

ĐỀ THI GIỮA KÌ II – Đề số 1

Môn: Toán - Lớp 10

Bộ sách Kết nối tri thức với cuộc sống

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM



HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Phần trắc nghiệm

Câu 1. C	Câu 2. B	Câu 3. B	Câu 4. D	Câu 5. A	Câu 6. B	Câu 7. A
Câu 8. B	Câu 9. A	Câu 10. A	Câu 11. C	Câu 12. D	Câu 13. D	Câu 14. D
Câu 15. C	Câu 16. A	Câu 17. A	Câu 18. D	Câu 19. A	Câu 20. D	Câu 21. B
Câu 22. C	Câu 23. B	Câu 24. D	Câu 25. D	Câu 26. A	Câu 27. D	Câu 28. D
Câu 29. A	Câu 30. B	Câu 31. B	Câu 32. C	Câu 33. C	Câu 34. B	Câu 35. C

Câu 1: Tập xác định của hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ là:

- A. $\mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$. B. $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$. C. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. D. $(1; +\infty)$.

Lời giải

Điều kiện xác định: $x-1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$

Vậy tập xác định của hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ là $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

Đáp án C.

Câu 2: Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trên \mathbb{R} ?

- A. $y = x$. B. $y = -2x$. C. $y = 2x$. D. $y = \frac{1}{2}x$

Lời giải

Hàm số $y = ax + b$ với $a \neq 0$ nghịch biến trên \mathbb{R} khi và chỉ khi $a < 0$.

Đáp án B.

Câu 3: Cho hàm số $f(x) = \sqrt{2x^2 + 1}$. Giá trị $f(-2)$ bằng

- A. -3 . B. 3 . C. 4 . D. Không xác định.

Lời giải

Ta có $f(-2) = \sqrt{2 \cdot (-2)^2 + 1} = 3$.

Đáp án B.

Câu 4: Khoảng đồng biến của hàm số $y = x^2 - 4x + 3$ là

- A. $(-\infty; -2)$. B. $(-\infty; 2)$. C. $(-2; +\infty)$. D. $(2; +\infty)$.

Lời giải

Hàm số $y = x^2 - 4x + 3$ có $a = 1 > 0$ nên đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{b}{2a}; +\infty\right)$.

Vì vậy hàm số đồng biến trên $(2; +\infty)$.

Đáp án D.

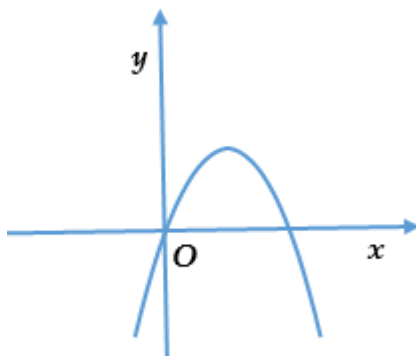
Câu 5: Trục đối xứng của đồ thị hàm số $y = ax^2 + bx + c$, ($a \neq 0$) là đường thẳng nào dưới đây?

- A. $x = -\frac{b}{2a}$. B. $x = -\frac{c}{2a}$. C. $x = -\frac{\Delta}{4a}$. D. $x = \frac{b}{2a}$.

Lời giải

Đáp án A.

Câu 6: Cho parabol $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Khẳng định nào dưới đây đúng?



- A. $a > 0$. B. $a < 0$. C. $a = 1$. D. $a = 2$.

Lời giải

Bề lõm hướng xuống $a < 0$.

Đáp án B.

Câu 7: Cho $f(x) = ax^2 + bx + c$, ($a \neq 0$) và $\Delta = b^2 - 4ac$. Cho biết dấu của Δ khi $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a với mọi $x \in \mathbb{R}$.

- A. $\Delta < 0$. B. $\Delta = 0$. C. $\Delta > 0$. D. $\Delta \geq 0$.

Lời giải

Theo định lý về dấu của tam thức bậc hai thì $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a với mọi $x \in \mathbb{R}$ khi $\Delta < 0$.

Đáp án A.

