ĐỀ THI GIỮA KÌ II – Đề số 2

Môn: Toán - Lớp 11

Bộ sách Kết nối tri thức với cuộc sống

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Phần trắc nghiệm

1. C	2. A	3. D	4. B	5. A	6. A	7. B
8. D	9. B	10. A	11. A	12. C	13. B	14. C
15. B	16. B	17. C	18. B	19. D	20. A	21. B
22. D	23. C	24. C	25. A	26. B	27. B	28. B
29. B	30. C	31. A	32. D	33. C	34. D	35. B

Câu 1: Cho số thực dương a và số hữu tỉ $r = \frac{m}{n}$, trong đó $m, n \in \mathbb{Z}, n > 0$. Ta có:

A. $a^r = a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[nm]{a}$.

B. $a^r = a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[m]{a^n}$.

C. $a^r = a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$.

D. $a^r = a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{\sqrt[m]{a}}$.

Phương pháp

Cho số thực dương a và số hữu tỉ $r = \frac{m}{n}$, trong đó $m, n \in \mathbb{Z}, n > 0$. Ta có: $a^r = a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$

Lời giải

Cho số thực dương a và số hữu tỉ $r = \frac{m}{n}$, trong đó $m, n \in \mathbb{Z}, n > 0$. Ta có: $a^r = a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$

Đáp án C.

Câu 2: Chọn đáp án đúng

Cho a, b là những số thực dương, α là số thực bất kì. Khi đó:

A. $\left(\frac{a}{b}\right)^\alpha = \frac{a^\alpha}{b^\alpha}$.

B. $\left(\frac{a}{b}\right)^\alpha = \frac{a}{b^\alpha}$.

C. $\left(\frac{a}{b}\right)^\alpha = \frac{a^\alpha}{b}$.

D. Cả A, B, C đều sai.

Phương pháp

Cho a, b là những số thực dương, α là số thực bất kì. Khi đó, $\left(\frac{a}{b}\right)^{\alpha}=\frac{a^{\alpha}}{b^{\alpha}}$.

Lời giải

Cho a, b là những số thực dương, α là số thực bất kì. Khi đó, $\left(\frac{a}{b}\right)^{\alpha}=\frac{a^{\alpha}}{b^{\alpha}}$.

Đáp án A.

Câu 3: Chọn đáp án đúng:

A. $\left(\sqrt[3]{5}\right)^2=\sqrt[6]{5}$.

B. $\left(\sqrt[3]{5}\right)^2=\sqrt[3]{10}$.

C. $\left(\sqrt[3]{5}\right)^2=\sqrt{5^3}$.

D. $\left(\sqrt[3]{5}\right)^2=\sqrt[3]{5^2}$.

Phương pháp

$\left(\sqrt[n]{a}\right)^m=\sqrt[n]{a^m}$ (với các biểu thức đều có nghĩa).

Lời giải

Ta có: $\left(\sqrt[3]{5}\right)^2=\sqrt[3]{5^2}$.

Đáp án D.

Câu 4: Rút gọn biểu thức $\left(a^{\sqrt{3}}.b^{\frac{-6}{\sqrt{3}}}\right)^{\frac{1}{\sqrt{3}}}$ (với $a,b>0$) được kết quả là:

A. a^2.

B. $\frac{a}{b^2}$.

C. $\frac{b}{a}$.

D. ab^2.

Phương pháp

$\left(a^m\right)^n=a^{mn}, a^{-n}=\frac{1}{a^n}$ (a khác 0).

Lời giải

$$\left(a^{\sqrt{3}}.b^{\frac{-6}{\sqrt{3}}}\right)^{\frac{1}{\sqrt{3}}}=\left(a^{\sqrt{3}}\right)^{\frac{1}{\sqrt{3}}}.\left(b^{\frac{-6}{\sqrt{3}}}\right)^{\frac{1}{\sqrt{3}}}=a.b^{\frac{-6}{3}}=\frac{a}{b^2}$$

Đáp án B.

Câu 5: Giá trị của biểu thức $\left(\sqrt{5}-2\right)^{2024}.\left(\sqrt{5}+2\right)^{2025}$

A. $\sqrt{5}+2$.

B. $\sqrt{5}-2$.

C. $-\sqrt{5}+2$.

D. $-\sqrt{5}-2$.

Phương pháp

$\left(a^m\right)^n = a^{mn}, a^m.b^m = \left(a.b\right)^m, a^m.a^n = a^{m+n}$ (a khác 0).

Lời giải

$\left(\sqrt{5}-2\right)^{2024}.\left(\sqrt{5}+2\right)^{2025} = \left(\sqrt{5}-2\right)^{2024}.\left(\sqrt{5}+2\right)^{2024}.\left(\sqrt{5}+2\right)$

$= \left[\left(\sqrt{5}-2\right)\left(\sqrt{5}+2\right)\right]^{2024}.\left(\sqrt{5}+2\right) = \left(5-4\right)^{2024}\left(\sqrt{5}+2\right) = \sqrt{5}+2$

Đáp án A.

