

## ĐỀ THI GIỮA KÌ II – Đề số 5

Môn: Toán - Lớp 11

Bộ sách Chân trời sáng tạo

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM



HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

### Phần trắc nghiệm

Câu 1. D	Câu 2. B	Câu 3. C	Câu 4. A	Câu 5. C	Câu 6. A	Câu 7. B
Câu 8. A	Câu 9. C	Câu 10. D	Câu 11. C	Câu 12. B	Câu 13. C	Câu 14. A
Câu 15. B	Câu 16. C	Câu 17. A	Câu 18. D	Câu 19. C	Câu 20. B	Câu 21. A
Câu 22. D	Câu 23. C	Câu 24. D	Câu 25. C	Câu 26. B	Câu 27. B	Câu 28. A
Câu 29. B	Câu 30. A	Câu 31. A	Câu 32. B	Câu 33. C	Câu 34. C	Câu 35. A

**Câu 1:** Chọn đáp án đúng.

Với  $a$  là số thực khác 0 thì:

A.  $a^0 = 0$ .

B.  $a^0 = \frac{1}{a}$ .

C.  $a^0 = -1$ .

D.  $a^0 = 1$ .

**Phương pháp**

Với  $a$  là số thực khác 0 thì  $a^0 = 1$ .

**Lời giải**

Với  $a$  là số thực khác 0 thì  $a^0 = 1$ .

**Đáp án D.**

**Câu 2:** Cho biểu thức  $P = \sqrt[n]{x}$  với  $x > 0$ . Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A.  $P = x^{\sqrt{6}}$ .

B.  $P = x^{\frac{1}{6}}$ .

C.  $P = x^6$ .

D.  $P = x^{-6}$ .

**Phương pháp**

Cho số thực dương  $a$  và số hữu tỉ  $r = \frac{m}{n}$ , trong đó  $m, n \in \mathbb{Z}, n > 0$ . Ta có:  $a^r = a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$

**Lời giải**

$$P = \sqrt[n]{x} = x^{\frac{1}{n}}$$

**Đáp án B.**

**Câu 3:** Chọn đáp án đúng:

A.  $\sqrt[8]{(x-1)^8} = x-1$ .

B.  $\sqrt[8]{(x-1)^8} = x+1$ .

C.  $\sqrt[8]{(x-1)^8} = |x-1|$ .

D.  $\sqrt[8]{(x-1)^8} = -x+1$ .

**Phương pháp**

$\sqrt[n]{a^n} = |a|$  khi  $n$  chẵn (với các biểu thức đều có nghĩa).

**Lời giải**

$$\sqrt[8]{(x-1)^8} = |x-1|.$$

**Đáp án C.**

**Câu 4:** Cho  $a$  là số dương, rút gọn biểu thức  $\frac{\sqrt{a} \cdot \sqrt[3]{a^2}}{\sqrt[4]{a}}$  được kết quả là:

A.  $\sqrt[12]{a^{11}}$ .

B.  $\sqrt[12]{a}$ .

C.  $\sqrt[11]{a^{12}}$ .

D.  $\sqrt[3]{a^4}$ .

**Phương pháp**

+ Cho số thực dương  $a$  và số hữu tỉ  $r = \frac{m}{n}$ , trong đó  $m, n \in \mathbb{Z}, n > 0$ . Ta có:  $a^r = a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$

+ Với  $a$  là số thực dương,  $m, n$  là các số thực bất kì thì:  $a^m \cdot a^n = a^{m+n}, a^m : a^n = a^{m-n}$ .

**Lời giải**

$$\frac{\sqrt{a} \cdot \sqrt[3]{a^2}}{\sqrt[4]{a}} = \frac{a^{\frac{1}{2}} \cdot a^{\frac{2}{3}}}{a^{\frac{1}{4}}} = a^{\frac{1}{2} + \frac{2}{3} - \frac{1}{4}} = a^{\frac{11}{12}} = \sqrt[12]{a^{11}}$$

**Đáp án A.**

**Câu 5:** Giả sử một lọ nuôi cấy 100 con vi khuẩn lúc ban đầu và số lượng vi khuẩn tăng gấp đôi sau mỗi 2 giờ.

Khi đó, số vi khuẩn  $N$  sau  $t$  giờ là  $N = 100 \cdot 2^{\frac{t}{2}}$  (con). Sau 4 giờ 30 phút thì có bao nhiêu con vi khuẩn? (làm tròn đến hàng đơn vị).

A. 474 con.

B. 475 con.

C. 476 con.

D. 477 con.

**Phương pháp**

Thay  $t$  vào công thức  $N = 100 \cdot 2^{\frac{t}{2}}$  để tìm số con vi khuẩn.

**Lời giải**

$$\text{Đổi 4 giờ 30 phút} = \frac{9}{2} \text{ (giờ)}$$

$$\text{Sau } \frac{9}{2} \text{ giờ sẽ có số con vi khuẩn là: } 100 \cdot 2^{\frac{9}{2}} = 100 \cdot 2^4 \approx 476 \text{ (con).}$$

**Đáp án C.**

**Câu 6:** Cho hai số thực dương  $a, b$  với  $a$  khác 1. Số thực  $c$  để... được gọi là lôgarit cơ số  $a$  của  $b$  và kí hiệu là  $\log_a b$ .

Biểu thức phù hợp để điền vào “...” được câu đúng là:

A.  $a^c = b$ .

B.  $a^b = c$ .

C.  $b^a = c$ .

D.  $c^a = b$ .

**Phương pháp**

Cho hai số thực dương  $a, b$  với  $a$  khác 1. Số thực  $c$  để  $a^c = b$  được gọi là lôgarit cơ số  $a$  của  $b$  và kí hiệu  $\log_a b$ .

