

ĐỀ THI GIỮA KÌ II – Đề số 1

Môn: Toán - Lớp 10

Bộ sách Kết nối tri thức với cuộc sống

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM



Mục tiêu

- Ôn tập các kiến thức giữa kì 2 của chương trình sách giáo khoa Toán 10 – Kết nối tri thức với cuộc sống.
- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm và tự luận Toán học.
- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dàn trải các kiến thức giữa kì 2 – chương trình Toán 10.

Phần trắc nghiệm (7 điểm)

Câu 1: Tập xác định của hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ là:

- A. $\mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$. B. $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$. C. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. D. $(1; +\infty)$.

Câu 2: Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trên \mathbb{R} ?

- A. $y = x$. B. $y = -2x$. C. $y = 2x$. D. $y = \frac{1}{2}x$.

Câu 3: Cho hàm số $f(x) = \sqrt{2x^2 + 1}$. Giá trị $f(-2)$ bằng

- A. -3 . B. 3 . C. 4 . D. Không xác định.

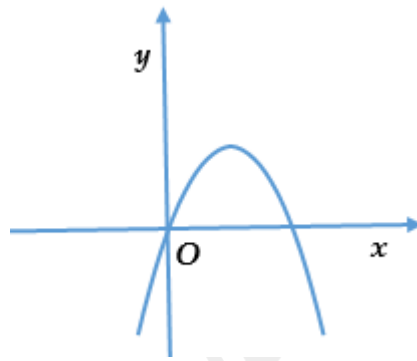
Câu 4: Khoảng đồng biến của hàm số $y = x^2 - 4x + 3$ là

- A. $(-\infty; -2)$. B. $(-\infty; 2)$. C. $(-2; +\infty)$. D. $(2; +\infty)$.

Câu 5: Trục đối xứng của đồ thị hàm số $y = ax^2 + bx + c$, ($a \neq 0$) là đường thẳng nào dưới đây?

- A. $x = -\frac{b}{2a}$. B. $x = -\frac{c}{2a}$. C. $x = -\frac{\Delta}{4a}$. D. $x = \frac{b}{2a}$.

Câu 6: Cho parabol $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Khẳng định nào dưới đây đúng?



- A. $a > 0$. B. $a < 0$. C. $a = 1$. D. $a = 2$.

Câu 7: Cho $f(x) = ax^2 + bx + c$, ($a \neq 0$) và $\Delta = b^2 - 4ac$. Cho biết dấu của Δ khi $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a với mọi $x \in \mathbb{R}$.

- A. $\Delta < 0$. B. $\Delta = 0$. C. $\Delta > 0$. D. $\Delta \geq 0$.

Câu 8: Tập nghiệm S của bất phương trình $x^2 - x - 6 \leq 0$.

- A. $S = (-\infty; -3) \cup (2; +\infty)$. B. $[-2; 3]$.
 C. $[-3; 2]$. D. $(-\infty; -3] \cup [2; +\infty)$.

Câu 9: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $x^2 - 4x + 4 > 0$.

- A. $S = \mathbb{R} \setminus \{2\}$. B. $S = \mathbb{R}$. C. $S = (2; +\infty)$. D. $S = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

Câu 10: Phương trình $\sqrt{x-1} = x-3$ có tập nghiệm là

- A. $S = \{5\}$. B. $S = \{2; 5\}$. C. $S = \{2\}$. D. $S = \emptyset$.

Câu 11: Số nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2 - 4x + 3} = \sqrt{1-x}$ là

- A. Vô số. B. 2. C. 1. D. 0.

Câu 12: Trong mặt phẳng Oxy, đường thẳng $(d): ax + by + c = 0$, ($a^2 + b^2 \neq 0$). Vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của đường thẳng (d) ?

- A. $\vec{n} = (a; -b)$. B. $\vec{n} = (b; a)$. C. $\vec{n} = (b; -a)$. D. $\vec{n} = (a; b)$.

Câu 13: Phương trình tham số của đường thẳng đi qua hai điểm $A(2; -1)$ và $B(2; 5)$ là

- A. $\begin{cases} x = 2t \\ y = -6t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 5 + 6t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + 6t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 + 6t \end{cases}$.

Câu 14: Trong mặt phẳng Oxy, đường thẳng $d: x - 2y - 1 = 0$ song song với đường thẳng có phương trình nào sau đây?

- A. $x + 2y + 1 = 0$. B. $2x - y = 0$. C. $-x + 2y + 1 = 0$. D. $-2x + 4y - 1 = 0$.

Câu 15: Tính góc giữa hai đường thẳng $\Delta: x - \sqrt{3}y + 2 = 0$ và $\Delta': x + \sqrt{3}y - 1 = 0$.

A. 90° .B. 120° .C. 60° .D. 30° .

Câu 16: Khoảng cách từ điểm $M(5; -1)$ đến đường thẳng $3x + 2y + 13 = 0$ là:

A. $2\sqrt{13}$.B. $\frac{28}{\sqrt{13}}$.

C. 26.

D. $\frac{\sqrt{13}}{2}$.

Câu 17: Phương trình nào sau đây là phương trình đường tròn?

A. $x^2 + y^2 - 6x - 10y + 30 = 0$.B. $x^2 + y^2 - 3x - 2y + 30 = 0$.C. $4x^2 + y^2 - 10x - 6y - 2 = 0$.D. $x^2 + 2y^2 - 4x - 8y + 1 = 0$.