Câu 6: Chọn đáp án đúng.

Với $0 < a \ne 1, b, c > 0$ thì:

A. $\log_a\left(bc\right) = \log_a b + \log_a c$.

B. $\log_a\left(bc\right) = \log_a b.\log_a c$.

C. $\log_a\left(bc\right) = \frac{1}{2}\log_a b.\log_a c$.

D. $\log_a\left(bc\right) = \log_a b - \log_a c$.

Phương pháp

Với $0 < a \ne 1, b, c > 0$ thì $\log_a\left(bc\right) = \log_a b + \log_a c$.

Lời giải

Với $0 < a \ne 1, b, c > 0$ thì $\log_a\left(bc\right) = \log_a b + \log_a c$.

Đáp án A.

Câu 7: Chọn đáp án đúng.

Với a, b, c là các số dương và $a \ne 1, b \ne 1$ thì:

A. $\log_a c = \log_b c.\log_b a$.

B. $\log_a c = \frac{\log_b c}{\log_b a}$.

C. $\log_a c = \log_b c + \log_b a$.

D. $\log_a c = \frac{\log_a c}{\log_b c}$.

Phương pháp

Với a, b, c là các số dương và $a \ne 1, b \ne 1$ thì $\log_a c = \frac{\log_b c}{\log_b a}$.

Lời giải

Với a, b, c là các số dương và $a \ne 1, b \ne 1$ thì $\log_a c = \frac{\log_b c}{\log_b a}$.

Đáp án B.

Câu 8: Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Lôgarit tự nhiên của số thực dương a kí hiệu là $\frac{1}{\ln a}$.

B. Lôgarit tự nhiên của số thực dương của a kí hiệu là $\log a$.

C. Lôgarit tự nhiên của số thực dương a kí hiệu là $\frac{1}{\log a}$.

D. Lôgarit tự nhiên của số thực dương a kí hiệu là $\ln a$.

Phương pháp
Lôgarit cơ số e của số thực dương b được gọi là lôgarit tự nhiên của b và kí hiệu ln b.
Lời giải
Lôgarit tự nhiên của số thực dương a kí hiệu là $\ln a$.
Đáp án D.
Câu 9: Tính $\log_8 1250$ theo a biết $a = \log_2 5$.

A. $\log_8 1250 = 4a + 3$.

B. $\log_8 1250 = \frac{4}{3}a + \frac{1}{3}$.

C. $\log_8 1250 = 2a + \frac{1}{3}$.

D. $\log_8 1250 = 2a - \frac{1}{3}$.

Phương pháp

Với a, b là số thực dương và $a \ne 1$ thì $\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b, \log_a a = 1,\ \log_{a^\alpha} b = \frac{1}{\alpha}\log_a b$

Với a là số thực dương, $a \ne 1,\ M > 0, N > 0$ thì $\log_a MN = \log_a M + \log_a N$.

Lời giải

$$\log_8 1250 = \log_{2^3}\left(5^4.2\right) = \frac{1}{3}\left(\log_2 5^4 + \log_2 2\right) = \frac{4}{3}\log_2 5 + \frac{1}{3} = \frac{4}{3}a + \frac{1}{3}$$

Đáp án B.
Câu 10: Chọn đáp án đúng:

A. $\log_a\left(a^2\sqrt[3]{a\sqrt{a}}\right) = \frac{5}{2}$.

B. $\log_a\left(a^2\sqrt[3]{a\sqrt{a}}\right) = 1$.

C. $\log_a\left(a^2\sqrt[3]{a\sqrt{a}}\right) = \frac{5}{4}$.

D. $\log_a\left(a^2\sqrt[3]{a\sqrt{a}}\right) = \frac{5}{3}$.

Phương pháp
Với a, b là số thực dương và $a \ne 1$ thì $\log_a a = 1; \log_a b^\alpha = \alpha\log_a b, \log_a a^\alpha = \alpha$.
Lời giải

$$\log_a\left(a^2\sqrt[3]{a\sqrt{a}}\right) = \log_a\left(a^2\left(a.a^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}}\right) = \log_a\left(a^2.a^{\frac{1}{2}}\right) = \log_a a^{\frac{5}{2}} = \frac{5}{2}$$

Đáp án A.

Câu 11: Đồ thị hàm số $y = \log_a x\left(a > 0, a \ne 1\right)$ đi qua điểm:

A. $A(1;0)$.

B. $B(0;1)$.

C. $C(0;-1)$.

D. $D(a;0)$.

Phương pháp

Đồ thị hàm số $y=\log_a x\left(a>0,a\ne 1\right)$ đi qua điểm $\left(1;0\right)$ và điểm $\left(a;1\right)$.