**Lời giải**

Cho hai số thực dương  $a, b$  với  $a$  khác 1. Số thực  $c$  để  $a^c = b$  được gọi là lôgarit cơ số  $a$  của  $b$  và kí hiệu  $\log_a b$ .

**Đáp án A.**

**Câu 7:** Chọn đáp án đúng.

Với  $a, b > 0, a \neq 1$  thì:

A.  $\log_a \left( \frac{1}{b} \right) = -\frac{1}{\log_a b}$ .

B.  $\log_a \left( \frac{1}{b} \right) = -\log_a b$ .

C.  $\log_a \left( \frac{1}{b} \right) = \log_a (-b)$ .

D.  $\log_a \left( \frac{1}{b} \right) = -\log_a (-b)$ .

**Phương pháp**

Với  $a, b > 0, a \neq 1$  thì  $\log_a \left( \frac{1}{b} \right) = -\log_a b$

**Lời giải**

$$\log_a \left( \frac{1}{b} \right) = -\log_a b$$

**Đáp án B.**

**Câu 8:** Chọn đáp án đúng:

Với  $n$  số thực dương  $b_1, b_2, \dots, b_n, a > 0, a \neq 1$  thì:

A.  $\log_a (b_1 \cdot b_2 \dots b_n) = \log_a b_1 + \log_a b_2 + \dots + \log_a b_n$ .

B.  $\log_a (b_1 \cdot b_2 \dots b_n) = \log_a b_1 \cdot \log_a b_2 \dots \log_a b_n$ .

C.  $\log_a (b_1 + b_2 + \dots + b_n) = \log_a b_1 \cdot \log_a b_2 \dots \log_a b_n$ .

D.  $\log_a (b_1 + b_2 + \dots + b_n) = \log_a b_1 + \log_a b_2 + \dots + \log_a b_n$ .

**Phương pháp**

Với  $n$  số thực dương  $b_1, b_2, \dots, b_n$  thì:  $\log_a (b_1 \cdot b_2 \dots b_n) = \log_a b_1 + \log_a b_2 + \dots + \log_a b_n$

**Lời giải**

Với  $n$  số thực dương  $b_1, b_2, \dots, b_n$  thì:  $\log_a (b_1 \cdot b_2 \cdot \dots \cdot b_n) = \log_a b_1 + \log_a b_2 + \dots + \log_a b_n$

**Đáp án A.**

**Câu 9:** Cho  $x$  và  $y$  là các số dương. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A.  $3^{\ln x + \ln y} = 3^{\ln x} + 3^{\ln y}$ .

B.  $3^{\ln(x+y)} = 3^{\ln x} \cdot 3^{\ln y}$ .

C.  $3^{\ln(xy)} = 3^{\ln x} \cdot 3^{\ln y}$ .

D.  $3^{\ln x \cdot \ln y} = 3^{\ln x} + 3^{\ln y}$ .

**Phương pháp**

+ Với  $a$  là số thực dương,  $m, n$  là các số thực bất kì thì:  $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ .

+ Với  $a > 0, a \neq 1, b, c > 0$  thì  $\ln x + \ln y = \ln(xy)$ .

**Lời giải**

Ta có:  $3^{\ln x} \cdot 3^{\ln y} = 3^{\ln x + \ln y} = 3^{\ln(xy)}$

**Đáp án C.**

**Câu 10:** Giá trị của biểu thức  $2\log_5 10 + \log_{25} 0,25$  là:

A.  $\frac{1}{\log_{25} 50}$ .

B.  $\frac{1}{\log_5 50}$ .

C.  $\log_{25} 50$ .

D.  $\log_5 50$ .

**Phương pháp**

Với  $a > 0, a \neq 1, b, c > 0$  thì:  $\log_a b + \log_a c = \log_a (bc)$ ,  $\log_{b^a} c = \frac{1}{a} \log_b c$ ,  $\alpha \log_a b = \log_a b^\alpha$  ( $\alpha \in \mathbb{R}$ )

**Lời giải**

$$2\log_5 10 + \log_{25} 0,25 = \log_5 10^2 + \frac{1}{2} \log_5 0,25 = \log_5 100 + \log_5 0,25^{\frac{1}{2}} = \log_5 (100 \cdot 0,5) = \log_5 50$$

**Đáp án D.**

**Câu 11:** Hàm số  $y = \log_a x$  ( $a > 0, a \neq 1$ ) đồng biến trên  $(0; +\infty)$  với giá trị nào của  $a$  dưới đây?

A.  $a = \frac{1}{2}$ .

B.  $a = 0,75$ .

C.  $a = \frac{3}{2}$ .

D.  $a = \ln 2$ .

**Phương pháp**

Hàm số  $y = \log_a x$  đồng biến trên  $(0; +\infty)$  với  $a > 1$ .

**Lời giải**

Vì hàm số  $y = \log_a x$  đồng biến trên  $(0; +\infty)$  với  $a > 1$  nên hàm số đồng biến khi  $a = \frac{3}{2}$ .

**Đáp án C.**

**Câu 12:** Hàm số nào dưới đây là **không phải** hàm số mũ?

A.  $y = 3^x$ .

B.  $y = (3x)^3$ .

C.  $y = \pi^x$ .

D.  $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ .

**Phương pháp**

Hàm số  $y = a^x$  ( $a > 0, a \neq 1$ ) được gọi là hàm số mũ cơ số  $a$ .

**Lời giải**

Hàm số  $y = (3x)^3$  không phải là hàm số mũ.

