

## ĐỀ THI GIỮA KÌ II – ĐỀ SỐ 3

Môn: Toán - Lớp 11

Bộ sách Kết nối tri thức với cuộc sống

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM



## Mục tiêu

- Ôn tập các kiến thức giữa kì 2 của chương trình sách giáo khoa Toán 11 – Kết nối tri thức với cuộc sống.
- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm và tự luận Toán học.
- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dàn trải các kiến thức giữa kì 2 – chương trình Toán 11.

## Phần trắc nghiệm (7 điểm)

**Câu 1:** Cho  $a > 0, m, n \in \mathbb{R}$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.  $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ .      B.  $\frac{a^m}{a^n} = a^{m+n}$ .      C.  $\frac{a^m}{a^n} = a^{m \cdot n}$ .      D.  $\frac{a^m}{a^n} = a^{n-m}$ .

**Câu 2:** Chọn đáp án đúng.

Cho số dương  $a$ . Khi đó:

- A.  $a^{\frac{4}{3}} = \sqrt[4]{a^3}$ .      B.  $a^{\frac{4}{3}} = \sqrt[3]{a^4}$ .      C.  $a^{\frac{4}{3}} = \frac{1}{a^{\frac{4}{3}}}$ .      D.  $a^{\frac{4}{3}} = \sqrt[3]{a^{\frac{4}{3}}}$ .

**Câu 3:** Chọn đáp án đúng:

- A.  $\sqrt[6]{(1-\sqrt{3})^6} = 1-\sqrt{3}$ .      B.  $\sqrt[6]{(1-\sqrt{3})^6} = -1+\sqrt{3}$ .  
 C.  $\sqrt[6]{(1-\sqrt{3})^6} = 1+\sqrt{3}$ .      D.  $\sqrt[6]{(1-\sqrt{3})^6} = -1-\sqrt{3}$ .

**Câu 4:** Rút gọn biểu thức  $\frac{x^{\frac{4}{3}}y + xy^{\frac{4}{3}}}{\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y}}$  (với  $x, y > 0$ ) được kết quả là:

- A.  $y$ .      B.  $x$ .      C.  $xy^{\frac{1}{3}}$ .      D.  $xy$ .

**Câu 5:** Giả sử cường độ ánh sáng  $I$  dưới mặt biển giảm dần theo độ sâu theo công thức  $I = I_0 a^d$ , trong đó  $I_0$  là cường độ ánh sáng tại mặt nước biển,  $a$  là một hằng số dương,  $d$  là độ sâu tính từ mặt nước biển (tính bằng mét). Ở một vùng biển cường độ ánh sáng tại độ sâu 1m bằng 90% cường độ ánh sáng tại mặt nước biển. Giá trị của  $a$  là:

- A.  $a = 9$ .      B.  $a = \frac{1}{9}$ .      C.  $a = \frac{9}{10}$ .      D.  $a = \frac{10}{9}$ .

**Câu 6:** Chọn đáp án đúng.

Với  $a, b > 0$  thì:

- A.  $\ln(ab) = \ln a + \ln b$ .      B.  $\ln(ab) = \ln a \cdot \ln b$ .

C.  $\ln(a^b) = \ln a \cdot \ln b$ .

D.  $\ln(a + b) = \ln a \cdot \ln b$ .

**Câu 7:** Chọn đáp án đúng.

A.  $\log_7 9 = \log_3 7 \cdot \log_3 9$ .

B.  $\log_7 9 = \log_3 7 + \log_3 9$ .

C.  $\log_7 9 = \frac{\log_3 7}{\log_3 9}$ .

D.  $\log_7 9 = \frac{\log_3 9}{\log_3 7}$ .

**Câu 8:** Với  $0 < a \neq 1$  thì:

A.  $\log_a a = 0$ .

B.  $\log_a a = 1$ .

C.  $\log_a a = -1$ .

D.  $\log_a a = a$ .

**Câu 9:** Trong Hóa học, độ pH của một dung dịch được tính theo công thức  $pH = -\log[H^+]$ , trong đó  $[H^+]$  là nồng độ ion hydrogen tính bằng mol/lít. Tính nồng độ pH của dung dịch có nồng độ ion hydrogen bằng 0,001 mol/lít.