Lời giải

Đồ thị hàm số $y=\log_a x\left(a>0,a\ne 1\right)$ đi qua điểm $\left(1;0\right)$.

Đáp án A.

Câu 12: Hàm số nào dưới đây là hàm số lôgarit cơ số 2?

A. $y=2^x$.

B. $y=\log_x 2$.

C. $y=\log_2 x$.

D. $y=\ln\left(2x\right)$.

Phương pháp

Hàm số $y=\log_a x\left(a>0,a\ne 1\right)$ được gọi là hàm số lôgarit cơ số a.

Lời giải

Hàm số $y=\log_2 x$ có cơ số là 2.

Đáp án C.

Câu 13: Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=2^x$.

B. $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$.

C. $y=e^x$.

D. $y=\pi^x$.

Phương pháp

Nếu $0<a<1$ thì hàm số $y=a^x\left(a>0,a\ne 1\right)$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Lời giải

Vì $0<\frac{1}{2}<1$ nên hàm số $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Đáp án B.

Câu 14: Tập giá trị của hàm số $y=a^x\left(a>0,a\ne 1\right)$ là:

A. $T=\mathbb{R}$.

B. $T=\left(-\infty;0\right)$.

C. $T=\left(0;+\infty\right)$.

D. $T=\left(-1;1\right)$.

Phương pháp

Tập giá trị của hàm số $y=a^x\left(a>0,a\ne 1\right)$ là $T=\left(0;+\infty\right)$.

Lời giải

Tập giá trị của hàm số $y=a^x\left(a>0,a\ne 1\right)$ là $T=\left(0;+\infty\right)$.

Đáp án C.

Câu 15: Tập xác định của hàm số $y=8^{\sqrt{x^2-4}}$ là:

A. $D=\left(-2;2\right)$.

B. $D=(-\infty;-2]\cup[2;+\infty)$.

C. $D=[-2;2]$.

D. $D=(-\infty;-2)\cup(2;+\infty)$.

Phương pháp

Hàm số $y=\sqrt{u(x)}$ xác định khi $u(x)\ge 0$.

Lời giải

Hàm số $y=8^{\sqrt{x^2-4}}$ xác định khi $x^2-4\ge 0\Leftrightarrow (x-2)(x+2)\ge 0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x\ge 2\\ x\le -2\end{array}\right.$

Vậy tập xác định của hàm số $y=8^{\sqrt{x^2-4}}$ là: $D=(-\infty;-2]\cup[2;+\infty)$

Đáp án B.

Câu 16: Cho hàm số $y=f(x)=\log_{\frac{1}{\sqrt{3}}}x$. Biết rằng: $\max\limits_{x\in\left[\frac{1}{3};3\right]} y=M$, $\min\limits_{x\in\left[\frac{1}{3};3\right]} y=m$. Khi đó:

A. $M.m=2$.

B. $M.m=-1$.

C. $M.m=4$.

D. $M.m=1$.

Phương pháp

Cho hàm số $y=\log_a x\,(a>0,a\ne 1)$:

+ Nếu $a>1$ thì hàm số đồng biến trên $(0;+\infty)$.

+ Nếu $0<a<1$ thì hàm số nghịch biến trên $(0;+\infty)$.

Lời giải

Hàm số $y=f(x)=\log_{\frac{1}{\sqrt{3}}}x$ có $0<\dfrac{1}{\sqrt{3}}<1$ nên nghịch biến trên $(0;+\infty)$.

Do đó, $\max\limits_{x\in\left[\frac{1}{3};3\right]} y=f\left(\dfrac{1}{3}\right)=\log_{\frac{1}{\sqrt{3}}}\dfrac{1}{3}=2$, $\min\limits_{x\in\left[\frac{1}{3};3\right]} y=f(3)=\log_{\frac{1}{\sqrt{3}}}3=-2$

Do đó, $M.m=-1$

Đáp án B.

Câu 17: Với giá trị nào của b thì phương trình $a^x=b\,(a>0,a\ne 1)$ vô nghiệm?

A. $b=2^{-3}$.

B. $b=2$.

C. $b=0$.

D. $b=\dfrac{1}{2}$.

Phương pháp

Cho phương trình $a^x=b\,(a>0,a\ne 1)$: Nếu $b\le 0$ thì phương trình vô nghiệm.

Lời giải

Phương trình $a^x=b\,(a>0,a\ne 1)$ vô nghiệm khi $b\le 0$.

Do đó, $b=0$ thì phương trình $a^x=b\,(a>0,a\ne 1)$ vô nghiệm.

Đáp án C.