Câu 18: Phương trình nào sau đây là phương trình của đường tròn tâm $I(-1; 2)$, bán kính bằng 3?

A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 9$.B. $(x+1)^2 + (y+2)^2 = 9$.C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 9$.D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 9$.

Câu 19: Đường elip $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{7} = 1$ cắt trục tung tại hai điểm B_1, B_2 . Độ dài B_1B_2 bằng

A. $2\sqrt{7}$.B. $\sqrt{7}$.

C. 3.

D. 6.

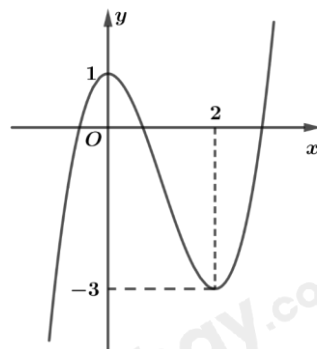
Câu 20: Tọa độ các tiêu điểm của hypebol (H): $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{3} = 1$ là

A. $F_1 = (-5; 0); F_2 = (5; 0)$.B. $F_1 = (0; -5); F_2 = (0; 5)$.C. $F_1 = (0; -\sqrt{7}); F_2 = (0; \sqrt{7})$.D. $F_1 = (-\sqrt{7}; 0); F_2 = (\sqrt{7}; 0)$.

Câu 21: Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{4-x} + \sqrt{x-2}$ là

A. $D = (2; 4)$ B. $D = [2; 4]$ C. $D = \{2; 4\}$ D. $D = (-\infty; 2) \cup (4; +\infty)$

Câu 22: Cho hàm số có đồ thị như hình bên dưới.



Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 3)$.B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 3)$.

Câu 23: Đồ thị hàm số $y = f(x) = \begin{cases} 2x + 3 & \text{khi } x \leq 2 \\ x^2 - 3 & \text{khi } x > 2 \end{cases}$ đi qua điểm có tọa độ nào sau đây ?

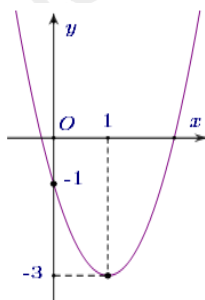
A. $(0; -3)$

B. $(3; 6)$

C. $(2; 5)$

D. $(2; 1)$

Câu 24: Cho parabol $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình sau



Phương trình của parabol này là

A. $y = -x^2 + x - 1$.

B. $y = 2x^2 + 4x - 1$.

C. $y = x^2 - 2x - 1$.

D. $y = 2x^2 - 4x - 1$.

Câu 25: Tọa độ giao điểm của (P): $y = x^2 - 4x$ với đường thẳng d: $y = -x - 2$ là

A. $M(0; -2), N(2; -4)$.

B. $M(-1; -1), N(-2; 0)$.

C. $M(-3; 1), N(3; -5)$.

D. $M(1; -3), N(2; -4)$.

Câu 26: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $2x^2 - 3x - 15 \leq 0$ là

A. 6.

B. 5.

C. 8.

D. 7.

Câu 27: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $x^2 - (m + 2)x + 8m + 1 \leq 0$ vô nghiệm.

A. $m \in [0; 28]$.

B. $m \in (-\infty; 0) \cup (28; +\infty)$.

C. $m \in (-\infty; 0] \cup [28; +\infty)$.

D. $m \in (0; 28)$.

Câu 28: Số nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2 - 3x + 1} = 4x - 1$ là

A. 0.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Câu 29: Cho đường thẳng d có phương trình tham số $\begin{cases} x = 5 + t \\ y = -9 - 2t \end{cases}$. Phương trình tổng quát của đường thẳng d là

A. $2x + y - 1 = 0$.

B. $-2x + y - 1 = 0$.

C. $x + 2y + 1 = 0$.

D. $2x + 3y - 1 = 0$.

Câu 30: Đường thẳng d đi qua điểm $M(-2; 1)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = -2 + 5t \end{cases}$ có phương trình tham số là:

A. $\begin{cases} x = -2 - 3t \\ y = 1 + 5t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = -2 + 5t \\ y = 1 + 3t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = 2 + 5t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 1 + 5t \\ y = 2 + 3t \end{cases}$

Câu 31: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để khoảng cách từ điểm $A(-1;2)$ đến đường thẳng $\Delta: mx + y - m + 4 = 0$ bằng $2\sqrt{5}$.

A. $m = 2$.

B. $\begin{cases} m = -2 \\ m = \frac{1}{2} \end{cases}$

C. $m = -\frac{1}{2}$.

D. Không tồn tại m .

Câu 32: Trong mặt phẳng Oxy, đường tròn đi qua ba điểm $A(1;2)$, $B(5;2)$, $C(1;-3)$ có phương trình là.