**Đáp án B.**

**Câu 13:** Hàm số nào sau đây có tập xác định là  $\mathbb{R}$  ?

A.  $y = \ln x$ .

B.  $y = \log \frac{x}{4}$ .

C.  $y = e^{5x}$ .

D.  $y = \left(\frac{2}{x}\right)^5$ .

**Phương pháp**

Hàm số  $y = a^x$  ( $a > 0, a \neq 1$ ) có tập xác định là  $\mathbb{R}$ .

Hàm số  $y = \log_a u(x)$  ( $a > 0, a \neq 1$ ) xác định khi  $u(x) > 0$ .

**Lời giải**

Hàm số  $y = e^{5x}$  có tập xác định là  $\mathbb{R}$ .

**Đáp án C.**

**Câu 14:** Hàm số  $y = \log_{10} x$  có tập giá trị là:

A.  $(-\infty; +\infty)$ .

B.  $(-\infty; 0)$ .

C.  $(0; +\infty)$ .

D.  $(-10; 10)$ .

**Phương pháp**

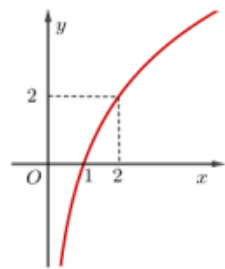
Hàm số  $y = \log_a x$  ( $a > 0, a \neq 1$ ) có tập giá trị là  $(-\infty; +\infty)$ .

**Lời giải**

Hàm số  $y = \log_a x$  ( $a > 0, a \neq 1$ ) có tập giá trị là  $(-\infty; +\infty)$ .

**Đáp án A.**

**Câu 15:** Cho đồ thị hàm số  $y = \log_a x$  ( $0 < a \neq 1$ ) có đồ thị là hình dưới đây:



Tìm a.

- A.  $a = 2$ .  
 B.  $a = \sqrt{2}$ .  
 C.  $a = \frac{1}{\sqrt{2}}$ .  
 D.  $a = \frac{1}{2}$ .

### Phương pháp

Thay điểm  $A(2; 2)$  vào hàm số  $y = \log_a x$  ( $0 < a \neq 1$ ) để tìm a.

### Lời giải

Vì đồ thị hàm số  $y = \log_a x$  ( $0 < a \neq 1$ ) đi qua điểm  $A(2; 2)$  nên ta có:

$$\log_a 2 = 2 \Leftrightarrow a^2 = 2 \Rightarrow a = \sqrt{2} \quad (\text{do } a > 0, a \neq 1)$$

### Đáp án B.

**Câu 16:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của a để hàm số  $y = (-a^2 + 2a + 4)^x$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$  ?

- A. 1.  
 B. 2.  
 C. 3.  
 D. 4.

### Phương pháp

Cho hàm số  $y = a^x$  ( $a > 0, a \neq 1$ ):

- + Nếu  $a > 1$  thì hàm số đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .
- + Nếu  $0 < a < 1$  thì hàm số nghịch biến trên  $\mathbb{R}$ .

### Lời giải

Hàm số  $y = (-a^2 + 2a + 4)^x$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$  khi:

$$-a^2 + 2a + 4 > 1 \Leftrightarrow -a^2 + 2a + 3 > 0 \Leftrightarrow a^2 - 2a - 3 < 0 \Leftrightarrow (a+1)(a-3) < 0 \Leftrightarrow -1 < a < 3$$

Mà a là số nguyên nên  $a \in \{0; 1; 2\}$ .

Vậy có 3 giá trị nguyên của a để hàm số  $y = (-a^2 + 2a + 4)^x$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .

### Đáp án C.

**Câu 17:** Cho bất phương trình  $6^x > b$ . Với giá trị nào của b thì bất phương trình đã cho có tập nghiệm là  $\mathbb{R}$  ?

- A.  $b = 0$ .  
 B.  $b = 1$ .  
 C.  $b = \frac{1}{6}$ .  
 D.  $b = 6$ .

**Phương pháp**

Bất phương trình  $a^x > b$  ( $0 < a \neq 1$ ) có tập nghiệm là  $\mathbb{R}$  khi  $b \leq 0$ .

**Lời giải**

Bất phương trình  $a^x > b$  ( $0 < a \neq 1$ ) có tập nghiệm là  $\mathbb{R}$  khi  $b \leq 0$  nên bất phương trình  $6^x > b$  có tập nghiệm là  $\mathbb{R}$  với  $b = 0$

**Đáp án A.**

**Câu 18:** Tập nghiệm của bất phương trình  $\left(\frac{1}{\sqrt{15}}\right)^x > \frac{1}{\sqrt{15}}$  là

A.  $S = [1; +\infty)$ .

B.  $S = (-\infty; 1]$ .

C.  $S = (1; +\infty)$ .

D.  $S = (-\infty; 1)$ .

**Phương pháp**

Với  $0 < a < 1$  thì  $a^{u(x)} > a^{v(x)} \Leftrightarrow u(x) < v(x)$ .

**Lời giải**

$$\left(\frac{1}{\sqrt{15}}\right)^x > \frac{1}{\sqrt{15}} \Leftrightarrow x < 1 \text{ (do } 0 < \frac{1}{\sqrt{15}} < 1)$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là:  $S = (-\infty; 1)$

**Đáp án D.**

**Câu 19:** Phương trình  $3^{-x} = 4$  có nghiệm là:

A.  $x = \log_4 3$ .

B.  $x = \log_3 4$ .

C.  $x = -\log_3 4$ .

D.  $x = -\log_4 3$ .

**Phương pháp**

Phương trình  $a^x = b$  ( $a > 0, a \neq 1$ ) với  $b > 0$  có nghiệm là:  $x = \log_a b$

**Lời giải**

$$3^{-x} = 4 \Leftrightarrow -x = \log_3 4 \Leftrightarrow x = -\log_3 4$$

Vậy phương trình có nghiệm  $x = -\log_3 4$ .