Câu 18: Nghiệm của phương trình $\left(\sqrt{3}\right)^{x}=3$ là:

A. $x=0$.
B. $x=2$.
C. $x=-1$.
D. $x=1$.

Phương pháp

$a^{u(x)}=a^{v(x)}\Leftrightarrow u(x)=v(x)$

Lời giải

$\left(\sqrt{3}\right)^{x}=3\Leftrightarrow\left(\sqrt{3}\right)^{x}=\left(\sqrt{3}\right)^{2}\Leftrightarrow x=2$

Vậy phương trình đã cho có nghiệm $x=2$

Đáp án B.

Câu 19: Phương trình $\log_2 x=-2$ có nghiệm là:

A. $x=-4$.
B. $x=4$.
C. $x=\frac{-1}{4}$.
D. $x=\frac{1}{4}$.

Phương pháp

Phương trình $\log_a x=b\left(a>0,a\neq 1\right)$ luôn có nghiệm duy nhất $x=a^{b}$.

Lời giải

Điều kiện: $x>0$

$\log_2 x=-2\Leftrightarrow x=2^{-2}=\frac{1}{4}$ (thỏa mãn)

Vậy phương trình có nghiệm $x=\frac{1}{4}$.

Đáp án D.

Câu 20: Nghiệm của phương trình $0,2^{x-1}=\frac{1}{\sqrt{125}}$ là:

A. $x=\frac{5}{2}$.
B. $x=\frac{5}{4}$.
C. $x=\frac{-1}{4}$.
D. $x=\frac{1}{2}$.

Phương pháp

$a^{u(x)}=a^{v(x)}\Leftrightarrow u(x)=v(x)$

Lời giải

$0,2^{x-1}=\frac{1}{\sqrt{125}}\Leftrightarrow\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^{2(x-1)}=\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^{3}\Leftrightarrow 2x-2=3\Leftrightarrow x=\frac{5}{2}$

Đáp án A.

Câu 21: Tập nghiệm của phương trình $\log_2(\log_{16} x) = -2$ là:

A. $S = \{3\}$.

B. $S = \{2\}$.

C. $S = \{4\}$.

D. $S = \{5\}$.

Phương pháp

Với $a > 0, a \neq 1$ ta có: $\log_a u(x) = b \Leftrightarrow u(x) = a^b$.

Lời giải

Điều kiện: $x > 0$

$$\log_2(\log_{16} x) = -2 \Leftrightarrow \log_{16} x = 2^{-2} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow x = 16^{\frac{1}{4}} = 2$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là: $S = \{2\}$.

Đáp án B.

Câu 22: Bất phương trình $2\log_{\frac{1}{3}}(x+1) > \log_{\frac{1}{3}}(3x+7)$ có nghiệm là:

A. $-2 \le x \le 3$.

B. $-2 < x < 3$.

C. $-1 \le x < 3$.

D. $-1 < x < 3$.

Phương pháp

Nếu $0 < a < 1$ thì $\log_a u(x) > \log_a v(x) \Leftrightarrow \begin{cases} u(x) > 0 \\ u(x) < v(x) \end{cases}$ (có thể thay $u(x) > 0$ bằng $v(x) > 0$).

Lời giải

Điều kiện: $x > -1$

$$2\log_{\frac{1}{3}}(x+1) > \log_{\frac{1}{3}}(3x+7) \Leftrightarrow \log_{\frac{1}{3}}(x+1)^2 > \log_{\frac{1}{3}}(3x+7) \Leftrightarrow (x+1)^2 < 3x+7 \Leftrightarrow x^2 - x - 6 < 0$$

$$\Leftrightarrow (x-3)(x+2) < 0 \Leftrightarrow -2 < x < 3$$

Kết hợp với điều kiện ta có: $-1 < x < 3$.

Đáp án D.

Câu 23: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{2x-4} \ge \frac{1}{4}$ là:

A. $S = [4; +\infty)$.

B. $S = (4; +\infty)$.

C. $S = (-\infty; 4]$.

D. $S = (-\infty; 4)$.

Phương pháp

Với $a > 1$ thì $a^{u(x)} \ge a^{v(x)} \Leftrightarrow u(x) \ge v(x)$.

Lời giải

$$\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{2x-4}\ge\frac{1}{4}\Leftrightarrow 2^{\frac{2x-4}{-2}}\ge 2^{-2}\Leftrightarrow -x+2\ge -2\Leftrightarrow x\le 4$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là: $S=(-\infty;4]$.

Đáp án C.

Câu 24: Hai đường thẳng a, b được gọi là vuông góc với nhau nếu góc giữa chúng bằng:

A. 180^0.

B. 150^0.

C. 90^0.

D. Cả A, B, C đều sai.

Phương pháp

Hai đường thẳng a, b được gọi là vuông góc với nhau nếu góc giữa chúng bằng 90^0.