A. $x^2 + y^2 + 25x + 19y - 49 = 0$.

B. $2x^2 + y^2 - 6x + y - 3 = 0$.

C. $x^2 + y^2 - 6x + y - 1 = 0$.

D. $x^2 + y^2 - 6x + xy - 1 = 0$.

Câu 33: Trong hệ trục tọa độ Oxy, cho đường tròn (C) đi qua hai điểm $A(1;2)$, $B(3;4)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: 3x + y - 3 = 0$, biết tâm của (C) có tọa độ là những số nguyên. Phương trình đường tròn (C) là

A. $x^2 + y^2 - 3x - 7y + 12 = 0$.

B. $x^2 + y^2 - 6x - 4y + 5 = 0$.

C. $x^2 + y^2 - 8x - 2y + 7 = 0$.

D. $x^2 + y^2 - 2x - 8y + 20 = 0$.

Câu 34: Cho đường hypebol có phương trình (H): $100x^2 - 25y^2 = 100$. Tiêu cự của hypebol đó là

A. $2\sqrt{10}$.

B. $2\sqrt{104}$.

C. $\sqrt{10}$.

D. $\sqrt{104}$.

Câu 35: Cho parabol (P): $y^2 = 8x$ có tiêu điểm là

A. $F(0;4)$.

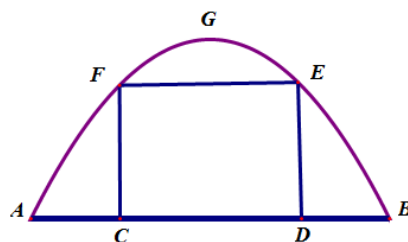
B. $F(0;2)$.

C. $F(2;0)$.

D. $F(4;0)$.

Phần tự luận (3 điểm)

Bài 1. Một chiếc cổng hình parabol bao gồm một cửa chính hình chữ nhật ở giữa và hai cánh cửa phụ hai bên như hình vẽ. Biết chiều cao cổng parabol là 4m còn kích thước cửa ở giữa là 3m x 4m. Hãy tính khoảng cách giữa hai điểm A và B.



.....

.....

.....

.....

Bài 2. Cho tam giác ABC có A(1;3) và hai đường trung tuyến BM: $x + 7y - 10 = 0$ và pCN: $x - 2y + 2 = 0$.
 Viết phương trình đường thẳng chứa cạnh BC của tam giác ABC.

.....

Bài 3. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{mx}{\sqrt{x-m+2}-1}$ xác định trên (0;1).

.....

Bài 4. Cho tam giác ABC biết H(3;2), $G\left(\frac{5}{3}; \frac{8}{3}\right)$ lần lượt là trực tâm và trọng tâm của tam giác, đường thẳng BC có phương trình $x + 2y - 2 = 0$. Tìm phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC?

----- Hết -----



Phần trắc nghiệm

Câu 1. C	Câu 2. B	Câu 3. B	Câu 4. D	Câu 5. A	Câu 6. B	Câu 7. A
Câu 8. B	Câu 9. A	Câu 10. A	Câu 11. C	Câu 12. D	Câu 13. D	Câu 14. D
Câu 15. C	Câu 16. A	Câu 17. A	Câu 18. D	Câu 19. A	Câu 20. D	Câu 21. B
Câu 22. C	Câu 23. B	Câu 24. D	Câu 25. D	Câu 26. A	Câu 27. D	Câu 28. D
Câu 29. A	Câu 30. B	Câu 31. B	Câu 32. C	Câu 33. C	Câu 34. B	Câu 35. C

Câu 1: Tập xác định của hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ là:

- A. $\mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$. B. $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$. C. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. D. $(1; +\infty)$.

Lời giải

Điều kiện xác định: $x-1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$

Vậy tập xác định của hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ là $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

Đáp án C.

Câu 2: Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trên \mathbb{R} ?

- A. $y = x$. B. $y = -2x$. C. $y = 2x$. D. $y = \frac{1}{2}x$

Lời giải

Hàm số $y = ax + b$ với $a \neq 0$ nghịch biến trên \mathbb{R} khi và chỉ khi $a < 0$.

Đáp án B.

Câu 3: Cho hàm số $f(x) = \sqrt{2x^2 + 1}$. Giá trị $f(-2)$ bằng

- A. -3 . B. 3 . C. 4 . D. Không xác định.

Lời giải

Ta có $f(-2) = \sqrt{2 \cdot (-2)^2 + 1} = 3$.

Đáp án B.

Câu 4: Khoảng đồng biến của hàm số $y = x^2 - 4x + 3$ là

- A. $(-\infty; -2)$. B. $(-\infty; 2)$. C. $(-2; +\infty)$. D. $(2; +\infty)$.

Lời giải

Hàm số $y = x^2 - 4x + 3$ có $a = 1 > 0$ nên đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{b}{2a}; +\infty\right)$.

Vì vậy hàm số đồng biến trên $(2; +\infty)$.

Đáp án D.

Câu 5: Trục đối xứng của đồ thị hàm số $y = ax^2 + bx + c$, ($a \neq 0$) là đường thẳng nào dưới đây?

A. $x = -\frac{b}{2a}$.

B. $x = -\frac{c}{2a}$.

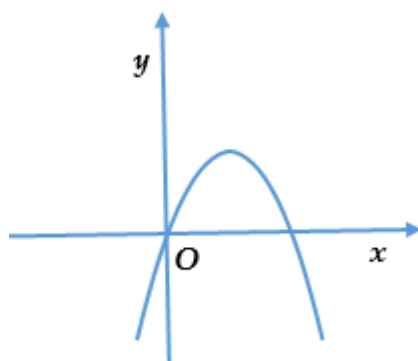
C. $x = -\frac{\Delta}{4a}$.

D. $x = \frac{b}{2a}$.

Lời giải

Đáp án A.

Câu 6: Cho parabol $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Khẳng định nào dưới đây đúng?