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 5.

**Câu 10:** Chọn đáp án đúng: (Các biểu thức trên đều có nghĩa)

A.  $\log_a(x + \sqrt{x^2 - 1}) + \log_a(x - \sqrt{x^2 - 1}) = 1$ .

B.  $\log_a(x + \sqrt{x^2 - 1}) + \log_a(x - \sqrt{x^2 - 1}) = -1$ .

C.  $\log_a(x + \sqrt{x^2 - 1}) + \log_a(x - \sqrt{x^2 - 1}) = 0$ .

D.  $\log_a(x + \sqrt{x^2 - 1}) + \log_a(x - \sqrt{x^2 - 1}) = 2$ .

**Câu 11:** Đồ thị hàm số  $y = \log_a x$  ( $a > 0, a \neq 1$ ) luôn:

A. Nằm phía trên trục hoành.

B. Nằm phía dưới trục hoành.

C. Nằm bên trái trục tung.

D. Nằm bên phải trục tung.

**Câu 12:** Hàm số nào dưới đây là hàm số mũ cơ số 3?

A.  $y = 3^x$ .

B.  $y = \log_x 3$ .

C.  $y = \log_3 x$ .

D.  $y = \ln(3x)$ .

**Câu 13:** Hàm số nào dưới đây **không** phải là hàm số lôgarit?

A.  $y = \ln(2x^4)$ .

B.  $y = \log(x^2 + 10)$ .

C.  $y = \log_4 \frac{1}{x^2 + 1}$ .

D.  $y = 2^{\ln 4}$ .

**Câu 14:** Hàm số  $y = \log_a x$  ( $a > 0, a \neq 1$ ) liên tục trên:

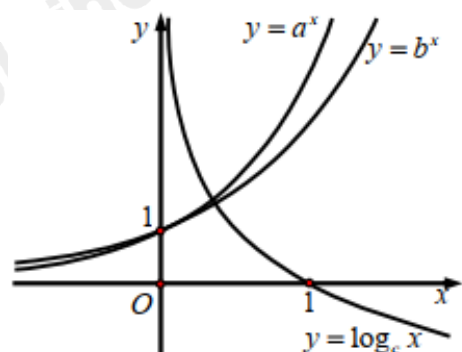
A.  $(-\infty; +\infty)$ .

B.  $(-\infty; 0)$ .

C.  $(0; +\infty)$ .

D.  $(-a; a)$ .

**Câu 15:** Cho đồ thị các hàm số  $y = a^x, y = b^x, y = \log_c x$  như hình vẽ dưới



Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A.  $a > b > c > 1$ .

B.  $a > b > 1 > c$ .

C.  $a > 1 > b > c$ .

D.  $a < b < c < 1$ .

**Câu 16:** Cho hàm số  $y = f(x) = \log_{\sqrt{3}} x$ . Biết rằng:  $\max_{x \in [3;9]} y = M, \min_{x \in [3;9]} y = m$ . Khi đó:

- A.  $M + m = 2$ .      B.  $M + m = 5$ .      C.  $M + m = 6$ .      D.  $M + m = 4$ .

**Câu 17:** Bất phương trình  $a^x > b (0 < a \neq 1)$  có tập nghiệm là  $\mathbb{R}$  khi:

- A.  $b > 0$ .      B.  $b \geq 0$ .      C.  $b \leq 0$ .      D.  $b \neq 0$ .

**Câu 18:** Tập nghiệm của bất phương trình  $(\sqrt{5})^x > 5$  là:

- A.  $S = (-\infty; 2)$ .      B.  $S = (-\infty; 2]$ .      C.  $S = (2; +\infty)$ .      D.  $S = [2; +\infty)$ .

**Câu 19:** Phương trình  $\log_{\frac{1}{2}} x = -2$  có nghiệm là:

- A.  $x = -4$ .      B.  $x = 4$ .      C.  $x = \frac{-1}{4}$ .      D.  $x = \frac{1}{4}$ .