Lời giải

Hai đường thẳng a, b được gọi là vuông góc với nhau nếu góc giữa chúng bằng 90^0.

Đáp án C.

Câu 25: Trong không gian, khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Cho hai đường thẳng song song, đường thẳng nào vuông góc với đường thẳng này thì cũng vuông góc với đường thẳng còn lại.

B. Cho hai đường thẳng song song, đường thẳng nào vuông góc với đường thẳng này thì song song với đường thẳng còn lại.

C. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

D. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì vuông góc với nhau.

Phương pháp

Trong không gian, cho hai đường thẳng song song, đường thẳng nào vuông góc với đường thẳng này thì cũng vuông góc với đường thẳng còn lại.

Lời giải

Trong không gian, cho hai đường thẳng song song, đường thẳng nào vuông góc với đường thẳng này thì cũng vuông góc với đường thẳng còn lại.

Đáp án A.

Câu 26: Cho hình chóp S. ABCD có đáy ABCD là hình thoi cạnh a, $SA=a\sqrt{3}$ và $SA\perp BC$. Góc giữa SD và BC bằng:

A. 45^0.

B. 60^0.

C. 30^0.

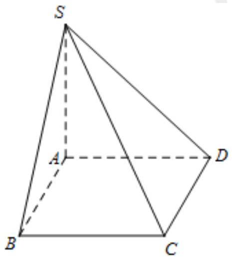
D. 70^0.

Phương pháp

+ Góc giữa hai đường thẳng a và b trong không gian là góc giữa hai đường thẳng a’ và b’ cùng đi qua một điểm O và lần lượt song song (hoặc trùng) với a và b; kí hiệu (a,b) hoặc $(a;b)$.

+ Nếu một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì nó vuông góc với đường thẳng còn lại.

Lời giải



Vì ABCD là hình thoi nên BC//AD. Do đó, $\left(SD,BC\right)=\left(SD,AD\right)=SDA$

Vì BC//AD, $SA\perp BC$ nên $SA\perp AD$. Do đó, tam giác SAD vuông tại A, suy ra:

$$\tan SDA=\frac{SA}{AD}=\frac{a\sqrt{3}}{a}=\sqrt{3}\Rightarrow SDA=60^0$$

Đáp án B.

Câu 27: Cho hình chóp S. ABCD có đáy ABCD là hình thoi cạnh a. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của SA và SC. Góc giữa IJ và BD bằng:

A. 60^0.

B. 90^0.

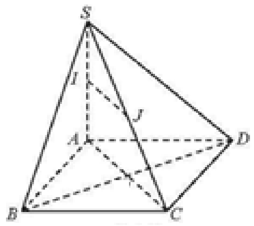
C. 80^0.

D. 70^0.

Phương pháp

Nếu một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì nó vuông góc với đường thẳng còn lại.

Lời giải



Vì I, J lần lượt là trung điểm của các cạnh SA và SC nên IJ là đường trung bình của tam giác SAC, do đó, IJ//AC.

Vì ABCD là hình thoi nên $AC\perp BD$

Vì $AC\perp BD$, IJ//AC nên $BD\perp IJ\Rightarrow\left(BD,IJ\right)=90^0$.

Đáp án B.

Câu 28: Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. Nếu đường thẳng d vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau nằm trong mặt phẳng (P) thì d vuông góc với bất kì đường thẳng nào nằm trong (P).

B. Nếu đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P) thì d vuông góc với hai đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P).

C. Nếu đường thẳng d vuông góc với hai đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) thì d vuông góc với mặt phẳng (P).

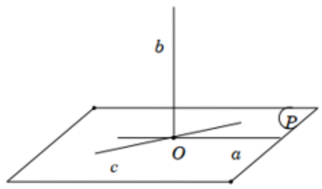
D. Nếu đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P) thì nó vuông góc với bất kì đường thẳng nào trong mặt phẳng (P).

Phương pháp

Nếu đường thẳng d vuông góc với hai đường thẳng phân biệt nằm trong mặt phẳng (P) thì d vuông góc với mặt phẳng (P).

Lời giải

Câu sai vì d phải vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau nằm trong mặt phẳng (P) thì d vuông góc với (P).