A. $a > 0$.

B. $a < 0$.

C. $a = 1$.

D. $a = 2$.

Lời giải

Bề lõm hướng xuống $a < 0$.

Đáp án B.

Câu 7: Cho $f(x) = ax^2 + bx + c$, ($a \neq 0$) và $\Delta = b^2 - 4ac$. Cho biết dấu của Δ khi $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a với mọi $x \in \mathbb{R}$.

A. $\Delta < 0$.

B. $\Delta = 0$.

C. $\Delta > 0$.

D. $\Delta \geq 0$.

Lời giải

Theo định lý về dấu của tam thức bậc hai thì $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a với mọi $x \in \mathbb{R}$ khi $\Delta < 0$.

Đáp án A.

Câu 8: Tập nghiệm S của bất phương trình $x^2 - x - 6 \leq 0$.

A. $S = (-\infty; -3) \cup (2; +\infty)$.

B. $[-2; 3]$.

C. $[-3; 2]$.

D. $(-\infty; -3] \cup [2; +\infty)$.

Lời giải

Ta có: $x^2 - x - 6 \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 3$.

Tập nghiệm bất phương trình là: $S = [-2; 3]$.

Đáp án B.

Câu 9: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $x^2 - 4x + 4 > 0$.

A. $S = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

B. $S = \mathbb{R}$.

C. $S = (2; +\infty)$.

D. $S = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

Lời giải

* Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$x^2 - 4x + 4$		$+$	0

* Tập nghiệm của bất phương trình là $S = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.**Đáp án A.****Câu 10:** Phương trình $\sqrt{x-1} = x-3$ có tập nghiệm là

- A. $S = \{5\}$. B. $S = \{2; 5\}$. C. $S = \{2\}$. D. $S = \emptyset$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \sqrt{x-1} = x-3 \Leftrightarrow \begin{cases} x-3 \geq 0 \\ x-1 = (x-3)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x^2 - 7x + 10 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x=2 \Leftrightarrow x=5 \\ x=5 \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $S = \{5\}$.**Đáp án A.****Câu 11:** Số nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2 - 4x + 3} = \sqrt{1-x}$ là

- A. Vô số. B. 2. C. 1. D. 0.

Lời giải

$$\text{Ta có } \sqrt{x^2 - 4x + 3} = \sqrt{1-x}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1-x \geq 0 \\ x^2 - 4x + 3 = 1-x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 1 \\ x^2 - 3x + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 1 \\ x=1 \Leftrightarrow x=1. \\ x=2 \end{cases}$$

Vậy phương trình đã cho có 1 nghiệm.

Đáp án C.**Câu 12:** Trong mặt phẳng Oxy, đường thẳng $(d): ax + by + c = 0, (a^2 + b^2 \neq 0)$. Vector nào sau đây là một vector pháp tuyến của đường thẳng (d) ?

- A. $\vec{n} = (a; -b)$. B. $\vec{n} = (b; a)$. C. $\vec{n} = (b; -a)$. D. $\vec{n} = (a; b)$.

Lời giảiTa có một vector pháp tuyến của đường thẳng (d) là $\vec{n} = (a; b)$.

Do đó chọn đáp án

D. $\vec{n}_1 = (-a; b)$.

Đáp án D.**Câu 13:** Phương trình tham số của đường thẳng đi qua hai điểm $A(2; -1)$ và $B(2; 5)$ là

A. $\begin{cases} x = 2t \\ y = -6t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 5 + 6t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + 6t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 + 6t \end{cases}$

Lời giải

Vecto chỉ phương $\overrightarrow{AB} = (0; 6)$.

Phương trình đường thẳng AB đi qua A và có vecto chỉ phương $\overrightarrow{AB} = (0; 6)$ là $\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 + 6t \end{cases}$

Đáp án D.

Câu 14: Trong mặt phẳng Oxy, đường thẳng $d: x - 2y - 1 = 0$ song song với đường thẳng có phương trình nào sau đây?

A. $x + 2y + 1 = 0$.

B. $2x - y = 0$.

C. $-x + 2y + 1 = 0$.

D. $-2x + 4y - 1 = 0$.

Lời giải

Ta kiểm tra lần lượt các đường thẳng

.+) Với $d_1: x + 2y + 1 = 0$ có $\frac{1}{1} \neq \frac{2}{-2} \Rightarrow d$ cắt d_1 .

.+) Với $d_2: 2x - y = 0$ có $\frac{2}{1} \neq \frac{-1}{-2} \Rightarrow d$ cắt d_2 .

.+) Với $d_3: -x + 2y + 1 = 0$ có $\frac{-1}{1} = \frac{2}{-2} \neq \frac{1}{-1} \Rightarrow d$ trùng d_3 .

.+) Với $d_4: -2x + 4y - 1 = 0$ có $\frac{1}{-2} = \frac{-2}{4} \neq \frac{-1}{-1} \Rightarrow d$ song song d_4 .

Đáp án D.

Câu 15: Tính góc giữa hai đường thẳng $\Delta: x - \sqrt{3}y + 2 = 0$ và $\Delta': x + \sqrt{3}y - 1 = 0$.

A. 90° .

B. 120° .

C. 60° .

D. 30° .

Lời giải

Đường thẳng Δ có vector pháp tuyến $\vec{n} = (1; -\sqrt{3})$, đường thẳng Δ' có vector pháp tuyến $\vec{n}' = (1; \sqrt{3})$.