**Câu 20:** Nếu  $x$  và  $y$  thỏa mãn  $4^x = 16$  và  $3^{x+y} = 729$  thì  $y$  bằng:

- A.  $y = 4$ .      B.  $y = 3$ .      C.  $y = -4$ .      D.  $y = -3$ .

**Câu 21:** Khi gửi tiết kiệm  $P$  (đồng) theo thể thức trả lãi kép định kì với lãi suất mỗi kì là  $r$  ( $r$  cho dưới dạng số thập phân) thì số tiền  $A$  (cả vốn lẫn lãi) nhận được sau  $t$  kì gửi là  $A = P(1+r)^t$  (đồng). Thời gian gửi tiết kiệm cần thiết để số tiền ban đầu tăng gấp ba là:

- A.  $t = \log_{1+r} 3$  năm.      B.  $t = \log_3 (1+r)$  năm.  
C.  $t = \log_{1+r} 2$  năm.      D.  $t = \log_2 (1+r)$  năm.

**Câu 22:** Bất phương trình  $\log_{\frac{1}{6}} (x+3) + \log_{\frac{1}{6}} (x+2) \geq -1$  có nghiệm là:

- A.  $-2 \leq x \leq 3$ .      B.  $-2 < x < 3$ .      C.  $-2 < x \leq 0$ .      D.  $-5 \leq x \leq 0$ .

**Câu 23:** Tập nghiệm của bất phương trình  $2^{x^2-x} \leq 4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x$  là:

- A.  $S = [-\sqrt{2}; \sqrt{2})$ .      B.  $S = [-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$ .      C.  $S = (-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$ .      D.  $S = (-\infty; -\sqrt{2}) \cup [\sqrt{2}; +\infty)$ .

**Câu 24:** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Góc giữa hai đường thẳng  $a$  và  $b$  bằng góc giữa hai đường thẳng  $a$  và  $c$  khi  $b$  song song với  $c$  (hoặc  $b$  trùng với  $c$ ).  
B. Góc giữa hai đường thẳng luôn là góc nhọn.  
C. Góc giữa hai đường thẳng có thể là góc tù.  
D. Cả A, B, C đều đúng.

**Câu 25:** Góc giữa hai đường thẳng **không** thể bằng:

- A.  $40^\circ$ .      B.  $50^\circ$ .      C.  $90^\circ$ .      D.  $160^\circ$ .

**Câu 26:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $ABCD$  là hình chữ nhật và  $I$  là 1 điểm thuộc cạnh  $AB$  sao cho  $SI \perp AB$ . Khi đó, góc giữa hai đường thẳng  $CD$  và  $SI$  bằng bao nhiêu độ?

- A.  $90^\circ$ .      B.  $60^\circ$ .      C.  $30^\circ$ .      D.  $70^\circ$ .

**Câu 27:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có tất cả các cạnh đều bằng nhau. Khi đó, góc giữa hai đường thẳng  $SA$  và  $DC$  bằng:

- A.  $60^\circ$ .      B.  $90^\circ$ .      C.  $120^\circ$ .      D.  $70^\circ$ .

**Câu 28:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA \perp (ABC)$  và tam giác  $ABC$  vuông tại  $B$ . Kẻ  $AH \perp SB (H \in SB)$ . Hình chiếu vuông góc của  $S$  lên mặt phẳng  $(ABC)$  là điểm:

- A.  $A$ .      B.  $B$ .      C.  $C$ .      D.  $H$ .

**Câu 29:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $AA' \perp (ABCD)$ . Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.  $(ABCD) \perp (A'B'C'D')$ .      B.  $AA' \perp (A'B'C'D')$ .

C. Cả A và B đều đúng. D. Cả A và B đều sai.

**Câu 30:** Chọn đáp án đúng.

Cho đường thẳng a vuông góc với mặt phẳng (P), đường thẳng b song song với mặt phẳng (P). Góc giữa hai đường thẳng a và b bằng:

A.  $30^\circ$ . B.  $90^\circ$ . C.  $60^\circ$ . D.  $0^\circ$ .

**Câu 31:** Cho đường thẳng a vuông góc với mặt phẳng (P), đường thẳng b vuông góc với đường thẳng a. Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. Đường thẳng b cắt mặt phẳng (P).
- B. Đường thẳng b song song mặt phẳng (P).
- C. Đường thẳng b nằm trên mặt phẳng (P).
- D. Đường thẳng b nằm trên mặt phẳng (P) hoặc song song với mặt phẳng (P).