Câu 8: Tập nghiệm S của bất phương trình $x^2 - x - 6 \leq 0$.

- A. $S = (-\infty; -3) \cup (2; +\infty)$. B. $[-2; 3]$.
 C. $[-3; 2]$. D. $(-\infty; -3] \cup [2; +\infty)$.

Lời giải

Ta có: $x^2 - x - 6 \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 3$.

Tập nghiệm bất phương trình là: $S = [-2; 3]$.

Đáp án B.

Câu 9: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $x^2 - 4x + 4 > 0$.

- A. $S = \mathbb{R} \setminus \{2\}$. B. $S = \mathbb{R}$. C. $S = (2; +\infty)$. D. $S = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

Lời giải

* Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$x^2 - 4x + 4$	$+$	0	$+$

* Tập nghiệm của bất phương trình là $S = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Đáp án A.

Câu 10: Phương trình $\sqrt{x-1} = x-3$ có tập nghiệm là

- A. $S = \{5\}$. B. $S = \{2; 5\}$. C. $S = \{2\}$. D. $S = \emptyset$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \sqrt{x-1} = x-3 \Leftrightarrow \begin{cases} x-3 \geq 0 \\ x-1 = (x-3)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x^2 - 7x + 10 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ \begin{cases} x = 2 \Leftrightarrow x = 5 \\ x = 5 \end{cases} \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $S = \{5\}$.

Đáp án A.

Câu 11: Số nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2 - 4x + 3} = \sqrt{1-x}$ là

- A. Vô số. B. 2. C. 1. D. 0.

Lời giải

$$\text{Ta có } \sqrt{x^2 - 4x + 3} = \sqrt{1-x}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1-x \geq 0 \\ x^2 - 4x + 3 = 1-x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 1 \\ x^2 - 3x + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 1 \\ \begin{cases} x = 1 \Leftrightarrow x = 1. \\ x = 2 \end{cases} \end{cases}$$

Vậy phương trình đã cho có 1 nghiệm.

Đáp án C.

Câu 12: Trong mặt phẳng Oxy, đường thẳng $(d): ax + by + c = 0, (a^2 + b^2 \neq 0)$. Vector nào sau đây là một vector pháp tuyến của đường thẳng (d) ?

- A. $\vec{n} = (a; -b)$. B. $\vec{n} = (b; a)$. C. $\vec{n} = (b; -a)$. D. $\vec{n} = (a; b)$.

Lời giải

Ta có một vectơ pháp tuyến của đường thẳng (d) là $\vec{n} = (a; b)$.

Do đó chọn đáp án **D.** $\vec{n}_1 = (-a; b)$.

Đáp án D.

Câu 13: Phương trình tham số của đường thẳng đi qua hai điểm $A(2; -1)$ và $B(2; 5)$ là

- A. $\begin{cases} x = 2t \\ y = -6t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 5 + 6t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + 6t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 + 6t \end{cases}$

Lời giải

Vectơ chỉ phương $\overrightarrow{AB} = (0; 6)$.

Phương trình đường thẳng AB đi qua A và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{AB} = (0; 6)$ là $\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 + 6t \end{cases}$

Đáp án D.

Câu 14: Trong mặt phẳng Oxy, đường thẳng $d: x - 2y - 1 = 0$ song song với đường thẳng có phương trình nào sau đây?

- A. $x + 2y + 1 = 0$. B. $2x - y = 0$. C. $-x + 2y + 1 = 0$. D. $-2x + 4y - 1 = 0$.

Lời giải

Ta kiểm tra lần lượt các đường thẳng

.+) Với $d_1: x + 2y + 1 = 0$ có $\frac{1}{1} \neq \frac{2}{-2} \Rightarrow d$ cắt d_1 .

.+) Với $d_2: 2x - y = 0$ có $\frac{2}{1} \neq \frac{-1}{-2} \Rightarrow d$ cắt d_2 .

.+) Với $d_3: -x + 2y + 1 = 0$ có $\frac{-1}{1} = \frac{2}{-2} \neq \frac{1}{-1} \Rightarrow d$ trùng d_3 .

