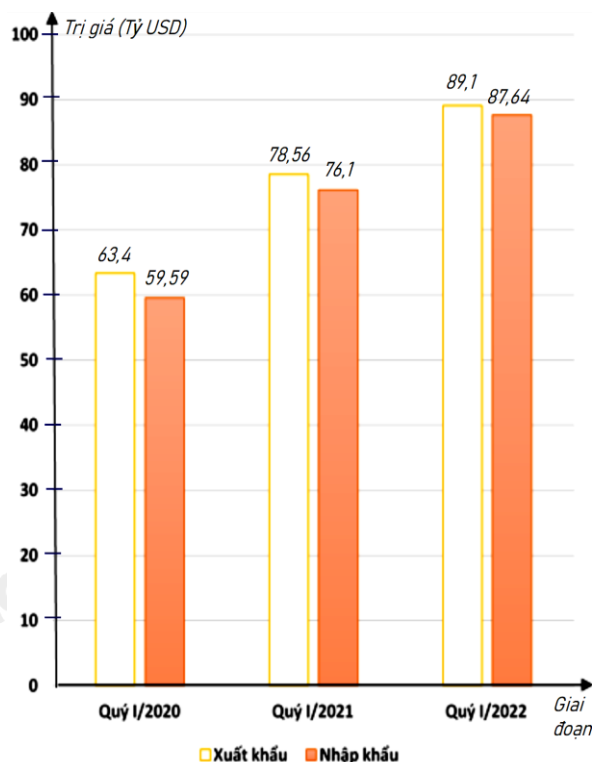
b) Số lần mũi tên chỉ vào số 18 là 6 lần.

Xác suất thực nghiệm của biến cố “Mũi tên chỉ vào số 18” là: $\frac{2}{32} = \frac{1}{16}$.

c) Số lần mũi tên chỉ vào số 96 là 10 lần.

Xác suất thực nghiệm của biến cố “Mũi tên chỉ vào số 96” là: $\frac{10}{32} = \frac{5}{16}$.

Bài 2. (1 điểm) Biểu đồ cột kép ở hình bên biểu diễn trị giá xuất khẩu, nhập khẩu hàng hóa của nước ta trong quý I của giai đoạn 2020 - 2022.



(Nguồn: Tổng cục Hải quan)

a) Lập bảng thống kê trị giá xuất khẩu, nhập khẩu hàng hóa của nước ta trong quý I của giai đoạn 2020 - 2022: đơn vị (tỷ USD) theo mẫu sau:

Giai đoạn	Quý I/2020	Quý I/2021	Quý I/2022
Xuất khẩu	?	?	?
Nhập khẩu	?	?	?

b) Tổng trị giá xuất khẩu hàng hóa của nước ta trong quý I của giai đoạn 2020 - 2022 là bao nhiêu tỷ USD ?

c) Tổng trị giá nhập khẩu hàng hóa của nước ta trong quý I của giai đoạn 2020 - 2022 là bao nhiêu tỷ USD ?

d) Trị giá xuất khẩu hàng hóa của nước ta trong quý I năm 2020 giảm bao nhiêu phần trăm so với quý I năm 2021 (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

Phương pháp

Dựa vào bảng dữ liệu để trả lời.

Lời giải

a) Bảng thống kê trị giá xuất khẩu, nhập khẩu hàng hóa của nước ta trong quý I của giai đoạn 2020 - 2022: đơn vị (tỷ USD)

Giai đoạn	Quý I/2020	Quý I/2021	Quý I/2022
Xuất khẩu	63,4	78,56	89,1
Nhập khẩu	59,59	76,1	87,64

b) Tổng trị giá xuất khẩu hàng hóa của nước ta trong quý I của giai đoạn 2020 - 2022 là:

$$63,4 + 78,56 + 89,1 = 231,06 \text{ (tỷ USD)}$$

c) Tổng trị giá nhập khẩu hàng hóa của nước ta trong quý I của giai đoạn 2020 - 2022 là

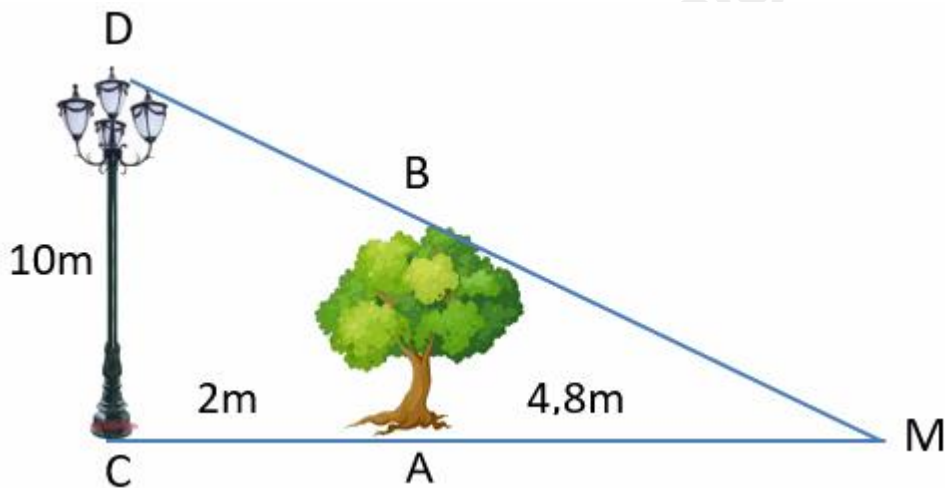
$$59,59 + 76,1 + 87,64 = 223,33 \text{ (tỷ USD)}$$