Các đáp án còn lại đều đúng.
Đáp án B.
Câu 29: Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:
A. Cho hai đường thẳng chéo nhau và vuông góc nhau. Khi đó, có một và chỉ một mặt phẳng chứa hai đường thẳng này và vuông góc với đường thẳng kia.
B. Qua một điểm O cho trước có duy nhất một đường thẳng vuông góc với đường thẳng cho trước.
C. Qua một điểm O cho trước có duy nhất một mặt phẳng vuông góc với đường thẳng cho trước.
D. Qua một điểm O cho trước có duy nhất một đường thẳng vuông góc với một mặt phẳng cho trước.
Phương pháp
Qua một điểm O cho trước có vô số đường thẳng vuông góc với đường thẳng cho trước cho trước.
Lời giải
Qua một điểm O cho trước có vô số đường thẳng vuông góc với đường thẳng cho trước cho trước nên đáp án B sai.
Hình minh họa:


Các đáp án còn lại đều đúng.
Đáp án B.
Câu 30: Chọn đáp án đúng.
Trong không gian, cho đường thẳng d không nằm trong mặt phẳng (P), đường thẳng d được gọi là vuông góc với mặt phẳng (P) nếu d:
A. Vuông góc với hai đường thẳng phân biệt trong mặt phẳng (P).
B. Vuông góc với đường thẳng a mà đường thẳng a song song mặt phẳng (P).
C. Vuông góc với mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P).
D. Vuông góc với đường thẳng a nằm trong mặt phẳng (P).
Phương pháp
Trong không gian, cho đường thẳng d không nằm trong mặt phẳng (P), đường thẳng d được gọi là vuông góc với mặt phẳng (P) nếu d vuông góc với mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P).
Lời giải
Trong không gian, cho đường thẳng d không nằm trong mặt phẳng (P), đường thẳng d được gọi là vuông góc với mặt phẳng (P) nếu d vuông góc với mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P).
Đáp án C.
Câu 31: Cho đường thẳng a nằm trong mặt phẳng (P) và b là đường thẳng không nằm trong (P) và không vuông góc với (P). Gọi b’ là hình chiếu vuông góc của b trên (P). Khi đó, a vuông góc với b khi và chỉ khi… Cụm từ thích hợp điền vào… để được đáp án đúng là:
A. a vuông góc với b'.
B. a song song với b'.
C. a cắt b'.
D. a và b' chéo nhau.
Phương pháp
Cho đường thẳng a nằm trong mặt phẳng (P) và b là đường thẳng không nằm trong (P) và không vuông góc với (P). Gọi b’ là hình chiếu vuông góc của b trên (P). Khi đó, a vuông góc với b khi và chỉ khi a vuông góc với b'.
Lời giải

Cho đường thẳng a nằm trong mặt phẳng (P) và b là đường thẳng không nằm trong (P) và không vuông góc với (P). Gọi b’ là hình chiếu vuông góc của b trên (P). Khi đó, a vuông góc với b khi và chỉ khi a vuông góc với b'.

Đáp án A.

Câu 32: Cho hình chóp S. ABC có ABC là tam giác cân tại C, SA vuông góc với đáy. Gọi H, K lần lượt là trung điểm của AB và SB. Khẳng định nào dưới đây là **sai**?

A. $CH \perp AK$.

B. $CH \perp SB$.

C. $CH \perp SA$.

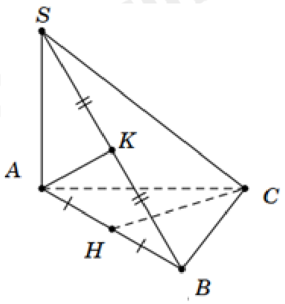
D. $SB \perp AK$.

Phương pháp

+ Nếu đường thẳng d vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau a và b cùng nằm trong mặt phẳng (P) thì $d \perp (P)$.

+ Nếu một đường thẳng vuông góc với một mặt phẳng thì nó vuông góc với mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng đó.

Lời giải



Vì H là trung điểm của AB, mà tam giác ABC cân tại C nên $CH \perp AB$.

Ta có: $SA \perp (ABC), CH \subset (ABC) \Rightarrow SA \perp CH$

Ta có: $CH \perp AB$, $SA \perp CH$, SA và AB cắt nhau tại A và nằm trong mặt phẳng (SAB) nên $CH \perp (SAB)$.

Mà $AK, SB \subset (SAB) \Rightarrow AK \perp CH, SB \perp CH$

Do đó, đáp án sai là D.

Đáp án D.

Câu 33: Cho hình chóp S.ABC có $SA \perp (ABC)$ và tam giác ABC vuông tại B. Kẻ $AH \perp SB (H \in SB)$. Khẳng định nào dưới đây là **sai**?

A. $BC \perp SA$.

B. $BC \perp AH$.

C. $AH \perp AC$.

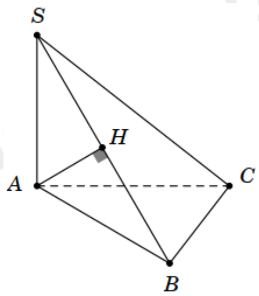
D. $AH \perp SC$.

Phương pháp

+ Nếu đường thẳng d vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau a và b cùng nằm trong mặt phẳng (P) thì $d \perp (P)$.

+ Nếu một đường thẳng vuông góc với một mặt phẳng thì nó vuông góc với mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng đó.