.+) Với $d_4: -2x + 4y - 1 = 0$ có $\frac{1}{-2} = \frac{-2}{4} \neq \frac{-1}{-1} \Rightarrow d$ song song d_4 .

Đáp án D.

Câu 15: Tính góc giữa hai đường thẳng $\Delta: x - \sqrt{3}y + 2 = 0$ và $\Delta': x + \sqrt{3}y - 1 = 0$.

- A. 90° . B. 120° . C. 60° . D. 30° .

Lời giải

Đường thẳng Δ có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; -\sqrt{3})$, đường thẳng Δ' có vectơ pháp tuyến $\vec{n}' = (1; \sqrt{3})$.

Gọi α là góc giữa hai đường thẳng Δ, Δ' . $\cos \alpha = \left| \cos(\vec{n}, \vec{n}') \right| = \frac{|1-3|}{\sqrt{1+3}\sqrt{1+3}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$.

Đáp án C.

Câu 16: Khoảng cách từ điểm $M(5; -1)$ đến đường thẳng $3x + 2y + 13 = 0$ là:

- A. $2\sqrt{13}$. B. $\frac{28}{\sqrt{13}}$. C. 26. D. $\frac{\sqrt{13}}{2}$.

Lời giải

$$\text{Khoảng cách } d = \frac{|3 \cdot 5 + 2 \cdot (-1) + 13|}{\sqrt{3^2 + 2^2}} = \frac{26}{\sqrt{13}} = 2\sqrt{13}.$$

Đáp án A.

Câu 17: Phương trình nào sau đây là phương trình đường tròn?

- A. $x^2 + y^2 - 6x - 10y + 30 = 0$. B. $x^2 + y^2 - 3x - 2y + 30 = 0$.
 C. $4x^2 + y^2 - 10x - 6y - 2 = 0$. D. $x^2 + 2y^2 - 4x - 8y + 1 = 0$.

Lời giải

Phương trình đường tròn đã cho có dạng: $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$ là phương trình đường tròn $\Leftrightarrow a^2 + b^2 - c > 0$.

Xét đáp án A, ta có $a = 3, b = 5, c = 30 \Rightarrow a^2 + b^2 - c = 4 > 0$.

Đáp án A.

Câu 18: Phương trình nào sau đây là phương trình của đường tròn tâm $I(-1; 2)$, bán kính bằng 3?

- A. $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 9$. B. $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 = 9$.
 C. $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 9$. D. $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 9$.

Lời giải

Phương trình đường tròn tâm $I(-1; 2)$ và bán kính $R = 3$ là: $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 9$.

Đáp án D.

Câu 19: Đường elip $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{7} = 1$ cắt trục tung tại hai điểm B_1, B_2 . Độ dài B_1B_2 bằng

- A. $2\sqrt{7}$. B. $\sqrt{7}$. C. 3. D. 6.

Lời giải

Ta có $x = 0 \Rightarrow y = \pm\sqrt{7}$.

Elip cắt trục tung tại hai điểm $B_1(0; -\sqrt{7})$, $B_2(0; \sqrt{7})$. Suy ra $B_1B_2 = 2\sqrt{7}$.

Đáp án A.

Câu 20: Tọa độ các tiêu điểm của hypebol (H): $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{3} = 1$ là

- A. $F_1 = (-5; 0); F_2 = (5; 0)$. B. $F_1 = (0; -5); F_2 = (0; 5)$.

C. $F_1 = (0; -\sqrt{7}); F_2 = (0; \sqrt{7})$. D. $F_1 = (-\sqrt{7}; 0); F_2 = (\sqrt{7}; 0)$.

Lời giải

Gọi $F_1 = (-c; 0); F_2 = (c; 0)$ là hai tiêu điểm của (H) .

Từ phương trình $(H): \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{3} = 1$, ta có: $a^2 = 4$ và $b^2 = 3$ suy ra $c^2 = a^2 + b^2 = 7 \Rightarrow c = \sqrt{7}, (c > 0)$.

