ĐỀ THI GIỮA KÌ 2 – Đề số 1

Môn: Toán - Lớp 11

Bộ sách Kết nối tri thức với cuộc sống

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Phần trắc nghiệm

Câu 1. C	Câu 2. A	Câu 3. D	Câu 4. B	Câu 5. D	Câu 6. C	Câu 7. C
Câu 8. B	Câu 9. A	Câu 10. B	Câu 11. B	Câu 12. C	Câu 13. D	Câu 14. C
Câu 15. C	Câu 16. A	Câu 17. B	Câu 18. D	Câu 19. B	Câu 20. A	Câu 21. B
Câu 22. B	Câu 23. D	Câu 24. C	Câu 25. D	Câu 26. C	Câu 27. B	Câu 28. B
Câu 29. A	Câu 30. C	Câu 31. D	Câu 32. D	Câu 33. B	Câu 34. C	Câu 35. A

Câu 1: Cho a là số thực dương và m, n là hai số thực tùy ý. Đẳng thức nào sau đây là đúng?

A. $\left(a^m\right)^n = a^{m+n}$.

B. $\left(a^m\right)^n = a^{m-n}$.

C. $\left(a^m\right)^n = a^{m.n}$.

D. $\left(a^m\right)^n = a^{\frac{m}{n}}$.

Phương pháp

Với a là số thực dương và m, n là hai số thực tùy ý thì $\left(a^m\right)^n = a^{m.n}$.

Lời giải

Với a là số thực dương và m, n là hai số thực tùy ý thì $\left(a^m\right)^n = a^{m.n}$.

Đáp án C.

Câu 2: Chọn đáp án đúng.

Cho n là một số nguyên dương. Với a là số thực tùy ý khác 0 thì:

A. $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$.

B. $a^{1-n} = \frac{1}{a^n}$.

C. $a^{\frac{1}{n}} = \frac{1}{a^n}$.

D. Cả A, B, C đều sai.

Phương pháp

Cho n là một số nguyên dương. Với a là số thực tùy ý khác 0 thì $a^{-n}=\frac{1}{a^n}$.

Lời giải

Cho n là một số nguyên dương. Với a là số thực tùy ý khác 0 thì $a^{-n}=\frac{1}{a^n}$.

Đáp án A.

Câu 3: Chọn đáp án đúng:

A. $\sqrt[3]{a}.\sqrt[3]{b}=\sqrt[6]{ab}$.

B. $\sqrt[3]{a}.\sqrt[3]{b}=\sqrt[9]{ab}$.

C. $\sqrt[3]{a}.\sqrt[3]{b}=\sqrt[3]{a+b}$.

D. $\sqrt[3]{a}.\sqrt[3]{b}=\sqrt[3]{ab}$.

Phương pháp

$\sqrt[n]{a}.\sqrt[n]{b}=\sqrt[n]{ab}$ (với các biểu thức đều có nghĩa).

Lời giải

Ta có: $\sqrt[3]{a}.\sqrt[3]{b}=\sqrt[3]{ab}$.

Đáp án D.

Câu 4: Rút gọn biểu thức $P=\frac{a^{\sqrt{5}+1}.a^{7-\sqrt{5}}}{\left(a^{3+\sqrt{2}}\right)^{3-\sqrt{2}}}$ (với $a>0$).

A. a^2.

B. a.

C. $\frac{1}{a}$.

D. $2a^2$.

Phương pháp

$a^m.a^n=a^{m+n};\left(a^m\right)^n=a^{mn},a^m:a^n=a^{m-n}$ (a khác 0).

Lời giải

$$P=\frac{a^{\sqrt{5}+1}.a^{7-\sqrt{5}}}{\left(a^{3+\sqrt{2}}\right)^{3-\sqrt{2}}}=\frac{a^{\sqrt{5}+1+7-\sqrt{5}}}{a^{(3+\sqrt{2})(3-\sqrt{2})}}=\frac{a^8}{a^7}=a$$

Đáp án B.

Câu 5: Với giá trị nào của a thì $a^{\sqrt{8}}<\frac{1}{a^{-3}}$?