**Câu 32:** Một chiếc cột dựng trên nền sân phẳng. Gọi O là điểm đặt chân cột trên mặt sân và M là điểm trên cột cách chân cột 30cm. Trên mặt sân, người ta lấy hai điểm A và B cách đều O là 40cm (A, B, O không thẳng hàng). Người ta đo độ dài MA và MB đều bằng 50cm.

Chọn khẳng định đúng.

- A. Tam giác MOB là tam giác tù. B. Tam giác MAO là tam giác nhọn.
- C.  $MO \perp (AOB)$ . D. Cả A, B, C đều đúng.

**Câu 33:** Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a, tam giác SAB đều và  $SC = a\sqrt{2}$ . Gọi H là trung điểm của AB. Hình chiếu vuông góc của điểm S trên mặt phẳng (ABCD) là điểm:

- A. A. B. B. C. C. D. H.

**Câu 34:** Cho tứ diện OABC có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau. Khẳng định nào sau đây là sai?

- A.  $OC \perp (ABC)$ . B.  $OC \perp (ABO)$ . C.  $OB \perp (OAC)$ . D.  $OA \perp (OBC)$ .

**Câu 35:** Cho hình chóp S. ABC có đáy ABC là tam giác vuông tại A,  $SA \perp (ABC)$ . Hình chiếu vuông góc của đường thẳng SC lên mặt phẳng (SAB) là đường thẳng:

- A. SB. B. SA. C. SB. D. AH.

**Phần tự luận (3 điểm)**

**Bài 1. (1 điểm)** Cho hàm số:  $y = \ln[(m^2 + 4m - 5)x^2 - 2(m - 1)x + 2]$ .

- a) Với  $m = 1$ , hãy tìm tập xác định của hàm số trên.
- b) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số trên có tập xác định với mọi giá trị thực của x.

.....

.....

.....

.....

.....

**Bài 2. (1,5 điểm)** Cho tứ diện OABC có ba cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau. Gọi H là chân đường vuông góc hạ từ O đến mặt phẳng (ABC). Chứng minh rằng:

- a) H là trực tâm của tam giác ABC.
- b)  $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}$ .

.....

.....

.....

.....

.....

**Bài 3. (0,5 điểm)** Cho phương trình  $3\log_8 [2x^2 - (m+3)x + 1 - m] + \log_{\frac{1}{2}} (x^2 - x + 1 - 3m) = 0$  (m là tham số). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt  $x_1; x_2$  thỏa mãn  $|x_1 - x_2| < 15$ ?

.....

.....

.....

.....

.....

----- Hết -----



HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT  
THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

## Phần trắc nghiệm

Câu 1. A	Câu 2. B	Câu 3. B	Câu 4. D	Câu 5. C	Câu 6. A	Câu 7. D
Câu 8. B	Câu 9. B	Câu 10. C	Câu 11. D	Câu 12. A	Câu 13. D	Câu 14. C
Câu 15. B	Câu 16. C	Câu 17. C	Câu 18. C	Câu 19. B	Câu 20. A	Câu 21. A
Câu 22. C	Câu 23. B	Câu 24. A	Câu 25. D	Câu 26. A	Câu 27. A	Câu 28. A
Câu 29. B	Câu 30. B	Câu 31. D	Câu 32. C	Câu 33. D	Câu 34. A	Câu 35. B

**Câu 1:** Cho  $a > 0, m, n \in \mathbb{R}$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.  $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ .      B.  $\frac{a^m}{a^n} = a^{m+n}$ .      C.  $\frac{a^m}{a^n} = a^{m \cdot n}$ .      D.  $\frac{a^m}{a^n} = a^{n-m}$ .