Vậy tọa độ các tiêu điểm của (H) là $F_1 = (-\sqrt{7}; 0); F_2 = (\sqrt{7}; 0)$.

Đáp án D.

Câu 21: Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{4-x} + \sqrt{x-2}$ là

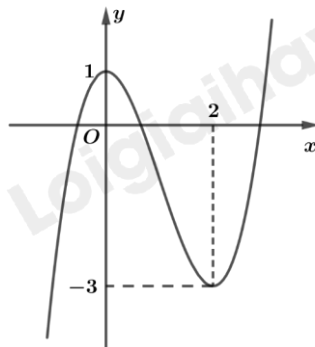
- A. $D = (2; 4)$ B. $D = [2; 4]$ C. $D = \{2; 4\}$ D. $D = (-\infty; 2) \cup (4; +\infty)$

Lời giải

Điều kiện: $\begin{cases} 4-x \geq 0 \\ x-2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 4 \\ x \geq 2 \end{cases}$ suy ra TXĐ: $D = [2; 4]$.

Đáp án B.

Câu 22: Cho hàm số có đồ thị như hình bên dưới.



Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 3)$. B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.
 C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$. D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 3)$.

Lời giải

Trên khoảng $(0; 2)$, đồ thị hàm số đi xuống từ trái sang phải nên hàm số nghịch biến.

Đáp án C.

Câu 23: Đồ thị hàm số $y = f(x) = \begin{cases} 2x + 3 & \text{khi } x \leq 2 \\ x^2 - 3 & \text{khi } x > 2 \end{cases}$ đi qua điểm có tọa độ nào sau đây ?

- A. $(0; -3)$ B. $(3; 6)$ C. $(2; 5)$ D. $(2; 1)$

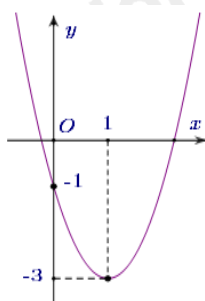
Lời giải

Thay tọa độ điểm $(0; -3)$ vào hàm số ta được : $f(0) = 3 \neq -3$ nên loại đáp án A

Thay tọa độ điểm $(3; 6)$ vào hàm số ta được : $f(3) = 9 - 3 = 6$, thỏa mãn nên chọn đáp án B

Đáp án B.

Câu 24: Cho parabol $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình sau



Phương trình của parabol này là

- A. $y = -x^2 + x - 1$. B. $y = 2x^2 + 4x - 1$. C. $y = x^2 - 2x - 1$. D. $y = 2x^2 - 4x - 1$.

Lời giải

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $(0; -1)$ nên $c = -1$.

Tọa độ đỉnh $I(1; -3)$, ta có phương trình:
$$\begin{cases} -\frac{b}{2a} = 1 \\ a \cdot 1^2 + b \cdot 1 - 1 = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + b = 0 \\ a + b = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -4 \end{cases}$$

Vậy parabol cần tìm là: $y = 2x^2 - 4x - 1$.

Đáp án D.

Câu 25: Tọa độ giao điểm của $(P): y = x^2 - 4x$ với đường thẳng $d: y = -x - 2$ là

- A. $M(0; -2), N(2; -4)$. B. $M(-1; -1), N(-2; 0)$.
C. $M(-3; 1), N(3; -5)$. D. $M(1; -3), N(2; -4)$.

Lời giải

Hoành độ giao điểm của (P) và d là nghiệm của phương trình:

$$x^2 - 4x = -x - 2 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Vậy tọa độ giao điểm của (P) và d là $M(1; -3), N(2; -4)$.

Đáp án D.

Câu 26: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $2x^2 - 3x - 15 \leq 0$ là

- A. 6. B. 5. C. 8. D. 7.

Lời giải

Lời giải

$$\text{Đường thẳng } (d): \begin{cases} x = 5 + t \\ y = -9 - 2t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = x - 5 \\ y = -9 - 2t \end{cases} \Rightarrow y = -9 - 2(x - 5) \Leftrightarrow 2x + y - 1 = 0.$$

Đáp án A.