A. $a=\frac{3}{4}$.

B. $a=\frac{1}{2}$.

C. $a=1$.

D. $a=\frac{3}{2}$.

Phương pháp

Nếu $a>1$ thì $a^{\alpha}>a^{\beta}\Leftrightarrow\alpha>\beta$

Nếu $0<a<1$ thì $a^{\alpha}>a^{\beta}\Leftrightarrow\alpha<\beta$

Lời giải

Ta có: $\frac{1}{a^{-3}}=a^{3}=a^{\sqrt{9}}$ nên $a^{\sqrt{8}}<a^{\sqrt{9}}$

Vì $\sqrt{8}<\sqrt{9}$, mà $a^{\sqrt{8}}<a^{\sqrt{9}}$ nên $a>1$. Do đó, $a=\frac{3}{2}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Đáp án D.

Câu 6: Chọn đáp án đúng.

$\log_a b$ xác định khi và chỉ khi:

A. $a>0$.

B. $a>1$.

C. $a>0, a\ne 1, b>0$.

D. $a>1, b>0$.

Phương pháp

$\log_a b$ xác định khi và chỉ khi $a>0, a\ne 1, b>0$.

Lời giải

$\log_a b$ xác định khi và chỉ khi $a>0, a\ne 1, b>0$.

Đáp án C.

Câu 7: Chọn đáp án đúng.

A. $\log_{1000}1000^3=1000^3$.

B. $\log_{1000}1000^3=\frac{1}{3}$.

C. $\log_{1000}1000^3=3$.

D. $\log_{1000}1000^3=3^{1000}$.

Phương pháp

Với a, b là số thực dương và $a\ne 1$ thì $\log_a a^b=b$.

Lời giải

$\log_{1000}1000^3=3$

Đáp án C.

Câu 8: Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Lôgarit cơ số 10 của số thực dương a kí hiệu là $\frac{1}{\ln a}$.

B. Lôgarit cơ số 10 của số thực dương a kí hiệu là $\log a$.

C. Lôgarit cơ số 10 của số thực dương a kí hiệu là $\frac{1}{\log a}$.

D. Lôgarit cơ số 10 của số thực dương a kí hiệu là $\ln a$.

Phương pháp

Lôgarit cơ số 10 của số thực dương b được gọi là lôgarit thập phân của b và kí hiệu logb hay lg b.

Lôgarit cơ số e của số thực dương b được gọi là lôgarit tự nhiên của b và kí hiệu ln b.

Lời giải

Lôgarit cơ số 10 của số thực dương a kí hiệu là $\log a$.

Đáp án B.

Câu 9: Giá trị của phép tính $4^{\log_{\sqrt{2}} 3}$ là:

A. 81.

B. 9.

C. $\frac{1}{81}$.

D. $\frac{1}{9}$.

Phương pháp

Với a, b là số thực dương và $a \neq 1$ thì $a^{\log_a b} = b, \log_{a^\alpha} b = \frac{1}{\alpha}\log_a b; \log_a b^\alpha = \alpha \log_a b$.

Lời giải

$4^{\log_{\sqrt{2}} 3} = 2^{2\log_{2^{\frac{1}{2}}} 3} = 2^{4\log_2 3} = 2^{\log_2 3^4} = 81$

Đáp án A.

Câu 10: Chọn đáp án đúng:

A. $\log_5 15 - 2\log_5 \sqrt{3} = -1$.

B. $\log_5 15 - 2\log_5 \sqrt{3} = 1$.

C. $\log_5 15 - 2\log_5 \sqrt{3} = 0$.

D. $\log_5 15 - 2\log_5 \sqrt{3} = \frac{1}{2}$.

Phương pháp

Với a, b là số thực dương và $a \neq 1$ thì $\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b, \log_a a = 1$

Với a là số thực dương, $a \neq 1$, $M > 0, N > 0$ thì $\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$.

Lời giải

$\log_5 15 - 2\log_5 \sqrt{3} = \log_5 15 - \log_5 3 = \log_5 \frac{15}{3} = \log_5 5 = 1$

Đáp án B.

Câu 11: Đồ thị hàm số $y = a^x \left(a > 0, a \neq 1\right)$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng:

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Phương pháp

Đồ thị hàm số hàm số $y = a^x\left(a > 0, a \ne 1\right)$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 1.

Lời giải

Đồ thị hàm số hàm số $y = a^x\left(a > 0, a \ne 1\right)$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 1.

Đáp án B.