**Đáp án C.**

**Câu 20:** Phương trình  $e^{2x} - 5e^x = 0$  có bao nhiêu nghiệm?

A. Vô nghiệm.

B. 1 nghiệm.

C. 2 nghiệm.

D. 3 nghiệm.

**Phương pháp**

Phương trình  $a^x = b$  ( $a > 0, a \neq 1$ ) với  $b > 0$  có nghiệm là:  $x = \log_a b$

**Lời giải**

$$e^{2x} - 5e^x = 0 \Leftrightarrow (e^x)^2 - 5e^x = 0 \Leftrightarrow e^x(e^x - 5) = 0 \Leftrightarrow e^x - 5 = 0 \text{ (do } e^x > 0 \forall x \in \mathbb{R}) \Leftrightarrow x = \ln 5$$

Vậy phương trình đã cho có một nghiệm.

**Đáp án B.**

**Câu 21:** Tập nghiệm của phương trình:  $4^x = \sqrt{2\sqrt{2}}$  là:

A.  $S = \left\{ \frac{3}{8} \right\}$ .

B.  $S = \left\{ \frac{3}{4} \right\}$ .

C.  $S = \left\{ \frac{8}{3} \right\}$ .

D.  $S = \left\{ \frac{4}{3} \right\}$ .

**Phương pháp**

Với  $a > 0, a \neq 1$  ta có:  $a^{u(x)} = a^{v(x)} \Leftrightarrow u(x) = v(x)$

**Lời giải**

$$4^x = \sqrt{2\sqrt{2}} \Leftrightarrow 2^{2x} = \left( 2 \cdot 2^{\frac{1}{2}} \right)^{\frac{1}{2}} \Leftrightarrow 2^{2x} = 2^{\frac{3}{4}} \Leftrightarrow 2x = \frac{3}{4} \Leftrightarrow x = \frac{3}{8}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là:  $S = \left\{ \frac{3}{8} \right\}$

**Đáp án A.**

**Câu 22:** Phương trình  $\log_{\sqrt[4]{2}}(x^2 - 2)^2 = 8$  có bao nhiêu nghiệm?

A. Vô nghiệm.

B. 1 nghiệm.

C. 2 nghiệm.

D. 3 nghiệm.

**Phương pháp**

Với  $a > 0, a \neq 1$  ta có:  $\log_a u(x) = b \Leftrightarrow u(x) = a^b$

**Lời giải**

$$\log_{\sqrt[4]{2}}(x^2 - 2)^2 = 8 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2 \neq 0 \\ (x^2 - 2)^2 = (\sqrt[4]{2})^8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2 \neq 0 \\ (x^2 - 2)^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \pm\sqrt{2} \\ x^2 - 2 = 2 \\ x^2 - 2 = -2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \pm\sqrt{2} \\ x^2 = 4 \\ x^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \pm\sqrt{2} \\ x = \pm 2 \\ x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 2 \\ x = 0 \end{cases}$$

Vậy phương trình đã cho có 3 nghiệm.

**Đáp án D.**

**Câu 23:** Bất phương trình  $3^{4^x} < 4^{3^x}$  có nghiệm là:



A.  $x > \log_{\frac{4}{3}}(\log_4 3)$ .

B.  $x < \log_{\frac{4}{3}}(\log_4 3)$ .

C.  $x < \log_{\frac{4}{3}}(\log_3 4)$ .

D.  $x > \log_{\frac{4}{3}}(\log_3 4)$ .

### Phương pháp

Với  $a > 1, b > 0$  thì  $a^{u(x)} < b \Leftrightarrow u(x) < \log_a b$ .

### Lời giải

$$3^{4^x} < 4^{3^x} \Leftrightarrow 4^x \log_3 3 < 3^x \log_3 4 \Leftrightarrow \left(\frac{4}{3}\right)^x < \log_3 4 \Leftrightarrow x < \log_{\frac{4}{3}}(\log_3 4)$$

Vậy bất phương trình đã cho có nghiệm là  $x < \log_{\frac{4}{3}}(\log_3 4)$

### Đáp án C.

**Câu 24:** “Góc giữa hai đường thẳng  $a, b$  trong không gian, kí hiệu  $(a, b)$  là góc giữa hai đường thẳng  $a'$  và  $b'$  cùng đi qua một điểm và lần lượt ... hoặc ... với  $a$  và  $b$ ”. Từ (cụm từ) thích hợp để điền vào dấu ... để được câu đúng là:

A. vuông góc, trùng.

B. vuông góc, chéo.

C. song song, chéo.

D. song song, trùng.

### Phương pháp

Góc giữa hai đường thẳng  $a$  và  $b$  trong không gian là góc giữa hai đường thẳng  $a'$  và  $b'$  cùng đi qua một điểm  $O$  và lần lượt song song (hoặc trùng) với  $a$  và  $b$ ; kí hiệu  $(a, b)$  hoặc  $(a; b)$ .

### Lời giải

Góc giữa hai đường thẳng  $a, b$  trong không gian, kí hiệu  $(a, b)$  là góc giữa hai đường thẳng  $a'$  và  $b'$  cùng đi qua một điểm và lần lượt song song hoặc trùng với  $a$  và  $b$

### Đáp án D.

**Câu 25:** Cho hình chóp  $S. ABCD$  có  $AD // BC$ . Gọi  $N$  là một điểm thuộc cạnh  $SD$  ( $N$  khác  $S$  và  $D$ ), qua  $N$  vẽ đường thẳng song song với  $AS$  cắt  $AD$  tại  $M$ . Chọn đáp án đúng:

A.  $(MN, BC) = (SA, SD)$ .

B.  $(MN, BC) = (SD, DA)$ .

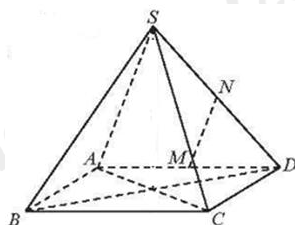
C.  $(MN, BC) = (SA, AD)$ .