d) Tỷ số phần trăm trị giá xuất khẩu hàng hóa của nước ta trong quý I năm 2020 và quý I năm 2021 là:

$$\frac{63,4}{78,56} \cdot 100\% = 80,7\%$$

Trị giá xuất khẩu hàng hóa của nước ta trong quý I năm 2020 giảm $100\% - 80,7\% = 19,3\%$ so với quý I năm 2021.

Bài 3. (0,5 điểm) Một cột đèn cao 10m chiếu sáng một cây xanh như hình dưới. Cây cách cột đèn 2m và có bóng trải dài dưới mặt đất là 4,8m. Tìm chiều cao của cây xanh đó (làm tròn đến mét)



Phương pháp

Áp dụng hệ quả của định lý Thales để tính chiều cao cây xanh.

Lời giải

Khoảng cách từ điểm C đến điểm M là: $2 + 4,8 = 6,8$ (m).

Vì cột đèn và cái cây đều vuông góc với mặt đất nên ta có $AB \parallel CD$.

Xét tam giác CMD có $AB \parallel CD$ nên:

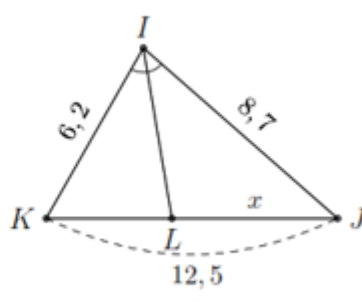
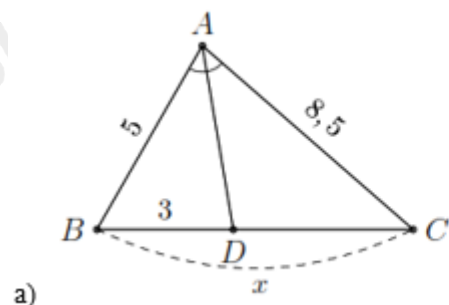
$$\frac{AB}{AM} = \frac{CD}{CM}$$

$$\frac{AB}{4,8} = \frac{10}{6,8} \Rightarrow AB = 4,8 \cdot \frac{10}{6,8} = \frac{120}{17} \approx 7 \text{ (m)}$$

Vậy chiều cao của cây xanh là khoảng 7m.

Bài 4. (3,5 điểm)

1. Tính x trong hình và làm tròn kết quả đến hàng phần mười.



2. Hình thang ABCD ($AB \parallel CD$) có $DC = 2AB$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CD, DA.

- Chứng minh các tứ giác ABPD, MNPQ là hình bình hành.
- Tìm điều kiện của hình thang ABCD để MNPQ là hình thoi.
- Gọi E là giao điểm của BD và AP. Chứng minh ba điểm Q, N, E thẳng hàng.

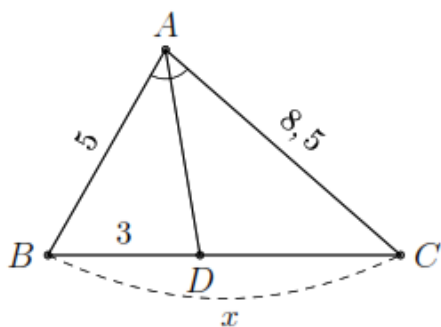
Phương pháp

1. Dựa vào tính chất đường phân giác sử dụng tỉ số bằng nhau để tính.
2.
 - a) Dựa vào dấu hiệu nhận biết hình bình hành và tính chất đường trung bình để chứng minh.
 - b) Dựa vào dấu hiệu nhận biết hình thoi và tính chất đường trung bình.
 - c) Sử dụng tính chất đường trung bình để chứng minh $EQ \parallel AB$ và $EN \parallel AB$ suy ra Q, N, E thẳng hàng.