Câu 12: Hàm số $y = a^x\left(a > 0, a \ne 1\right)$ có tập xác định là:

A. $D = \left(0; +\infty\right)$.

B. $D = \left(-\infty; 0\right)$.

C. $D = \left(-\infty; +\infty\right)$.

D. Cả A, B, C đều sai.

Phương pháp

Hàm số $y = a^x\left(a > 0, a \ne 1\right)$ có tập xác định là $D = \left(-\infty; +\infty\right)$.

Lời giải

Hàm số $y = a^x\left(a > 0, a \ne 1\right)$ có tập xác định là $D = \left(-\infty; +\infty\right)$.

Đáp án C.

Câu 13: Hàm số $y = \log_2 x$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $\left(-1; +\infty\right)$.

B. $\left[0; +\infty\right)$.

C. $\left[-1; +\infty\right)$.

D. $\left(1; +\infty\right)$.

Phương pháp

Nếu $a > 1$ thì hàm số $y = \log_2 x$ đồng biến trên $\left(0; +\infty\right)$.

Lời giải

Vì $2 > 1$ nên hàm số $y = \log_2 x$ đồng biến trên $\left(0; +\infty\right)$. Do đó, hàm số $y = \log_2 x$ đồng biến trên $\left(1; +\infty\right)$

Đáp án D.

Câu 14: Hàm số nào dưới đây là hàm số mũ?

A. $y = x^{\sqrt{2}}$.

B. $y = x^{\log 4}$.

C. $y = \left(\frac{\pi}{2}\right)^x$.

D. $y = \log_2 x$.

Phương pháp

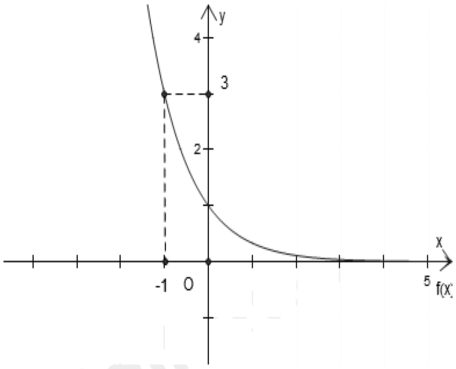
Hàm số $y = a^x \left(a > 0, a \ne 1\right)$ được gọi là hàm số mũ cơ số a.

Lời giải

Hàm số $y = \left(\frac{\pi}{2}\right)^x$ được gọi là hàm số mũ.

Đáp án C.

Câu 15: Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình dưới?



A. $y = 3^x$.

B. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$.

C. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$.

D. $y = \left(\sqrt{2}\right)^x$.

Phương pháp

Xét xem đồ thị hàm số nào đi qua điểm $\left(-1;3\right)$ và (0;1) thì đó là đồ thị hàm số cần tìm.

Lời giải

Ta thấy đồ thị hàm số $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ đi qua điểm $\left(-1;3\right)$ và (0;1) nên hàm số $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ là hàm số cần tìm.

Đáp án C.

Câu 16: Cho hàm số $f\left(x\right) = 2^x$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của f(x) trên đoạn $\left[-2;3\right]$. Khi đó:

A. $M.m = 2$.

B. $M.m = \frac{1}{2}$

C. $M.m = 4$.

D. $M.m = \frac{1}{4}$.

Phương pháp

Cho hàm số $y = a^x \left(a > 0, a \ne 1\right)$:

+ Nếu $a>1$ thì hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.
+ Nếu $0<a<1$ thì hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Lời giải

Vì $2>1$ nên hàm số $f\left(x\right)=2^{x}$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Do đó, $\max\limits_{[-2;3]} f\left(x\right)=f\left(3\right)=2^{3}=8;\min\limits_{[-2;3]} f\left(x\right)=f\left(-2\right)=2^{-2}=\frac{1}{4}$

Suy ra: $M=8,m=\frac{1}{4}\Rightarrow Mm=8.\frac{1}{4}=2$.

Đáp án A.

Câu 17: Nghiệm của phương trình $2^{x}=9$ là:

A. $x=\log_{9}2$.

B. $x=\log_{2}9$.

C. $x=2^{-9}$

D. $x=\frac{9}{2}$.

Phương pháp

Cho phương trình $a^{x}=b\left(a>0,a\neq1\right)$:

+ Nếu $b\leq0$ thì phương trình vô nghiệm.
+ Nếu $b>0$ thì phương trình có nghiệm duy nhất $x=\log_{a}b$.