Gọi α là góc giữa hai đường thẳng Δ, Δ' . $\cos \alpha = \left| \cos(\vec{n}, \vec{n}') \right| = \frac{|1-3|}{\sqrt{1+3} \cdot \sqrt{1+3}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$.

Đáp án C.

Câu 16: Khoảng cách từ điểm $M(5; -1)$ đến đường thẳng $3x + 2y + 13 = 0$ là:

A. $2\sqrt{13}$.

B. $\frac{28}{\sqrt{13}}$.

C. 26.

D. $\frac{\sqrt{13}}{2}$.

Lời giải

$$\text{Khoảng cách } d = \frac{|3 \cdot 5 + 2 \cdot (-1) + 13|}{\sqrt{3^2 + 2^2}} = \frac{26}{\sqrt{13}} = 2\sqrt{13}.$$

Đáp án A.

Câu 17: Phương trình nào sau đây là phương trình đường tròn?

A. $x^2 + y^2 - 6x - 10y + 30 = 0.$ B. $x^2 + y^2 - 3x - 2y + 30 = 0.$

C. $4x^2 + y^2 - 10x - 6y - 2 = 0.$ D. $x^2 + 2y^2 - 4x - 8y + 1 = 0.$

Lời giải

Phương trình đường tròn đã cho có dạng: $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$ là phương trình đường tròn $\Leftrightarrow a^2 + b^2 - c > 0.$

Xét đáp án A, ta có $a = 3, b = 5, c = 30 \Rightarrow a^2 + b^2 - c = 4 > 0.$

Đáp án A.

Câu 18: Phương trình nào sau đây là phương trình của đường tròn tâm $I(-1; 2)$, bán kính bằng 3?

A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 9.$ B. $(x+1)^2 + (y+2)^2 = 9.$

C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 9.$ D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 9.$

Lời giải

Phương trình đường tròn tâm $I(-1; 2)$ và bán kính $R = 3$ là: $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 9.$

Đáp án D.

Câu 19: Đường elip $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{7} = 1$ cắt trục tung tại hai điểm B_1, B_2 . Độ dài B_1B_2 bằng

A. $2\sqrt{7}.$

B. $\sqrt{7}.$

C. 3.

D. 6.

Lời giải

Ta có $x = 0 \Rightarrow y = \pm\sqrt{7}.$

Elip cắt trục tung tại hai điểm $B_1(0; -\sqrt{7}), B_2(0; \sqrt{7})$. Suy ra $B_1B_2 = 2\sqrt{7}.$

Đáp án A.

Câu 20: Tọa độ các tiêu điểm của hypebol (H): $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{3} = 1$ là

A. $F_1 = (-5; 0); F_2 = (5; 0).$ B. $F_1 = (0; -5); F_2 = (0; 5).$

C. $F_1 = (0; -\sqrt{7}); F_2 = (0; \sqrt{7}).$ D. $F_1 = (-\sqrt{7}; 0); F_2 = (\sqrt{7}; 0).$

Lời giải

Gọi $F_1 = (-c; 0); F_2 = (c; 0)$ là hai tiêu điểm của (H).

Từ phương trình (H): $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{3} = 1$, ta có: $a^2 = 4$ và $b^2 = 3$ suy ra $c^2 = a^2 + b^2 = 7 \Rightarrow c = \sqrt{7}, (c > 0)$.

Vậy tọa độ các tiêu điểm của (H) là $F_1 = (-\sqrt{7}; 0); F_2 = (\sqrt{7}; 0)$.

Đáp án D.

Câu 21: Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{4-x} + \sqrt{x-2}$ là

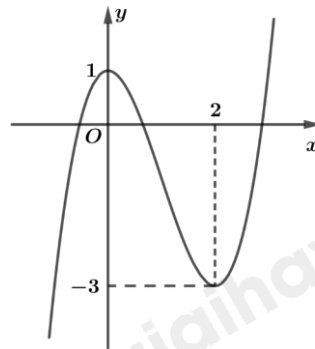
- A. $D = (2; 4)$ B. $D = [2; 4]$ C. $D = \{2; 4\}$ D. $D = (-\infty; 2) \cup (4; +\infty)$

Lời giải

Điều kiện: $\begin{cases} 4-x \geq 0 \\ x-2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 4 \\ x \geq 2 \end{cases}$ suy ra TXĐ: $D = [2; 4]$.

Đáp án B.

Câu 22: Cho hàm số có đồ thị như hình bên dưới.



Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 3)$. B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.
 C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$. D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 3)$.

Lời giải

Trên khoảng $(0; 2)$, đồ thị hàm số đi xuống từ trái sang phải nên hàm số nghịch biến.

Đáp án C.

Câu 23: Đồ thị hàm số $y = f(x) = \begin{cases} 2x+3 & \text{khi } x \leq 2 \\ x^2-3 & \text{khi } x > 2 \end{cases}$ đi qua điểm có tọa độ nào sau đây ?

- A. $(0; -3)$ B. $(3; 6)$ C. $(2; 5)$ D. $(2; 1)$

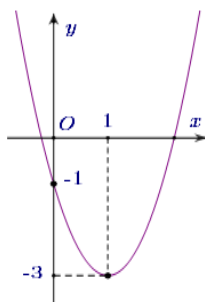
Lời giải

Thay tọa độ điểm $(0; -3)$ vào hàm số ta được : $f(0) = 3 \neq -3$ nên loại đáp án A

Thay tọa độ điểm $(3; 6)$ vào hàm số ta được : $f(3) = 9 - 3 = 6$, thỏa mãn nên chọn đáp án B

Đáp án B.