Lời giải

1.

a)

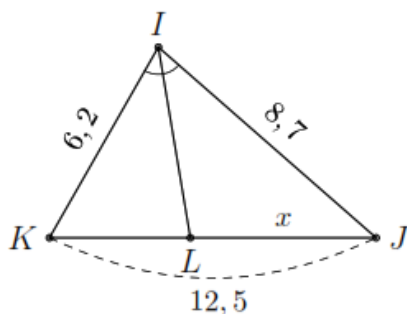


Do AD là đường phân giác trong của góc A nên ta có

$$\frac{DC}{DB} = \frac{AC}{AB} \Rightarrow DC = \frac{AC}{AB} \cdot DB.$$

Thay số ta có $DC = \frac{8,5}{5} \cdot 3 = 5,1$. Khi đó $x = DB + DC = 3 + 5,1 = 8,1$.

b)

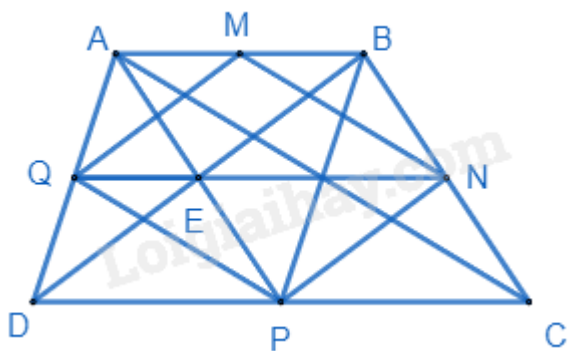


Với $KL = 12,5 - x$ và do IL là đường phân giác trong của góc I nên theo tính chất đường phân giác ta có

Theo tính chất đường phân giác ta có

$$\frac{KL}{LJ} = \frac{IK}{IJ} \Rightarrow \frac{12,5 - x}{x} = \frac{6,2}{8,7} \Leftrightarrow x = \frac{2175}{298} \approx 7,3.$$

2.



a) Ta có: $DP = \frac{1}{2}DC = AB$; $AB \parallel CD \Rightarrow AB \parallel DP$ nên ABPD là hình bình hành.

Vẽ AC, ta có MN là đường trung bình $\Delta ABC \Rightarrow MN = \frac{1}{2}AC$; $MN \parallel AC$.

Chứng minh tương tự $\Rightarrow PQ = \frac{1}{2}AC$; $PQ \parallel AC$.

$\Rightarrow MN = PQ$; $PQ \parallel AC$ nên MNPQ là hình bình hành.

b)

Tương tự như đường chéo AC, vẽ BD, ta cũng chứng minh được MQ và NP là đường trung bình của tam giác ABD và BCD nên $MQ = NP = \frac{1}{2}BD$; $MQ \parallel NP \parallel BD$.

MNPQ là hình thoi khi $MN = MQ$ mà $MN = \frac{1}{2}AC$; $MQ = \frac{1}{2}BD$ (tính chất đường trung bình)

$\Rightarrow AC = BD$. Khi đó ABCD là hình thang cân.

c) Vì ABPD là hình bình hành nên E là trung điểm của AP.

Xét tam giác ABD có QE là đường trung bình của tam giác ABD nên $QE \parallel AB$ (1)

Xét tam giác DBC có EN là đường trung bình của tam giác DBC nên $EN \parallel DC$ mà $DC \parallel AB$ nên $EN \parallel AB$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra từ E kẻ được $EQ \parallel AB$ và $EN \parallel AB$ nên Q, E, N thẳng hàng

Bài 5. (0,5 điểm) Chứng minh rằng nếu a, b, c khác nhau đôi một thì:

$$\frac{b-c}{(a-b)(a-c)} + \frac{c-a}{(b-c)(b-a)} + \frac{a-b}{(c-a)(c-b)} = \frac{2}{a-b} + \frac{2}{b-c} + \frac{2}{c-a}.$$

Phương pháp

Áp dụng đẳng thức $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{b-a}{ab}$

Lời giải

$$\text{Xét phân thức } \frac{b-c}{(a-b)(a-c)} = \frac{a-c-a+b}{(a-b)(a-c)} = \frac{a-c}{(a-b)(a-c)} - \frac{a-b}{(a-b)(a-c)} = \frac{1}{a-b} - \frac{1}{a-c}.$$

$$\text{Tương tự ta có: } \frac{c-a}{(b-c)(b-a)} = \frac{1}{b-c} - \frac{1}{b-a}$$

$$\frac{a-b}{(c-a)(c-b)} = \frac{1}{c-a} - \frac{1}{c-b}$$

$$\Rightarrow \frac{b-c}{(a-b)(a-c)} + \frac{c-a}{(b-c)(b-a)} + \frac{a-b}{(c-a)(c-b)}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{a-b} - \frac{1}{a-c} + \frac{1}{b-c} - \frac{1}{b-a} + \frac{1}{c-a} - \frac{1}{c-b} \\ &= \frac{1}{a-b} + \frac{1}{c-a} + \frac{1}{b-c} + \frac{1}{a-b} + \frac{1}{c-a} + \frac{1}{b-c} \\ &= \frac{2}{a-b} + \frac{2}{b-c} + \frac{2}{c-a} \text{ (đpcm)}. \end{aligned}$$