Lời giải

$2^{x}=9\Leftrightarrow x=\log_{2}9$

Vậy phương trình có nghiệm là $x=\log_{2}9$.

Đáp án B.

Câu 18: Nghiệm của phương trình $2^{2x-1}=2^{x}$ là:

A. $x=0$.

B. $x=2$.

C. $x=-1$.

D. $x=1$.

Phương pháp

$a^{u(x)}=a^{v(x)}\Leftrightarrow u\left(x\right)=v\left(x\right)$

Lời giải

$2^{2x-1}=2^{x}\Leftrightarrow 2x-1=x\Leftrightarrow x=1$

Vậy phương trình đã cho có nghiệm $x=1$

Đáp án D.

Câu 19: Phương trình $\pi^{x-3}=\frac{1}{\pi}$ có nghiệm là:

A. $x=0$.

B. $x=2$.

C. $x=-1$.

D. $x=1$.

Phương pháp

$a^{u(x)}=a^{v(x)}\Leftrightarrow u(x)=v(x)$

Lời giải

$\pi^{x-3}=\frac{1}{\pi}\Leftrightarrow \pi^{x-3}=\pi^{-1}\Leftrightarrow x-3=-1\Leftrightarrow x=2$

Vậy phương trình có nghiệm $x=2$.

Đáp án B.

Câu 20: Nghiệm của phương trình $\left(\frac{1}{16}\right)^{x+1}=64^{2x}$ là:

A. $x=\frac{-1}{4}$.

B. $x=\frac{1}{4}$.

C. $x=\frac{-1}{8}$.

D. $x=\frac{1}{8}$.

Phương pháp

$a^{u(x)}=a^{v(x)}\Leftrightarrow u(x)=v(x)$

Lời giải

$\left(\frac{1}{16}\right)^{x+1}=64^{2x}\Leftrightarrow 4^{-2(x+1)}=4^{3.2x}\Leftrightarrow -2x-2=6x\Leftrightarrow 8x=-2\Leftrightarrow x=\frac{-1}{4}$

Đáp án A.

Câu 21: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{2}{3}}(x-3)\ge 1$ là:

A. $S=\left(3;\frac{11}{3}\right)$.

B. $S=\left(3;\frac{11}{3}\right]$.

C. $S=\left[3;\frac{11}{3}\right]$.

D. $S=\left[3;\frac{11}{3}\right)$.

Phương pháp

Nếu $0<a<1$ thì $\log_a u(x)>\log_a v(x)\Leftrightarrow \begin{cases} u(x)>0 \\ u(x)\le v(x) \end{cases}$.

Lời giải

$$\log_{\frac{2}{3}}(x-3)\ge 1 \Leftrightarrow \log_{\frac{2}{3}}(x-3)\ge \log_{\frac{2}{3}}\frac{2}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} x-3>0 \\ x-3\le \frac{2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>3 \\ x\le \frac{11}{3} \end{cases}$$

Do đó, tập nghiệm của bất phương trình là: $S=\left(3;\frac{11}{3}\right]$.

Đáp án B.

Câu 22: Phương trình $\log_3 x+\log_3(x+1)=\log_3(5x+12)$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. Vô số.

Phương pháp

Với $a>0, a\ne 1$ thì $\log_a u(x)=\log_a v(x) \Leftrightarrow \begin{cases} u(x)>0 \\ u(x)=v(x) \end{cases}$ (có thể thay $u(x)>0$ bằng $v(x)>0$)

Lời giải

Điều kiện: $x>0$

$$\log_3 x+\log_3(x+1)=\log_3(5x+12) \Leftrightarrow \log_3 x(x+1)=\log_3(5x+12)$$

$$\Leftrightarrow x^2+x=5x+12 \Leftrightarrow x^2-4x-12=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2(L) \\ x=6(TM) \end{array}\right.$$

Vậy phương trình đã cho có một nghiệm là $x=6$

Đáp án B.