D. Cả A, B, C đều sai.

### Phương pháp

Góc giữa hai đường thẳng  $a$  và  $b$  trong không gian là góc giữa hai đường thẳng  $a'$  và  $b'$  cùng đi qua một điểm  $O$  và lần lượt song song (hoặc trùng) với  $a$  và  $b$ ; kí hiệu  $(a, b)$  hoặc  $(a; b)$

### Lời giải



Vì  $AD \parallel BC$ ,  $MN \parallel SA$  nên  $(MN, BC) = (SA, AD)$

**Đáp án C.**

**Câu 26:** Cho tứ diện ABCD có  $AB = CD = 2a$ . Gọi M, N, I lần lượt là trung điểm của BC, AD, AC. Biết rằng  $MN = a\sqrt{3}$ . Tính góc giữa hai đường thẳng AB và CD.

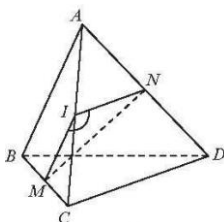
- A.  $90^\circ$ .
- B.  $60^\circ$ .
- C.  $30^\circ$ .
- D.  $70^\circ$ .

**Phương pháp**

+ Góc giữa hai đường thẳng a và b trong không gian là góc giữa hai đường thẳng a' và b' cùng đi qua một điểm O và lần lượt song song (hoặc trùng) với a và b; kí hiệu  $(a, b)$  hoặc  $(a; b)$ .

+ Góc giữa hai đường thẳng không vượt quá  $90^\circ$ .

**Lời giải**



Vì IM là đường trung bình của tam giác ABC nên  $IM \parallel AB$  và  $IM = \frac{AB}{2} = a$

Vì IN là đường trung bình của tam giác ADC nên  $IN \parallel CD$  và  $IN = \frac{CD}{2} = a$

Do đó,  $(AB, CD) = (IM, IN)$

Áp dụng định lí côsin vào tam giác MNI ta có:

$$MN^2 = IM^2 + IN^2 - 2IM \cdot IN \cdot \cos \angle MIN \Rightarrow 3a^2 = a^2 + a^2 - 2a \cdot a \cdot \cos \angle MIN \Rightarrow \cos \angle MIN = \frac{-1}{2} \Rightarrow \angle MIN = 120^\circ$$

Suy ra:  $(AB, CD) = (IM, IN) = 180^\circ - \angle MIN = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$

**Đáp án B.**

**Câu 27:** Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thoi tâm O,  $SA = SC$ . Gọi I, K lần lượt là trung điểm của AB và BC. Góc giữa hai đường thẳng SO và IK bằng:

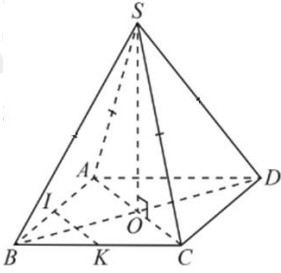
- A.  $60^\circ$ .
- B.  $90^\circ$ .
- C.  $120^\circ$ .
- D.  $70^\circ$ .

**Phương pháp**

+ Cho hai đường thẳng song song, đường thẳng nào vuông góc với đường thẳng này thì cũng vuông góc với đường thẳng kia.

+ Hai đường thẳng a, b được gọi là vuông góc với nhau nếu góc giữa chúng bằng  $90^\circ$ .

**Lời giải**



Vì tứ giác ABCD là hình thoi nên O là trung điểm của AC.

Vì  $SA = SC$  nên tam giác SAC cân tại S. Do đó, SO là đường trung tuyến đồng thời là đường cao. Do đó,  $SO \perp AC$

Vì I, K lần lượt là trung điểm của AB và BC nên IK là đường trung bình của tam giác BAC. Do đó,  $IK \parallel AC$ .

Vì  $SO \perp AC$ ,  $IK \parallel AC$  nên  $IK \perp SO$ . Do đó, góc giữa hai đường thẳng SO và IK bằng  $90^\circ$ .

**Đáp án B.**

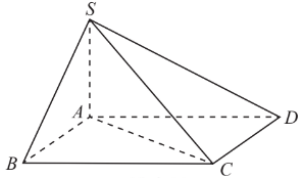
**Câu 28:** Cho hình chóp S.ABCD có  $SA \perp (ABCD)$ . Tam giác SAC là tam giác gì?

- A. Tam giác vuông tại A.
- B. Tam giác cân tại A.
- C. Tam giác đều.
- D. Tam giác tù tại A.

**Phương pháp**

Đường thẳng d gọi là vuông góc với mặt phẳng (P) nếu nó vuông góc với mọi đường thẳng a nằm trong mặt phẳng (P).

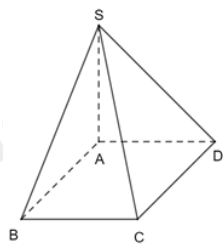
**Lời giải**



Vì  $SA \perp (ABCD)$ ,  $AC \subset (ABCD) \Rightarrow SA \perp AC$ . Do đó, tam giác SAC vuông tại A.

**Đáp án A.**

**Câu 29:** Cho hình chóp S. ABCD như hình vẽ dưới đây:



Biết rằng:  $SA \perp AB, SA \perp AD$ .

Chọn khẳng định đúng.

- A.  $SA \perp (SAC)$ .
- B.  $SA \perp (ABCD)$ .
- C. Cả A và B đều đúng.
- D. Cả A và B đều sai.