Câu 30: Đường thẳng d đi qua điểm $M(-2;1)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = -2 + 5t \end{cases}$ có phương trình tham số là:

A. $\begin{cases} x = -2 - 3t \\ y = 1 + 5t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = -2 + 5t \\ y = 1 + 3t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = 2 + 5t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 1 + 5t \\ y = 2 + 3t \end{cases}$

Lời giải

$$\begin{cases} M(-2;1) \in d \\ \vec{u}_\Delta = (-3;5) \\ d \perp \Delta \end{cases} \rightarrow \begin{cases} M(-2;1) \in d \\ \vec{n}_d = (-3;5) \rightarrow \vec{u}_d = (5;3) \end{cases} \rightarrow d: \begin{cases} x = -2 + 5t \\ y = 1 + 3t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$$

Đáp án B.

Câu 31: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để khoảng cách từ điểm $A(-1;2)$ đến đường thẳng $\Delta: mx + y - m + 4 = 0$ bằng $2\sqrt{5}$.

A. $m = 2$. B. $\begin{cases} m = -2 \\ m = \frac{1}{2} \end{cases}$ C. $m = -\frac{1}{2}$. D. Không tồn tại m .

Lời giải

$$d(A; \Delta) = \frac{|-m + 2 - m + 4|}{\sqrt{m^2 + 1}} = 2\sqrt{5} \Leftrightarrow |m - 3| = \sqrt{5} \cdot \sqrt{m^2 + 1} \Leftrightarrow 4m^2 + 6m - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = -2 \\ m = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Đáp án B.

Câu 32: Trong mặt phẳng Oxy, đường tròn đi qua ba điểm $A(1;2)$, $B(5;2)$, $C(1;-3)$ có phương trình là.

A. $x^2 + y^2 + 25x + 19y - 49 = 0$. B. $2x^2 + y^2 - 6x + y - 3 = 0$.
C. $x^2 + y^2 - 6x + y - 1 = 0$. D. $x^2 + y^2 - 6x + xy - 1 = 0$.

Lời giải

Gọi (C) là phương trình đường tròn đi qua ba điểm A, B, C với tâm $I(a;b)$

$\Rightarrow (C)$ có dạng: $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$. Vì đường tròn (C) đi qua ba điểm A, B, C nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 1+4-2a-4b+c=0 \\ 25+4-10a-4b+c=0 \\ 1+9-2a+6b+c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2a-4b+c=-5 \\ -10a-4b+c=-29 \\ -2a+6b+c=-10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=-\frac{1}{2} \\ c=-1 \end{cases}$$

Vậy phương trình đường tròn cần tìm là $x^2 + y^2 - 6x + y - 1 = 0$.

Đáp án C.

Câu 33: Trong hệ trục tọa độ Oxy, cho đường tròn (C) đi qua hai điểm A(1;2), B(3,4) và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: 3x + y - 3 = 0$, biết tâm của (C) có tọa độ là những số nguyên. Phương trình đường tròn (C) là

- A. $x^2 + y^2 - 3x - 7y + 12 = 0$. B. $x^2 + y^2 - 6x - 4y + 5 = 0$.
 C. $x^2 + y^2 - 8x - 2y + 7 = 0$. D. $x^2 + y^2 - 2x - 8y + 20 = 0$.

Lời giải

Ta có: $\overline{AB} = (2; 2)$; đoạn AB có trung điểm M(2;3)

\Rightarrow Phương trình đường trung trực của đoạn AB là $d: x + y - 5 = 0$.

Gọi I là tâm của (C) $\Rightarrow I \in d \Rightarrow I(a; 5-a), a \in \mathbb{Z}$.

Ta có: $R = IA = d(I; \Delta) = \frac{|2a+2|}{\sqrt{10}} = \sqrt{(a-1)^2 + (a-3)^2} \Leftrightarrow a = 4 \Rightarrow I(4; 1), R = \sqrt{10}$.

Vậy phương trình đường tròn là: $(x-4)^2 + (y-1)^2 = 10 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 8x - 2y + 7 = 0$.

Đáp án C.