## Phương pháp

Cho  $a > 0, m, n \in \mathbb{R}$ . Khi đó:  $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

## Lời giải

Cho  $a > 0, m, n \in \mathbb{R}$ . Khi đó:  $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

## Đáp án A.

**Câu 2:** Chọn đáp án đúng.

Cho số dương  $a$ . Khi đó:

- A.  $a^{\frac{4}{3}} = \sqrt[4]{a^3}$ .      B.  $a^{\frac{4}{3}} = \sqrt[3]{a^4}$ .      C.  $a^{\frac{4}{3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{a^4}}$ .      D.  $a^{\frac{4}{3}} = \sqrt[3]{\sqrt[4]{a}}$ .

## Phương pháp

Cho số thực dương  $a$  và số hữu tỉ  $r = \frac{m}{n}$ , trong đó  $m, n \in \mathbb{Z}, n > 0$ . Ta có:  $a^r = a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$

## Lời giải

$$a^{\frac{4}{3}} = \sqrt[3]{a^4}$$

## Đáp án B.

**Câu 3:** Chọn đáp án đúng:

- A.  $\sqrt[6]{(1-\sqrt{3})^6} = 1-\sqrt{3}$ .      B.  $\sqrt[6]{(1-\sqrt{3})^6} = -1+\sqrt{3}$ .  
C.  $\sqrt[6]{(1-\sqrt{3})^6} = 1+\sqrt{3}$ .      D.  $\sqrt[6]{(1-\sqrt{3})^6} = -1-\sqrt{3}$ .

## Phương pháp

$\sqrt[n]{a^n} = |a|$  khi  $n$  chẵn (với các biểu thức đều có nghĩa).

## Lời giải

$$\sqrt[6]{(1-\sqrt{3})^6} = -1+\sqrt{3}$$

## Đáp án B.

**Câu 4:** Rút gọn biểu thức  $\frac{x^{\frac{4}{3}}y + xy^{\frac{4}{3}}}{\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y}}$  (với  $x, y > 0$ ) được kết quả là:

- A.  $y$ .                      B.  $x$ .                      C.  $xy^{\frac{1}{3}}$ .                      D.  $xy$ .

**Phương pháp**

Cho số thực dương  $a$  và số hữu tỉ  $r = \frac{m}{n}$ , trong đó  $m, n \in \mathbb{Z}, n > 0$ . Ta có:  $a^r = a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$

**Lời giải**

$$\frac{x^{\frac{4}{3}}y + xy^{\frac{4}{3}}}{\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y}} = \frac{xy \left( x^{\frac{1}{3}} + y^{\frac{1}{3}} \right)}{x^{\frac{1}{3}} + y^{\frac{1}{3}}} = xy$$

**Đáp án D.**

**Câu 5:** Giả sử cường độ ánh sáng  $I$  dưới mặt biển giảm dần theo độ sâu theo công thức  $I = I_0 a^d$ , trong đó  $I_0$  là cường độ ánh sáng tại mặt nước biển,  $a$  là một hằng số dương,  $d$  là độ sâu tính từ mặt nước biển (tính bằng mét). Ở một vùng biển cường độ ánh sáng tại độ sâu 1m bằng 90% cường độ ánh sáng tại mặt nước biển. Giá trị của  $a$  là:

- A.  $a = 9$ .                      B.  $a = \frac{1}{9}$ .                      C.  $a = \frac{9}{10}$ .                      D.  $a = \frac{10}{9}$ .

**Phương pháp**

$$a^1 = a$$

**Lời giải**

Với  $d = 1, I = \frac{90}{100} I_0$  thay vào  $I = I_0 a^d$  ta có:  $\frac{90}{100} I_0 = I_0 a^1 \Rightarrow a = \frac{9}{10}$ . Vậy  $a = \frac{9}{10}$ .

**Đáp án C.**

**Câu 6:** Chọn đáp án đúng.

Với  $a, b > 0$  thì:

- A.  $\ln(ab) = \ln a + \ln b$ .                      B.  $\ln(ab) = \ln a \cdot \ln b$ .  
 C.  $\ln(a^b) = \ln a \cdot \ln b$ .                      D.  $\ln(a + b) = \ln a \cdot \ln b$ .

**Phương pháp**

Với  $a, b > 0$  thì  $\ln(ab) = \ln a + \ln b$ .