Câu 24: Cho parabol $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình sau



Phương trình của parabol này là

- A. $y = -x^2 + x - 1$. B. $y = 2x^2 + 4x - 1$. C. $y = x^2 - 2x - 1$. D. $y = 2x^2 - 4x - 1$.

Lời giải

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $(0; -1)$ nên $c = -1$.

Toạ độ đỉnh $I(1; -3)$, ta có phương trình:
$$\begin{cases} -\frac{b}{2a} = 1 \\ a \cdot 1^2 + b \cdot 1 - 1 = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + b = 0 \\ a + b = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -4 \end{cases}$$

Vậy parabol cần tìm là: $y = 2x^2 - 4x - 1$.

Đáp án D.

Câu 25: Toạ độ giao điểm của $(P): y = x^2 - 4x$ với đường thẳng $d: y = -x - 2$ là

- A. $M(0; -2), N(2; -4)$. B. $M(-1; -1), N(-2; 0)$.
C. $M(-3; 1), N(3; -5)$. D. $M(1; -3), N(2; -4)$.

Lời giải

Hoành độ giao điểm của (P) và d là nghiệm của phương trình:

$$x^2 - 4x = -x - 2 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Vậy toạ độ giao điểm của (P) và d là $M(1; -3), N(2; -4)$.

Đáp án D.

Câu 26: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $2x^2 - 3x - 15 \leq 0$ là

- A. 6. B. 5. C. 8. D. 7.

Lời giải

Xét $f(x) = 2x^2 - 3x - 15$.

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{129}}{4}$$

Ta có bảng xét dấu:

x		$\frac{3-\sqrt{129}}{4}$		$\frac{3+\sqrt{129}}{4}$	
$f(x)$	+	0	-	0	+

Tập nghiệm của bất phương trình là $S = \left[\frac{3-\sqrt{129}}{4}; \frac{3+\sqrt{129}}{4} \right]$.

Do đó bất phương trình có 6 nghiệm nguyên là $-2, -1, 0, 1, 2, 3$.

Đáp án A.

Câu 27: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $x^2 - (m+2)x + 8m + 1 \leq 0$ vô nghiệm.

A. $m \in [0; 28]$. **B.** $m \in (-\infty; 0) \cup (28; +\infty)$.

C. $m \in (-\infty; 0] \cup [28; +\infty)$. **D.** $m \in (0; 28)$.

Lời giải

Bất phương trình vô nghiệm khi và chỉ khi $(m+2)^2 - 4(8m+1) < 0 \Leftrightarrow m^2 - 28m < 0 \Rightarrow 0 < m < 28$

Đáp án D.

Câu 28: Số nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2 - 3x + 1} = 4x - 1$ là

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Phương trình $\sqrt{x^2 - 3x + 1} = 4x - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} 4x - 1 \geq 0 \\ x^2 - 3x + 1 = (4x - 1)^2 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{4} \\ 15x^2 - 5x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{4} \\ x = 0(l) \\ x = \frac{1}{3}(n) \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}$$

Đáp án B.

Câu 29: Cho đường thẳng d có phương trình tham số $\begin{cases} x = 5 + t \\ y = -9 - 2t \end{cases}$. Phương trình tổng quát của đường thẳng d là

A. $2x + y - 1 = 0$. **B.** $-2x + y - 1 = 0$. **C.** $x + 2y + 1 = 0$. **D.** $2x + 3y - 1 = 0$.

Lời giải

Đường thẳng $(d): \begin{cases} x = 5 + t \\ y = -9 - 2t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = x - 5 \\ y = -9 - 2(x - 5) \end{cases} \Rightarrow y = -9 - 2(x - 5) \Leftrightarrow 2x + y - 1 = 0$.

Đáp án A.

Câu 30: Đường thẳng d đi qua điểm $M(-2;1)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = -2 + 5t \end{cases}$ có phương trình tham số là:

- A. $\begin{cases} x = -2 - 3t \\ y = 1 + 5t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = -2 + 5t \\ y = 1 + 3t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = 2 + 5t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 1 + 5t \\ y = 2 + 3t \end{cases}$

Lời giải

$$\begin{cases} M(-2;1) \in d \\ \vec{u}_\Delta = (-3;5) \\ d \perp \Delta \end{cases} \rightarrow \begin{cases} M(-2;1) \in d \\ \vec{n}_d = (-3;5) \rightarrow \vec{u}_d = (5;3) \end{cases} \rightarrow d: \begin{cases} x = -2 + 5t \\ y = 1 + 3t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$$

Đáp án B.

Câu 31: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để khoảng cách từ điểm $A(-1;2)$ đến đường thẳng $\Delta: mx + y - m + 4 = 0$ bằng $2\sqrt{5}$.

- A. $m = 2$. B. $\begin{cases} m = -2 \\ m = \frac{1}{2} \end{cases}$ C. $m = -\frac{1}{2}$ D. Không tồn tại m .

Lời giải

$$d(A; \Delta) = \frac{|-m + 2 - m + 4|}{\sqrt{m^2 + 1}} = 2\sqrt{5} \Leftrightarrow |m - 3| = \sqrt{5} \cdot \sqrt{m^2 + 1} \Leftrightarrow 4m^2 + 6m - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = -2 \\ m = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Đáp án B.