Câu 34: Cho đường hypebol có phương trình (H): $100x^2 - 25y^2 = 100$. Tiêu cự của hypebol đó là

- A. $2\sqrt{10}$. B. $2\sqrt{104}$. C. $\sqrt{10}$. D. $\sqrt{104}$.

Lời giải

(H): $100x^2 - 25y^2 = 100 \Leftrightarrow \frac{x^2}{100} - \frac{y^2}{4} = 1$.

$a = 10, b = 2 \Rightarrow c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{104}$.

Tiêu cự của hypebol là $2\sqrt{104}$.

Đáp án B.

Câu 35: Cho parabol (P): $y^2 = 8x$ có tiêu điểm là

- A. F(0;4). B. F(0;2). C. F(2;0). D. F(4;0).

Lời giải

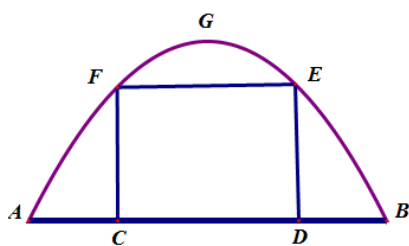
Ta có $2p = 8 \Rightarrow p = 4$.

Parabol có tiêu điểm F(2;0).

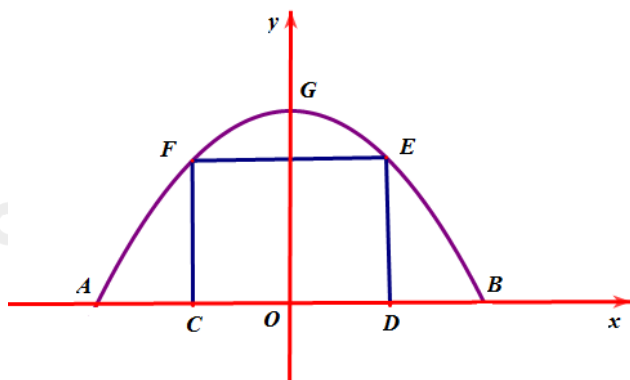
Đáp án C.

Phần tự luận (3 điểm)

Bài 1. Một chiếc cổng hình parabol bao gồm một cửa chính hình chữ nhật ở giữa và hai cánh cửa phụ hai bên như hình vẽ. Biết chiều cao cổng parabol là 4m còn kích thước cửa ở giữa là 3m x 4m. Hãy tính khoảng cách giữa hai điểm A và B.



Lời giải



Gắn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ, chiếc cổng là 1 phần của parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$ với $a < 0$.

Do parabol (P) đối xứng qua trục tung nên có trục đối xứng $x = 0 \Rightarrow -\frac{b}{2a} = 0 \Leftrightarrow b = 0$.

Chiều cao của cổng parabol là 4m nên $G(0;4) \Rightarrow c = 4$

$\Rightarrow (P): y = ax^2 + 4$.

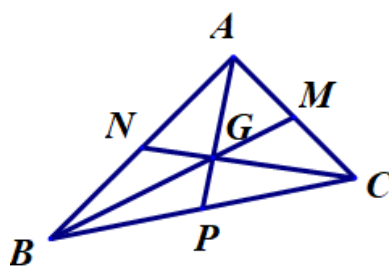
Lại có, kích thước cửa ở giữa là 3m x 4m nên $E(2;3) \Rightarrow 3 = 4a + 4 \Rightarrow a = -\frac{1}{4}$.

Vậy $(P): y = -\frac{1}{4}x^2 + 4$.

Ta có $-\frac{1}{4}x^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = -4 \end{cases}$ nên $A(-4;0); B(4;0)$ hay $AB = 8$.

Bài 2. Cho tam giác ABC có $A(1;3)$ và hai đường trung tuyến $BM: x + 7y - 10 = 0$ và $CN: x - 2y + 2 = 0$.
Viết phương trình đường thẳng chứa cạnh BC của tam giác ABC.

Lời giải



Vì $B \in BM$ nên tọa độ điểm B có dạng $B(-7b+10;b)$.

Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC .

Khi đó tọa độ điểm G là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} x+7y-10=0 \\ x-2y+2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{2}{3} \\ y=\frac{4}{3} \end{cases} \Rightarrow G\left(\frac{2}{3};\frac{4}{3}\right).$$

Gọi $P(x;y)$ là trung điểm của BC .

Khi đó AP là đường trung tuyến của tam giác ABC .

$$\text{Suy ra } \overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AP} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2}{3}-1 = \frac{2}{3}(x-1) \\ \frac{4}{3}-3 = \frac{2}{3}(y-3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{1}{2} \\ y=\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow P\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right).$$

$$\text{Vì } P \text{ là trung điểm của } BC \text{ nên } \begin{cases} x_C = 2x_P - x_B \\ y_C = 2y_P - y_B \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = 7b-9 \\ y_C = 1-b \end{cases} \Rightarrow C(7b-9;1-b).$$

$$\text{Vì } C \in CN \text{ nên } 7b-9-2.(1-b)+2=0 \Leftrightarrow b=1.$$

Khi đó $B(3;1), C(-2;0)$.

Vậy phương trình đường thẳng BC đi qua hai điểm B và C là $x-5y+2=0$.

Bài 3. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{mx}{\sqrt{x-m+2}-1}$ xác định trên $(0;1)$.

Lời giải

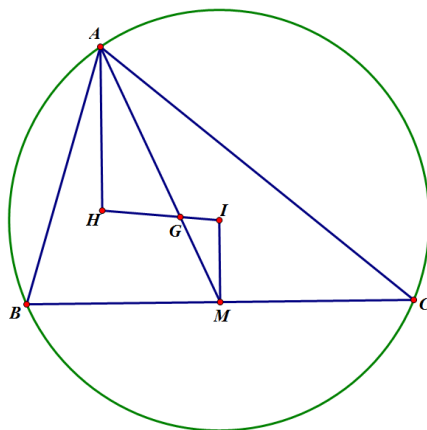
$$\text{Hàm số xác định trên } (0;1) \Leftrightarrow \begin{cases} x-m+2 \geq 0 \\ \sqrt{x-m+2}-1 \neq 0 \end{cases} \forall x \in (0;1)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq m-2 \\ \sqrt{x-m+2} \neq 1 \end{cases} \forall x \in (0;1) \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq m-2 \\ x \neq m-1 \end{cases} \forall x \in (0;1) \Leftrightarrow \begin{cases} m-2 \leq 0 \\ m-1 \geq 1 \\ m-1 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 2 \\ m \geq 2 \\ m \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 1 \\ m = 2 \end{cases}$$

Vậy $m \in (-\infty;1] \cup \{2\}$.

Bài 4. Cho tam giác ABC biết $H(3;2)$, $G\left(\frac{5}{3};\frac{8}{3}\right)$ lần lượt là trực tâm và trọng tâm của tam giác, đường thẳng BC có phương trình $x+2y-2=0$. Tìm phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC ?

Lời giải



*) Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

$$\Rightarrow \overrightarrow{HI} = \frac{3}{2} \overrightarrow{HG} \Rightarrow \begin{cases} x_I - 3 = \frac{3}{2} \left(\frac{5}{3} - 3 \right) \\ y_I - 2 = \frac{3}{2} \left(\frac{8}{3} - 2 \right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_I = 1 \\ y_I = 3 \end{cases}$$

*) Gọi M là trung điểm của $BC \Rightarrow IM \perp BC \Rightarrow IM : 2x - y + 1 = 0$.

$$M = IM \cap BC \Rightarrow \begin{cases} 2x - y = -1 \\ x + 2y = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow M(0;1)$$

$$\text{Lại có: } \overrightarrow{MA} = 3\overrightarrow{MG} \Rightarrow \begin{cases} x_A - 0 = 3 \cdot \frac{5}{3} \\ y_A - 1 = 3 \cdot \left(\frac{8}{3} - 1 \right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_A = 5 \\ y_A = 6 \end{cases}$$

Suy ra: bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là $R = IA = 5$.

Vậy phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 25$.