Câu 23: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^{2x}<25^{1-x}$ là:

A. $S=(-2;+\infty)$.

B. $S=(2;+\infty)$.

C. $S=(-\infty;-2)$.

D. $S=(-\infty;2)$.

Phương pháp

Với $a>1$ thì $a^{u(x)}>a^{v(x)} \Leftrightarrow u(x)>v(x)$

Lời giải

$$\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^{2x}<25^{1-x} \Leftrightarrow 5^{\frac{-2x}{2}}<5^{2(1-x)} \Leftrightarrow -x<2-2x\,(\text{do } 5>1) \Leftrightarrow x<2$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là: $S=(-\infty;2)$.

Đáp án D.

Câu 24: Góc giữa hai đường thẳng a và b có thể bằng:

A. 180^0.

B. 150^0.

C. 90^0.

D. Cả A, B, C đều sai.

Phương pháp

Góc giữa hai đường thẳng có số đo không vượt quá 90^0.

Lời giải

Vì góc giữa hai đường thẳng có số đo không vượt quá 90^0 nên góc giữa hai đường thẳng có thể bằng 90^0.

Đáp án C.

Câu 25: Trong không gian cho hai đường thẳng a và b vuông góc với nhau. Mệnh đề nào dưới đúng?

A. a và b cắt nhau.

B. a và b chéo nhau.

C. a và b cùng nằm trên một mặt phẳng.

D. Góc giữa a và b bằng 90^0.

Phương pháp

Hai đường thẳng vuông góc với nhau nếu góc giữa chúng bằng 90^0.

Lời giải

Trong không gian cho hai đường thẳng a và b vuông góc với nhau thì góc giữa chúng bằng 90^0.

Đáp án D.

Câu 26: Cho hình chóp S. ABCD có đáy ABCD là hình bình hành và $SAB = 100^0$. Góc giữa hai đường thẳng SA và CD bằng bao nhiêu độ?

A. 100^0.

B. 90^0.

C. 80^0.

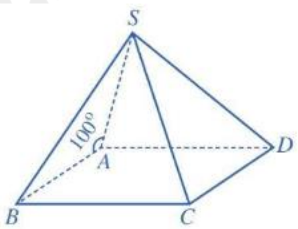
D. 70^0.

Phương pháp

+ Góc giữa hai đường thẳng a và b trong không gian là góc giữa hai đường thẳng a' và b' cùng đi qua một điểm O và lần lượt song song (hoặc trùng) với a và b, kí hiệu (a, b) hoặc $(a; b)$.

+ Góc giữa hai đường thẳng không vượt quá 90^0.

Lời giải



Vì ABCD là hình bình hành nên $AB // CD$

Do đó, $(SA, CD) = (SA, AB) = 180^0 - SAB = 80^0$

Đáp án C.

Câu 27: Cho hình chóp S. ABCD có đáy ABCD là hình thoi. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh SB và SD. Khi đó, góc giữa hai đường thẳng AC và MN bằng bao nhiêu độ?

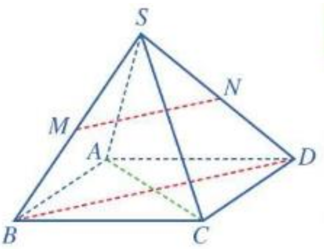
A. 100^0.

B. 90^0.

C. 80^0.

D. 70^0.

Phương pháp
Nếu một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì nó vuông góc với đường thẳng còn lại.
Lời giải



Vì M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh SB và SD nên MN là đường trung bình của tam giác SBD, do đó, MN//BD.
Vì ABCD là hình thoi nên $AC \perp BD$
Vì $AC \perp BD$, MN//BD nên $AC \perp MN \Rightarrow (AC, MN) = 90^0$.

Đáp án B.
Câu 28: Có bao nhiêu mặt phẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một đường thẳng cho trước?

A. Vô số.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Phương pháp
Có duy nhất một mặt phẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một đường thẳng cho trước.
Lời giải
Có duy nhất một mặt phẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một đường thẳng cho trước.
Đáp án B.
Câu 29: Chọn đáp án đúng:

A. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.

B. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.

C. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì vuông góc với nhau.

D. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì cắt nhau.

Phương pháp
Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.
Lời giải
Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.
Đáp án A.
Câu 30: Chọn đáp án đúng.