Câu 32: Trong mặt phẳng Oxy, đường tròn đi qua ba điểm $A(1;2)$, $B(5;2)$, $C(1;-3)$ có phương trình là.

- A. $x^2 + y^2 + 25x + 19y - 49 = 0$. B. $2x^2 + y^2 - 6x + y - 3 = 0$.
C. $x^2 + y^2 - 6x + y - 1 = 0$. D. $x^2 + y^2 - 6x + xy - 1 = 0$.

Lời giải

Gọi (C) là phương trình đường tròn đi qua ba điểm A, B, C với tâm $I(a; b)$

$\Rightarrow (C)$ có dạng: $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$. Vì đường tròn (C) đi qua qua ba điểm A, B, C nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 1 + 4 - 2a - 4b + c = 0 \\ 25 + 4 - 10a - 4b + c = 0 \\ 1 + 9 - 2a + 6b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2a - 4b + c = -5 \\ -10a - 4b + c = -29 \\ -2a + 6b + c = -10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -\frac{1}{2} \\ c = -1 \end{cases}$$

Vậy phương trình đường tròn cần tìm là $x^2 + y^2 - 6x + y - 1 = 0$.

Đáp án C.

Câu 33: Trong hệ trục tọa độ Oxy, cho đường tròn (C) đi qua hai điểm $A(1;2), B(3,4)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: 3x + y - 3 = 0$, biết tâm của (C) có tọa độ là những số nguyên. Phương trình đường tròn (C) là

- A. $x^2 + y^2 - 3x - 7y + 12 = 0$. B. $x^2 + y^2 - 6x - 4y + 5 = 0$.
 C. $x^2 + y^2 - 8x - 2y + 7 = 0$. D. $x^2 + y^2 - 2x - 8y + 20 = 0$.

Lời giải

Ta có: $\overline{AB} = (2; 2)$; đoạn AB có trung điểm $M(2; 3)$

\Rightarrow Phương trình đường trung trực của đoạn AB là $d: x + y - 5 = 0$.

Gọi I là tâm của (C) $\Rightarrow I \in d \Rightarrow I(a; 5-a), a \in \mathbb{Z}$.

Ta có: $R = IA = d(I; \Delta) = \sqrt{(a-1)^2 + (a-3)^2} = \frac{|2a+2|}{\sqrt{10}} \Leftrightarrow a = 4 \Rightarrow I(4; 1), R = \sqrt{10}$.

Vậy phương trình đường tròn là: $(x-4)^2 + (y-1)^2 = 10 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 8x - 2y + 7 = 0$.

Đáp án C.

Câu 34: Cho đường hypebol có phương trình (H): $100x^2 - 25y^2 = 100$. Tiêu cự của hypebol đó là

- A. $2\sqrt{10}$. B. $2\sqrt{104}$. C. $\sqrt{10}$. D. $\sqrt{104}$.

Lời giải

(H): $100x^2 - 25y^2 = 100 \Leftrightarrow \frac{x^2}{100} - \frac{y^2}{4} = 1$.

$a = 10, b = 2 \Rightarrow c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{104}$.

Tiêu cự của hypebol là $2\sqrt{104}$.

Đáp án B.

Câu 35: Cho parabol (P): $y^2 = 8x$ có tiêu điểm là

- A. $F(0; 4)$. B. $F(0; 2)$. C. $F(2; 0)$. D. $F(4; 0)$.

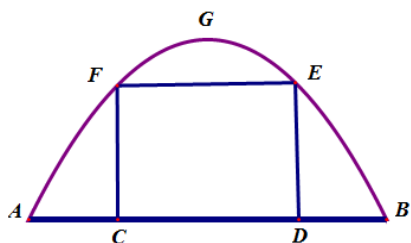
Lời giải

Ta có $2p = 8 \Rightarrow p = 4$.

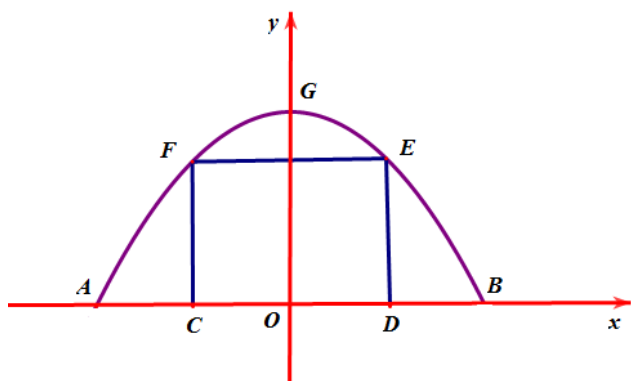
Parabol có tiêu điểm $F(2; 0)$.

Đáp án C.**Phần tự luận (3 điểm)**

Bài 1. Một chiếc cổng hình parabol bao gồm một cửa chính hình chữ nhật ở giữa và hai cánh cửa phụ hai bên như hình vẽ. Biết chiều cao cổng parabol là 4m còn kích thước cửa ở giữa là 3m x 4m. Hãy tính khoảng cách giữa hai điểm A và B.



Lời giải



Gắn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ, chiếc cổng là 1 phần của parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$ với $a < 0$.

Do parabol (P) đối xứng qua trục tung nên có trục đối xứng $x = 0 \Rightarrow -\frac{b}{2a} = 0 \Leftrightarrow b = 0$.