Lời giải



Vì $SA\perp (ABC), BC\subset (ABC)\Rightarrow SA\perp BC$.

Tam giác ABC vuông tại B nên $AB\perp BC$

Ta có: $SA\perp BC$, $AB\perp BC$, SA và AB cắt nhau tại A và nằm trong mặt phẳng (SAB) nên $BC\perp (SAB)$.

Mà $AH\subset (SAB)\Rightarrow BC\perp AH$

Ta có: $BC\perp AH, AH\perp SB$, SB và BC cắt nhau tại B và nằm trong mặt phẳng (SBC). Do đó, $AH\perp (SBC)$, mà $SC\subset (SBC)\Rightarrow SC\perp AH$

Nếu $AH\perp AC$, mà $SA\perp AC\Rightarrow AC\perp (SAH)\Rightarrow AB\perp AC$ (vô lí)

Đáp án C.

Câu 34: Cho hình chóp S. ABCD có đáy ABCD là hình thoi tâm O. Biết rằng $SA = SC, SB = SD$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $AB\perp (SAC)$.

B. $CD\perp AC$.

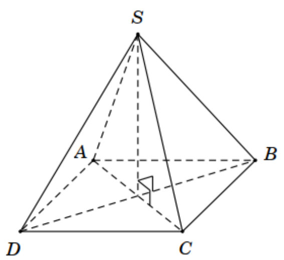
C. $CD\perp (SBD)$.

D. $SO\perp (ABCD)$.

Phương pháp

Nếu đường thẳng d vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau a và b cùng nằm trong mặt phẳng (P) thì $d\perp (P)$.

Lời giải



Vì $SA = SC$ nên tam giác SAC cân tại S, mà SO là đường trung tuyến nên SO là đường cao của tam giác SAC. Do đó, $SO\perp AC$ (1)

Vì $SB = SD$ nên tam giác SBD cân tại S, mà SO là đường trung tuyến nên SO là đường cao của tam giác SBD. Do đó, $SO\perp BD$ (2)

Lại có: BD và AC cắt nhau tại O và nằm trong mặt phẳng (ABCD) (3).

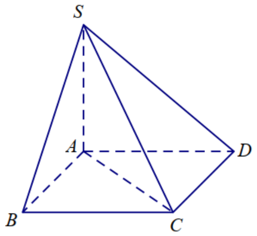
Từ (1), (2) và (3) ta có: $SO\perp (ABCD)$.

Đáp án D.

Câu 35: Cho hình chóp S. ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật, $SA\perp (ABCD)$. Hình chiếu vuông góc của điểm D trên mặt phẳng (SAB) là điểm:

A. S.

B. A.
C. B.
D. E (với E là trung điểm của SB).
Phương pháp
Cho mặt phẳng (P). Xét một điểm M tùy ý trong không gian. Gọi d là đường thẳng đi qua điểm M và vuông góc với (P). Gọi M' là giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P). Khi đó, điểm M' được gọi là hình chiếu vuông góc của điểm M lên mặt phẳng (P).
Lời giải



Vì $SA \perp (ABCD), AD \subset (ABCD) \Rightarrow SA \perp AD$

Vì ABCD là hình chữ nhật nên $AB \perp AD$.

Mà SA và AB cắt nhau tại A và nằm trong mặt phẳng (SAB). Do đó, $AD \perp (SAB)$.

Do đó, A là hình chiếu vuông góc của điểm D trên mặt phẳng (SAB).
Đáp án B.

Phần tự luận (3 điểm)
Bài 1. (1 điểm) Cho hàm số: $y = \ln\left[(2-m)x^2 - 2x + 1\right]$.

a) Với $m = 1$, hãy tìm tập xác định của hàm số trên.
b) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số trên có tập xác định với mọi giá trị thực của x.
Phương pháp
Hàm số $y = \ln u(x)$ xác định khi $u(x) > 0$.
Lời giải
a) Với $m = 1$ ta có: $y = \ln\left(x^2 - 2x + 1\right)$.

Hàm số $y = \ln\left(x^2 - 2x + 1\right)$ xác định khi $x^2 - 2x + 1 > 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 > 0 \Leftrightarrow x - 1 \ne 0 \Leftrightarrow x \ne 1$.

Vậy với $m = 1$ thì tập xác định của hàm số là: $D = (-\infty;1) \cup (1;+\infty)$.

b) Hàm số $y = \ln\left[(2-m)x^2 - 2x + 1\right]$ xác định với mọi giá trị thực của x khi và chỉ khi $f(x) = (2-m)x^2 - 2x + 1 > 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$

Trường hợp 1: Với $m = 2$ ta có: $f(x) = -2x + 1 > 0 \Leftrightarrow x < \frac{1}{2}$. Do đó, f(x) không xác định với mọi giá trị thực của x. Do đó, $m = 2$ không thỏa mãn

Trường hợp 2: Với $m \ne 2$. Hàm số $f(x) = (2-m)x^2 - 2x + 1 > 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2 - m > 0 \\ \Delta' < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 2 \\ (-1)^2 - (2-m).1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 2 \\ m > 1 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < m < 2$$

Vậy với $1 < m < 2$ thì hàm số $y = \ln\left[(2-m)x^2 - 2x + 1\right]$ có tập xác định với mọi giá trị thực của x.