A. Có hai đường thẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một mặt phẳng cho trước.

B. Có vô số đường thẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một mặt phẳng cho trước.

C. Có duy nhất một đường thẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một mặt phẳng cho trước.

D. Có ba đường thẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một mặt phẳng cho trước.

Phương pháp

Có duy nhất một đường thẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một mặt phẳng cho trước.

Lời giải

Có duy nhất một đường thẳng cùng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một mặt phẳng cho trước.

Đáp án C.

Câu 31: Cho đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P) và đường thẳng d’ nằm trong mặt phẳng P. Góc giữa hai đường thẳng d và d’ bằng bao nhiêu độ?

A. 30^0.

B. 45^0.

C. 60^0.

D. 90^0.

Phương pháp

Nếu một đường thẳng vuông góc với một mặt phẳng thì nó vuông góc với mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng đó.

Lời giải

Vì đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P) và đường thẳng d’ nằm trong mặt phẳng P nên

$d \perp d' \Rightarrow (d, d') = 90^0$

Đáp án D.

Câu 32: Cho hình chóp S. ABCD có ABCD là hình chữ nhật, SA vuông góc với đáy. Đường thẳng BC vuông góc với mặt phẳng nào?

A. (SAD).

B. (SCD).

C. (SAC).

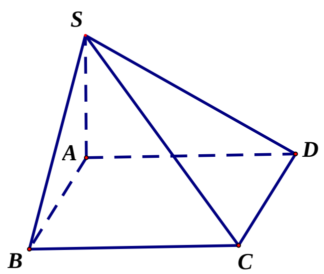
D. (SAB).

Phương pháp

+ Nếu đường thẳng d vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau a và b cùng nằm trong mặt phẳng (P) thì $d \perp (P)$.

+ Nếu một đường thẳng vuông góc với một mặt phẳng thì nó vuông góc với mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng đó.

Lời giải



Vì $SA \perp (ABCD), BC \subset (ABCD) \Rightarrow SA \perp BC$

Mà ABCD là hình chữ nhật nên $BC \perp AB$

Ta có: $SA \perp BC, BC \perp AB,$ AB và SA cắt nhau tại A và nằm trong mặt phẳng (SAB).

Do đó, $BC \perp (SAB)$

Đáp án D.

Câu 33: Cho hình chóp S.ABC có $SA \perp (ABC)$ và H là hình chiếu vuông góc của S lên BC. Chọn khẳng định đúng.

A. $BC \perp AB$.

B. $BC \perp AH$.

C. $BC \perp SC$.

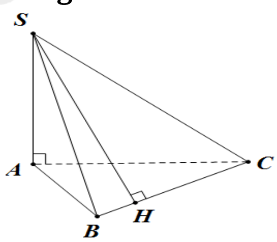
D. Cả A, B, C đều sai.

Phương pháp

+ Nếu đường thẳng d vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau a và b cùng nằm trong mặt phẳng (P) thì $d \perp (P)$.

+ Nếu một đường thẳng vuông góc với một mặt phẳng thì nó vuông góc với mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng đó.

Lời giải



Vì $SA \perp (ABC), BC \subset (ABC) \Rightarrow SA \perp BC$, mà $BC \perp SH$ và SA và SH cắt nhau tại S và nằm trong mặt phẳng (SAH) nên $BC \perp (SAH)$.

Lại có: $AH \subset (SAH)$ nên $BC \perp AH$

Đáp án B.

Câu 34: Cho hình lập phương ABCD.A’B’C’D’. Góc giữa hai đường thẳng A’A và D’B’ bằng:

A. 30^0.

B. 60^0.

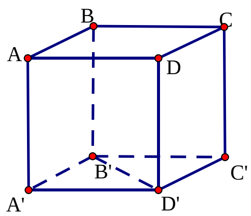
C. 90^0.

D. 45^0.

Phương pháp

Nếu một đường thẳng vuông góc với một mặt phẳng thì nó vuông góc với mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng đó.

Lời giải



Vì ABCD.A’B’C’D’ là hình lập phương nên $AA'\perp(A'B'C'D')$, mà $B'D'\subset(A'B'C'D')$ nên $AA'\perp B'D'$. Do đó, góc giữa hai đường thẳng A’A và D’B’ bằng 90^0.

Đáp án C.

Câu 35: Cho hình chóp S. ABCD có đáy ABCD là hình thang vuông tại A và D, $SA\perp(ABCD)$. Chọn đáp án đúng.