Chiều cao của cổng parabol là 4m nên $G(0;4) \Rightarrow c = 4$

$\Rightarrow (P): y = ax^2 + 4$.

Lại có, kích thước cửa ở giữa là 3m x 4m nên $E(2;3) \Rightarrow 3 = 4a + 4 \Rightarrow a = -\frac{1}{4}$.

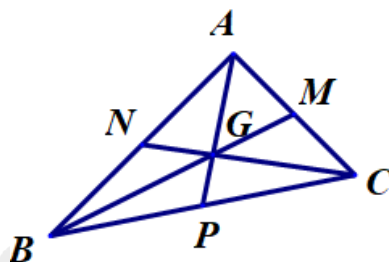
Vậy $(P): y = -\frac{1}{4}x^2 + 4$.

Ta có $-\frac{1}{4}x^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = -4 \end{cases}$ nên $A(-4;0); B(4;0)$ hay $AB = 8$.

Bài 2. Cho tam giác ABC có $A(1;3)$ và hai đường trung tuyến $BM: x + 7y - 10 = 0$ và $CN: x - 2y + 2 = 0$.

Viết phương trình đường thẳng chứa cạnh BC của tam giác ABC.

Lời giải



Vì $B \in BM$ nên tọa độ điểm B có dạng $B(-7b+10;b)$.

Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC .

Khi đó tọa độ điểm G là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} x+7y-10=0 \\ x-2y+2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{2}{3} \\ y=\frac{4}{3} \end{cases} \Rightarrow G\left(\frac{2}{3};\frac{4}{3}\right).$$

Gọi $P(x;y)$ là trung điểm của BC .

Khi đó AP là đường trung tuyến của tam giác ABC .

$$\text{Suy ra } \overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AP} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2}{3}-1 = \frac{2}{3}(x-1) \\ \frac{4}{3}-3 = \frac{2}{3}(y-3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{1}{2} \\ y=\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow P\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right).$$

$$\text{Vì } P \text{ là trung điểm của } BC \text{ nên } \begin{cases} x_C = 2x_P - x_B \\ y_C = 2y_P - y_B \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = 7b-9 \\ y_C = 1-b \end{cases} \Rightarrow C(7b-9;1-b).$$

Vì $C \in CN$ nên $7b-9-2.(1-b)+2=0 \Leftrightarrow b=1$.

Khi đó $B(3;1)$, $C(-2;0)$.

Vậy phương trình đường thẳng BC đi qua hai điểm B và C là $x-5y+2=0$.

Bài 3. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{mx}{\sqrt{x-m+2}-1}$ xác định trên $(0;1)$.

Lời giải

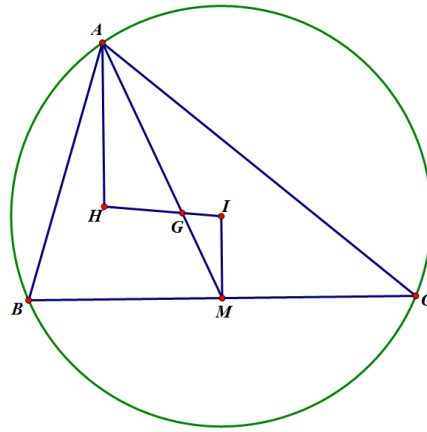
$$\text{Hàm số xác định trên } (0;1) \Leftrightarrow \begin{cases} x-m+2 \geq 0 \\ \sqrt{x-m+2}-1 \neq 0 \end{cases} \forall x \in (0;1)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq m-2 \\ \sqrt{x-m+2} \neq 1 \end{cases} \forall x \in (0;1) \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq m-2 \\ x \neq m-1 \end{cases} \forall x \in (0;1) \Leftrightarrow \begin{cases} m-2 \leq 0 \\ m-1 \geq 1 \\ m-1 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 2 \\ m \geq 2 \\ m \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 1 \\ m = 2 \end{cases}$$

Vậy $m \in (-\infty;1] \cup \{2\}$.

Bài 4. Cho tam giác ABC biết $H(3;2)$, $G\left(\frac{5}{3};\frac{8}{3}\right)$ lần lượt là trực tâm và trọng tâm của tam giác, đường thẳng BC có phương trình $x+2y-2=0$. Tìm phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC ?

Lời giải



*) Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

$$\Rightarrow \overrightarrow{HI} = \frac{3}{2} \overrightarrow{HG} \Rightarrow \begin{cases} x_I - 3 = \frac{3}{2} \left(\frac{5}{3} - 3 \right) \\ y_I - 2 = \frac{3}{2} \left(\frac{8}{3} - 2 \right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_I = 1 \\ y_I = 3 \end{cases}$$

*) Gọi M là trung điểm của $BC \Rightarrow IM \perp BC \Rightarrow IM : 2x - y + 1 = 0$.

$$M = IM \cap BC \Rightarrow \begin{cases} 2x - y = -1 \\ x + 2y = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow M(0;1).$$

$$\text{Lại có: } \overrightarrow{MA} = 3\overrightarrow{MG} \Rightarrow \begin{cases} x_A = 3 \cdot \frac{5}{3} \\ y_A - 1 = 3 \cdot \left(\frac{8}{3} - 1 \right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_A = 5 \\ y_A = 6 \end{cases}$$

Suy ra: bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là $R = IA = 5$.

Vậy phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 25$.