Bài 2. (1,5 điểm) Cho hình lăng trụ ABC.A'B'C' có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Cạnh bên CC' vuông góc với đáy và $CC' = a$. Gọi M, I lần lượt là trung điểm của BB', BC.

a) Chứng minh rằng: $AM \perp BC'$.

b) Gọi K là điểm trên đoạn A'B' sao cho $B'K = \frac{a}{4}$ và J là trung điểm của B'C'. Chứng minh rằng:

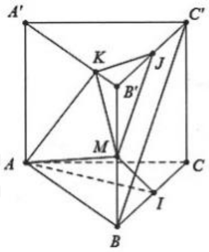
$AM \perp MK$ và $AM \perp KJ$.

Phương pháp

+ Nếu đường thẳng d vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau a và b cùng nằm trong mặt phẳng (P) thì $d \perp (P)$.

+ Nếu một đường thẳng vuông góc với một mặt phẳng thì nó vuông góc với mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng đó.

Lời giải



a) Vì tam giác ABC là tam giác đều và I là trung điểm của BC nên $AI \perp BC$.

Mặt khác, $AI \perp CC'\left(\text{do } CC' \perp (ABC)\right)$ và BC và CC' cắt nhau tại C và nằm trong mặt phẳng (BCC'B') nên $AI \perp (BCC'B') \Rightarrow AI \perp BC'$

Dễ dàng chứng minh được tứ giác BCC'B' là hình vuông nên $BC' \perp B'C$.

Vì M, I lần lượt là trung điểm của BB', BC nên MI là đường trung bình của tam giác BB'C. Do đó, MI//B'C. Mà $BC' \perp B'C$ nên $MI \perp BC'$.

Lại có: $AI \perp BC'$ và MI và AI cắt nhau tại I và nằm trong mặt phẳng (AIM).

Do đó, $BC' \perp (AIM) \Rightarrow BC' \perp AM$.

b) Tam giác KMB' vuông tại B' nên $\tan KMB' = \frac{KB'}{MB'} = \frac{1}{2}$

Tam giác AMB vuông tại B nên $\tan AMB = \frac{AB}{BM} = 2$

Do đó, $\tan KMB' = \cot AMB \Rightarrow KMB' + AMB = 90^0$

Suy ra, $AMK = 90^0 \Rightarrow AM \perp MK$

Mặt khác: $AM \perp BC'(\text{cmt}), MJ//BC'$ (do MJ là đường trung bình của tam giác B'C'B) $\Rightarrow AM \perp MJ$

Mà $AM \perp MK$. Do đó, $AM \perp (MKJ) \Rightarrow AM \perp KJ$.

Bài 3. (0,5 điểm) Giải phương trình: $\log_2\left(4^x + 4\right) = x - \log_{0,5}\left(2^{x+1} - 3\right)$.

Phương pháp

Nếu $a>0, a\neq 1$ thì $\log_a u(x)=\log_a v(x)\Leftrightarrow \begin{cases} u(x)>0 \\ u(x)=v(x) \end{cases}$ (có thể thay $u(x)>0$ bằng $v(x)>0$)

Lời giải

Điều kiện: $\begin{cases} 4^x+4>0 (LĐ) \\ 2^{x+1}-3>0 \end{cases} \Leftrightarrow 2^{x+1}>3 \Leftrightarrow x>\log_2 3-1$

$$\log_2\left(4^x+4\right)=x-\log_{0,5}\left(2^{x+1}-3\right)\Leftrightarrow \log_2\left(4^x+4\right)=x+\log_2\left(2^{x+1}-3\right)\Leftrightarrow x=\log_2\frac{\left(2^x\right)^2+4}{2.2^x-3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\left(2^x\right)^2+4}{2.2^x-3}=2^x \Rightarrow 2^x\left(2.2^x-3\right)=\left(2^x\right)^2+4\Rightarrow \left(2^x\right)^2-3.2^x-4=0 \ (*)$$

Đặt $2^x=t\left(t>0\right)$ thì phương trình (*) trở thành: $t^2-3t-4=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=-1(L) \\ t=4(TM) \end{array}\right.$

Với $t=4$ thì $2^x=4\Leftrightarrow x=2$ (thỏa mãn điều kiện)

Vậy phương trình có nghiệm là: $x=2$.