A. $(AB,SD)=90^0$.

B. $(AB,SD)=85^0$.

C. $(AB,SD)=70^0$.

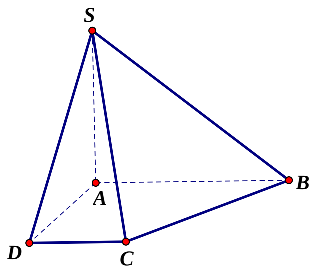
D. $(AB,SD)=75^0$.

Phương pháp

+ Nếu đường thẳng d vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau a và b cùng nằm trong mặt phẳng (P) thì $d\perp(P)$.

+ Nếu một đường thẳng vuông góc với một mặt phẳng thì nó vuông góc với mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng đó.

Lời giải



Vì $SA\perp(ABCD), AB\subset(ABCD)\Rightarrow SA\perp AB$.

Vì ABCD là hình thang vuông tại A nên $AB\perp AD$.

Ta có: $AB\perp AD$, $SA\perp AB$ và SA và AD cắt nhau tại A và nằm trong mặt phẳng (SAD)

Do đó, $AB\perp(SAD)\Rightarrow AB\perp SD$. Suy ra, $(AB,SD)=90^0$.

Đáp án A.

Phần tự luận (3 điểm)

Bài 1. (1 điểm) Cho hàm số: $y=\dfrac{1}{\sqrt{\log_3\left(x^2-2x+3m\right)}}$.

a) Với $m=\dfrac{1}{3}$, hãy tìm tập xác định của hàm số trên.

b) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số trên có tập xác định là $\mathbb{R}$.

Phương pháp

+ Hàm số có dạng $y=\dfrac{1}{\sqrt{u(x)}}$ xác định khi $u(x)>0$.

+ Hàm $y=\log_a u(x)\left(a>0,a\ne 1\right)$ xác định khi $u(x)>0$.

Lời giải

a) Với $m=\frac{1}{3}$ ta có: $y=\frac{1}{\sqrt{\log_3\left(x^2-2x+1\right)}}$.

Hàm số $y=\frac{1}{\sqrt{\log_3\left(x^2-2x+1\right)}}$ xác định khi

$\log_3\left(x^2-2x+1\right)>0\Leftrightarrow x^2-2x+1>1\Leftrightarrow x^2-2x>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x>2\\x<0\end{array}\right.$

Vậy với $m=\frac{1}{3}$ thì tập xác định của hàm số là: $D=\left(-\infty;0\right)\cup\left(2;+\infty\right)$.

b) Hàm số $y=\frac{1}{\sqrt{\log_3\left(x^2-2x+3m\right)}}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $\log_3\left(x^2-2x+3m\right)>0$ với mọi $x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow x^2-2x+3m>1$ với mọi $x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow x^2-2x+3m-1>0$ với mọi $x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}1>0\\\Delta'<0\end{cases}\Leftrightarrow(-1)^2-3m+1<0\Leftrightarrow m>\frac{2}{3}$

Vậy với $m>\frac{2}{3}$ thì hàm số $y=\frac{1}{\sqrt{\log_3\left(x^2-2x+3m\right)}}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

Bài 2. (1,5 điểm) Cho hình chóp S. ABCD có đáy ABCD là hình vuông và $SA\perp(ABCD)$. Gọi H, I, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm A trên các cạnh SB, SC và SD. Chứng minh rằng:

a) $SC\perp(AHK)$.

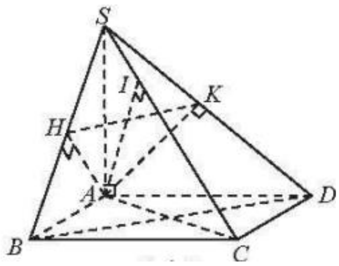
b) $HK\perp(SAC)$ và $HK\perp AI$.

Phương pháp

+ Nếu đường thẳng d vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau a và b cùng nằm trong mặt phẳng (P) thì $d\perp(P)$.

+ Nếu một đường thẳng vuông góc với một mặt phẳng thì nó vuông góc với mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng đó.

Lời giải



a) Vì $SA\perp(ABCD),DC\subset(ABCD)\Rightarrow SA\perp DC$

Vì ABCD là hình vuông nên $DC \perp AD$.