**Phương pháp**

Nếu đường thẳng d vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau nằm trong mặt phẳng (P) thì  $d \perp (P)$

**Lời giải**

Vì  $SA \perp AB, SA \perp AD$ ,  $AB$  và  $AD$  cắt nhau tại  $A$  và nằm trong mặt phẳng  $(ABCD)$  nên  $SA \perp (ABCD)$ .  
 $SA$  không vuông góc với mặt phẳng  $(SAC)$ .

**Đáp án B.**

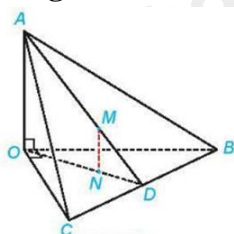
**Câu 30:** Cho tứ diện  $OABC$  sao cho  $OA \perp (OBC)$ . Gọi  $D$  là trung điểm của  $BC$ . Lấy điểm  $M$  bất kì thuộc cạnh  $AD$  ( $M$  khác  $A, D$ ). Qua  $M$  kẻ đường thẳng song song với  $AO$  cắt  $OD$  tại  $N$ . Chọn đáp án đúng.

- A.  $MN \perp (BOC)$ .
- B.  $MN \perp (OAD)$ .
- C. Cả A và B đều đúng.
- D. Cả A và B đều sai.

**Phương pháp**

Nếu đường thẳng  $a$  vuông góc với mặt phẳng  $(P)$  thì các đường thẳng song song với  $a$  cũng vuông góc với  $(P)$ .

**Lời giải**



Vì  $OA \perp (OBC)$ ,  $MN // OA$  nên  $MN \perp (OBC)$

$MN$  không vuông góc với mặt phẳng  $(OAD)$ .

**Đáp án A.**

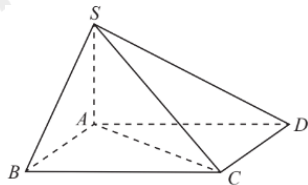
**Câu 31:** Cho hình chóp  $S.ABCD$ . Gọi  $A$  là hình chiếu vuông góc của  $S$  lên mặt phẳng  $(ABCD)$ . Khi đó, hình chiếu vuông góc của  $SC$  trên mặt phẳng  $(ABCD)$  là:

- A.  $AC$ .
- B.  $AD$ .
- C.  $AB$ .
- D.  $AS$ .

**Phương pháp**

Cho mặt phẳng  $(P)$ . Xét một điểm  $M$  tùy ý trong không gian. Gọi  $d$  là đường thẳng đi qua điểm  $M$  và vuông góc với  $(P)$ . Gọi  $M'$  là giao điểm của đường thẳng  $d$  và mặt phẳng  $(P)$ . Khi đó, điểm  $M'$  được gọi là hình chiếu vuông góc của điểm  $M$  lên mặt phẳng  $(P)$ .

**Lời giải**



Vì  $C$  thuộc mặt phẳng  $(ABCD)$  nên hình chiếu vuông góc của điểm  $C$  trên mặt phẳng  $(ABCD)$  là chính nó.  
 Vì  $A$  là hình chiếu của  $S$  trên mặt phẳng  $(ABCD)$ .

Do đó, hình chiếu vuông góc của  $SC$  trên mặt phẳng  $(ABCD)$  là  $AC$ .

**Đáp án A.**

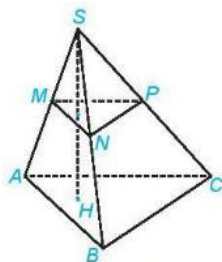
**Câu 32:** Cho hình chóp  $S.ABC$ . Gọi  $M, N, P$  tương ứng là trung điểm của  $SA, SB, SC$ . Qua  $S$  kẻ đường thẳng vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$  và cắt mặt phẳng đó tại  $H$ . Khi đó, góc giữa  $SH$  và  $MP$  bằng bao nhiêu độ?

- A.  $60^\circ$ .  
 B.  $90^\circ$ .  
 C.  $120^\circ$ .  
 D.  $70^\circ$ .

**Phương pháp**

+ Nếu đường thẳng  $d$  vuông góc với mặt phẳng  $(P)$  thì đường thẳng  $d$  cũng vuông góc với các mặt phẳng song song với  $(P)$ .

+ Đường thẳng  $d$  gọi là vuông góc với mặt phẳng  $(P)$  nếu nó vuông góc với mọi đường thẳng  $a$  nằm trong mặt phẳng  $(P)$ .

**Lời giải**

Vì M, N lần lượt là trung điểm của SA, SB nên MN là đường trung bình của tam giác SAB. Do đó,  $MN \parallel AB$ .

Vì P, N lần lượt là trung điểm của SC, SB nên PN là đường trung bình của tam giác SBC. Do đó,  $PN \parallel CB$ .

Vì  $MN \parallel AB$ ,  $PN \parallel CB$  nên  $(MNP) \parallel (ABC)$ .

Mặt khác,  $SH \perp (ABC)$  nên  $SH \perp (MNP)$ . Mà  $MP \subset (MNP) \Rightarrow SH \perp MP$

Do đó, góc giữa hai đường thẳng MP và SH bằng  $90^\circ$ .

**Đáp án B.**

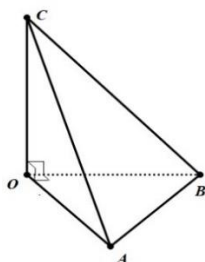
**Câu 33:** Cho tứ diện OABC có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau. Hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng (COB) là điểm nào?

- A. Q (Q là trung điểm của OB).  
 B. B.  
 C. O.  
 D. H (H là trung điểm của OC).

**Phương pháp**

+ Nếu đường thẳng  $d$  vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau  $a$  và  $b$  cùng nằm trong mặt phẳng  $(P)$  thì  $d \perp (P)$ .