Mà SA và AD cắt nhau tại A và nằm trong mặt phẳng (SAD). Do đó, $DC \perp (SAD)$

Lại có: $AK \subset (SAD) \Rightarrow DC \perp AK$. Mặt khác, $AK \perp SD \Rightarrow AK \perp (SDC) \Rightarrow AK \perp SC$

Vì $SA \perp (ABCD), BC \subset (ABCD) \Rightarrow SA \perp BC$

Vì ABCD là hình vuông nên $BC \perp AB$.

Mà SA và AB cắt nhau tại A và nằm trong mặt phẳng (SAB). Do đó, $BC \perp (SAB)$

Lại có: $AH \subset (SAB) \Rightarrow BC \perp AH$. Mặt khác, $AH \perp SB \Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow AH \perp SC$

Ta có: $AK \perp SC$, $AH \perp SC$ và AK và AH cắt nhau tại A nằm trong mặt phẳng (AHK) nên $SC \perp (AHK)$.

b) Ta có: $SA \perp (ABCD) \Rightarrow \begin{cases} SA \perp AB \\ SA \perp AD \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} SAB = 90^0 \\ SAD = 90^0 \end{cases}$

Tam giác SAB và tam giác SAD có: SA là cạnh chung, $SAB = SAD = 90^0$, $AB = AD$.

Do đó, $\Delta SAB = \Delta SAD (c.g.c) \Rightarrow SB = SD$, $SH = SK$.

Suy ra: $\dfrac{SH}{SB} = \dfrac{SK}{SD}$. Do đó, HK//BD (1)

Vì ABCD là hình vuông nên $AC \perp BD$.

Vì $SA \perp (ABCD), DB \subset (ABCD) \Rightarrow SA \perp DB$

Mà SA và AC cắt nhau tại A và nằm trong mặt phẳng (SAC) nên $DB \perp (SAC)$ (2)

Từ (1) và (2) ta có: $HK \perp (SAC)$. Mà $AI \subset (SAC)$, suy ra $HK \perp AI$.

Bài 3. (0,5 điểm) Có bao nhiêu số tự nhiên x thỏa mãn bất phương trình $\log_3 \dfrac{x^2 - 16}{343} < \log_7 \dfrac{(x-4)(x+4)}{27}$?

Phương pháp

Nếu $a > 1$ thì $\log_a u(x) < \log_a v(x) \Leftrightarrow \begin{cases} u(x) > 0 \\ u(x) < v(x) \end{cases}$.

Lời giải

TXĐ: $D = (-\infty; -4) \cup (4; +\infty)$.

Ta có: $\log_3 \dfrac{x^2 - 16}{343} < \log_7 \dfrac{(x-4)(x+4)}{27}$

$\Leftrightarrow \log_3 \dfrac{x^2 - 16}{343} < \log_7 \dfrac{x^2 - 16}{27}$

$\Leftrightarrow \log_3 7.\left[\log_7 (x^2 - 16) - 3\right] < \log_7 (x^2 - 16) - 3\log_7 3$

$\Leftrightarrow (\log_3 7 - 1).\log_7 (x^2 - 16) < 3\log_3 7 - 3\log_7 3$

$\Leftrightarrow \log_7 (x^2 - 16) < \dfrac{3(\log_3 7 - \log_7 3)}{\log_3 7 - 1}$

$$\Leftrightarrow \log_7\left(x^2-16\right)<\frac{3\left(\log_3 7-\frac{1}{\log_3 7}\right)}{\log_3 7-1}\Leftrightarrow \log_7\left(x^2-16\right)<\frac{3\left(\log_3 7+1\right)}{\log_3 7}$$

$$\Leftrightarrow \log_7\left(x^2-16\right)<3\left(1+\log_7 3\right)$$

$$\Leftrightarrow \log_7\left(x^2-16\right)<\log_7 21^3$$

$$\Leftrightarrow x^2-16<21^3\Leftrightarrow -\sqrt{9277}<x<\sqrt{9277}$$

Kết hợp với điều kiện xác định ta có: $\left[\begin{array}{l}-\sqrt{9277}<x<-4\\ 4<x<\sqrt{9277}\end{array}\right.$

Vì x là số tự nhiên nên $x\in\{5;6;7;...;96\}$.