+ Cho mặt phẳng  $(P)$ . Xét một điểm M tùy ý trong không gian. Gọi  $d$  là đường thẳng đi qua điểm M và vuông góc với  $(P)$ . Gọi  $M'$  là giao điểm của đường thẳng  $d$  và mặt phẳng  $(P)$ . Khi đó, điểm  $M'$  được gọi là hình chiếu vuông góc của điểm M lên mặt phẳng  $(P)$ .

**Lời giải**

Vì  $OA \perp OB$ ,  $OA \perp OC$  và OB và OC cắt nhau tại O và nằm trong mặt phẳng (OBC) nên  $OA \perp (OBC)$  nên O là hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng (COB).

**Đáp án C.**

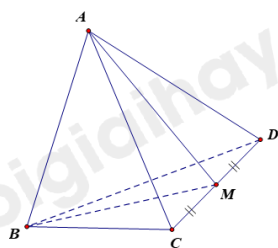
**Câu 34:** Cho tứ diện ABCD có tất cả các cạnh bằng nhau. Gọi M là trung điểm của CD. Góc giữa hai đường thẳng AB và CD bằng:

- A.  $30^\circ$ .
- B.  $60^\circ$ .
- C.  $90^\circ$ .
- D.  $45^\circ$ .

**Phương pháp**

+ Nếu đường thẳng d vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau a và b cùng nằm trong mặt phẳng (P) thì  $d \perp (P)$ .

+ Nếu một đường thẳng vuông góc với một mặt phẳng thì nó vuông góc với mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng đó.

**Lời giải**

Vì  $AC = AD = CD$  nên tam giác ACD là tam giác đều. Do đó, AM là đường trung tuyến đồng thời là đường cao. Do đó,  $AM \perp CD$

Vì  $BC = BD = CD$  nên tam giác BCD là tam giác đều. Do đó, BM là đường trung tuyến đồng thời là đường cao. Do đó,  $BM \perp CD$

Vì  $AM \perp CD$ ,  $BM \perp CD$ , AM, BM cắt nhau tại M và nằm trong mặt phẳng ABM.

Do đó,  $CD \perp (AMB)$ . Mà  $AB \subset (AMB) \Rightarrow AB \perp CD$

Do đó, góc giữa hai đường thẳng AB và CD bằng  $90^\circ$ .

**Đáp án C.**

**Câu 35:** Cho hình chóp S. ABCD có đáy ABCD là hình vuông,  $SA \perp (ABCD)$ . Kẻ BM vuông góc với SC (M thuộc SC). Tam giác SMD là tam giác:

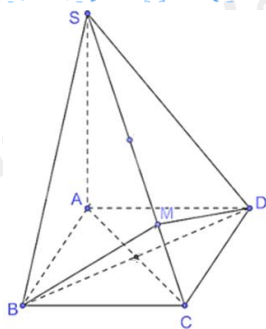
- A. Vuông tại M.
- B. Cân tại M.
- C. Tù tại M.
- D. Tam giác nhọn.

**Phương pháp**

+ Nếu đường thẳng d vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau a và b cùng nằm trong mặt phẳng (P) thì  $d \perp (P)$ .

+ Nếu một đường thẳng vuông góc với một mặt phẳng thì nó vuông góc với mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng đó.

**Lời giải**



Vì ABCD là hình vuông nên  $AC \perp BD$

Vì  $SA \perp (ABCD), BD \subset (ABCD) \Rightarrow SA \perp BD$

Ta có:  $AC \perp BD, SA \perp BD, SA, AC$  cắt nhau tại A và nằm trong mặt phẳng (SAC) nên  $BD \perp (SAC) \Rightarrow BD \perp SC$

Lại có:  $BM \perp SC, BM$  và  $BD$  cắt nhau tại B và nằm trong mặt phẳng (BMD) nên  $SC \perp (BMD)$ .

Mà  $MD \subset (BMD) \Rightarrow MD \perp SC$  hay  $MD \perp SM$ . Do đó, tam giác SMD vuông tại M.

**Đáp án A.**

### Phần tự luận (3 điểm)

**Bài 1. (1 điểm)** Cho hàm số:  $y = \frac{1}{4} \sqrt{\log((m+1)x^2 - 2(m+1)x + 5)}$ .

a) Với  $m = 0$ , hãy tìm tập xác định của hàm số trên.

b) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số trên có tập xác định có tập xác định là  $\mathbb{R}$ .

#### Phương pháp

Hàm số  $y = \log u(x)$  xác định khi  $u(x) > 0$ .

Hàm số  $y = \sqrt{u(x)}$  xác định khi  $u(x) \geq 0$ .

#### Lời giải

a) Với  $m = 0$  ta có:  $y = \frac{1}{4} \sqrt{\log(x^2 - 2x + 5)}$ .

Hàm số  $y = \frac{1}{4} \sqrt{\log(x^2 - 2x + 5)}$  xác định khi

$$\log(x^2 - 2x + 5) > 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 5 > 1 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 4 > 0 \Leftrightarrow (x - 1)^2 + 3 > 0 \text{ (luôn đúng với mọi số thực } x)$$

Vậy với  $m = 0$  thì tập xác định của hàm số là:  $D = (-\infty; +\infty)$

b) Hàm số  $y = \frac{1}{4} \sqrt{\log((m+1)x^2 - 2(m+1)x + 5)}$

Điều kiện:  $\log((m+1)x^2 - 2(m+1)x + 5) \geq 0$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow (m+1)x^2 - 2(m+1)x + 5 \geq 1 \text{ với mọi } x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow (m+1)x^2 - 2(m+1)x + 4 \geq 0 \text{ với mọi } x \in \mathbb{R}$$

Đặt  $f(x) = (m+1)x^2 - 2(m+1)x + 4$

Trường hợp 1: Với  $m = -1$  ta có:  $f(x) = 4 \geq 0$ . Do đó,  $f(x)$  xác định với mọi giá trị thực của  $x$ . Do đó,  $m = -1$  thỏa mãn.

Trường hợp 2:  $m \neq -1$ .

Hàm số  $f(x) = (m+1)x^2 - 2(m+1)x + 4 \geq 0$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m+1 > 0 \\ \Delta' = [-(m+1)]^2 - 4(m+1) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -1 \\ (m+1)(m-3) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < m \leq 3$$

Vậy với  $m \in [-1; 3]$  thì hàm số  $y = \frac{1}{4} \sqrt{\log((m+1)x^2 - 2(m+1)x + 5)}$  có tập xác định là  $\mathbb{R}$ .

**Bài 2. (1,5 điểm)** Cho hình vuông ABCD. Gọi H, K lần lượt là trung điểm của AB, AD. Trên đường thẳng vuông góc với (ABCD) tại H, lấy điểm S. Chứng minh rằng:

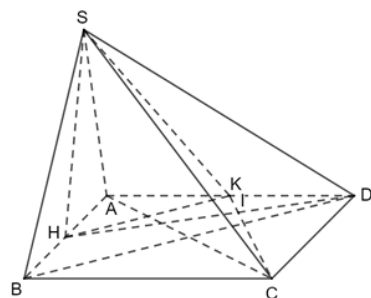
- a)  $AC \perp (SHK)$ .
- b)  $CK \perp (SDH)$ .

**Phương pháp**

+ Nếu đường thẳng  $d$  vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau  $a$  và  $b$  cùng nằm trong mặt phẳng  $(P)$  thì  $d \perp (P)$ .

+ Nếu một đường thẳng vuông góc với một mặt phẳng thì nó vuông góc với mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng đó.

**Lời giải**



a) Vì H, K lần lượt là trung điểm của AB và AD nên HK là đường trung bình của tam giác ABD. Do đó,  $HK // BD$ . Mà  $AC \perp BD$  (do ABCD là hình vuông) nên  $AC \perp HK$

Vì  $AC \perp HK, SH \perp AC$  (do  $AC \subset (ABCD)$ )  $\Rightarrow AC \perp (SHK)$

b) Gọi I là giao điểm của CK và DH.

Tam giác AHD và tam giác DKC có:  $AH = DK, HAD = KDC, AD = DC$

Do đó,  $\Delta AHD = \Delta DKC$  (c.g.c)  $\Rightarrow HDA = KCD$

Ta có:  $DKC + KCD = 90^\circ \Rightarrow DKC + HDA = 90^\circ$

Ta có:  $DIK = 180^\circ - (DKC + HDA) = 90^\circ \Rightarrow DH \perp CK$

Mà  $SH \perp (ABCD), CK \subset (ABCD) \Rightarrow SH \perp CK$

Ta có:  $DH \perp CK, SH \perp CK$ , SH và DH nằm trong mặt phẳng (SHD) và cắt nhau tại H nên  $CK \perp (SDH)$ .

**Bài 3. (0,5 điểm)** Giải bất phương trình  $\log_2(x - \sqrt{x^2 - 1}) \cdot \log_3(x + \sqrt{x^2 - 1}) = \log_6|x - \sqrt{x^2 - 1}|$ .



**Phương pháp**

Nếu  $a > 0, a \neq 1$  thì  $\log_a u(x) = \log_a v(x) \Leftrightarrow \begin{cases} u(x) > 0 \\ u(x) = v(x) \end{cases}$  (có thể thay  $u(x) > 0$  bằng  $v(x) > 0$ )

**Lời giải**

Điều kiện:  $\begin{cases} -1 \leq x \leq 1 \\ x - \sqrt{x^2 - 1} > 0 \end{cases} (*)$

$$\log_2(x - \sqrt{x^2 - 1}) \cdot \log_3(x + \sqrt{x^2 - 1}) = \log_6|x - \sqrt{x^2 - 1}|$$

$$\Leftrightarrow \log_2(x - \sqrt{x^2 - 1}) \cdot \log_3 \frac{1}{x - \sqrt{x^2 - 1}} = \log_6(x - \sqrt{x^2 - 1})$$

$$\Leftrightarrow -\log_2(x - \sqrt{x^2 - 1}) \cdot \log_3 6 \cdot \log_6(x - \sqrt{x^2 - 1}) = \log_6(x - \sqrt{x^2 - 1})$$

$$\Leftrightarrow \log_6(x - \sqrt{x^2 - 1}) [\log_3 6 \cdot \log_2(x - \sqrt{x^2 - 1}) + 1] = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_6(x - \sqrt{x^2 - 1}) = 0 \quad (1) \\ \log_3 6 \cdot \log_2(x - \sqrt{x^2 - 1}) + 1 = 0 \quad (2) \end{cases}$$

$$(1) \Leftrightarrow x - \sqrt{x^2 - 1} = 1 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 - 1} = x - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x^2 - 1 = (x - 1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1 \text{ (tm(*))}$$

$$(2) \Leftrightarrow \log_3 6 \cdot \log_2(x - \sqrt{x^2 - 1}) = -1 \Leftrightarrow \log_2(x + \sqrt{x^2 - 1}) = \log_6 3$$

$$\Leftrightarrow x + \sqrt{x^2 - 1} = 2^{\log_6 3} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2^{\log_6 3} \\ x^2 - 1 = (2^{\log_6 3} - x)^2 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}(2^{\log_6 3} + 2^{-\log_6 3}) \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$$