**Lời giải**

Với  $a, b > 0$  thì  $\ln(ab) = \ln a + \ln b$ .

**Đáp án A.**

**Câu 7:** Chọn đáp án đúng.

- A.  $\log_7 9 = \log_3 7 \cdot \log_3 9$ .                      B.  $\log_7 9 = \log_3 7 + \log_3 9$ .  
 C.  $\log_7 9 = \frac{\log_3 7}{\log_3 9}$ .                      D.  $\log_7 9 = \frac{\log_3 9}{\log_3 7}$ .

**Phương pháp**

Với  $a, b, c$  là các số dương và  $a \neq 1, b \neq 1$  thì  $\log_a c = \frac{\log_b c}{\log_b a}$ .

**Lời giải**

$$\log_7 9 = \frac{\log_3 9}{\log_3 7}$$

**Đáp án D.**

**Câu 8:** Với  $0 < a \neq 1$  thì:

- A.  $\log_a a = 0$ .      B.  $\log_a a = 1$ .      C.  $\log_a a = -1$ .      D.  $\log_a a = a$ .

**Phương pháp**

Với  $0 < a \neq 1$  thì  $\log_a a = 1$ .

**Lời giải**

Với  $0 < a \neq 1$  thì  $\log_a a = 1$ .

**Đáp án B.**

**Câu 9:** Trong Hóa học, độ pH của một dung dịch được tính theo công thức  $\text{pH} = -\log[\text{H}^+]$ , trong đó  $[\text{H}^+]$  là nồng độ ion hydrogen tính bằng mol/lít. Tính nồng độ pH của dung dịch có nồng độ ion hydrogen bằng 0,001 mol/lít.

- A. 2.      B. 3.      C. 4.      D. 5.

**Phương pháp**

Với  $a$  là số thực dương và  $a \neq 1$  thì  $\log_a a^\alpha = \alpha$

**Lời giải**

Với  $[\text{H}^+] = 0,001$  thay vào  $\text{pH} = -\log[\text{H}^+]$  ta có:

$$\text{pH} = -\log[\text{H}^+] = -\log 0,001 = -\log 10^{-3} = 3$$

Vậy nồng độ pH của dung dịch bằng 3.

**Đáp án B.**

**Câu 10:** Chọn đáp án đúng: (Các biểu thức trên đều có nghĩa)

A.  $\log_a (x + \sqrt{x^2 - 1}) + \log_a (x - \sqrt{x^2 - 1}) = 1$ .

B.  $\log_a (x + \sqrt{x^2 - 1}) + \log_a (x - \sqrt{x^2 - 1}) = -1$ .

C.  $\log_a (x + \sqrt{x^2 - 1}) + \log_a (x - \sqrt{x^2 - 1}) = 0$ .

D.  $\log_a (x + \sqrt{x^2 - 1}) + \log_a (x - \sqrt{x^2 - 1}) = 2$ .

**Phương pháp**

Với  $a$  là số thực dương và  $a \neq 1$  thì  $\log_a 1 = 0$ .

Với  $0 < a \neq 1, b, c > 0$  thì  $\log_a (bc) = \log_a b + \log_a c$ .

**Lời giải**

$$\log_a (x + \sqrt{x^2 - 1}) + \log_a (x - \sqrt{x^2 - 1}) = \log_a \left[ (x + \sqrt{x^2 - 1})(x - \sqrt{x^2 - 1}) \right]$$

$$= \log_a (x^2 - x^2 + 1) = \log_a 1 = 0$$

**Đáp án C.**

**Câu 11:** Đồ thị hàm số  $y = \log_a x$  ( $a > 0, a \neq 1$ ) luôn:

- A. Nằm phía trên trục hoành.      B. Nằm phía dưới trục hoành.  
C. Nằm bên trái trục tung.      D. Nằm bên phải trục tung.

**Phương pháp**



Đồ thị hàm số  $y = \log_a x$  ( $a > 0, a \neq 1$ ) luôn nằm bên phải trục tung.

**Lời giải**

Đồ thị hàm số  $y = \log_a x$  ( $a > 0, a \neq 1$ ) luôn nằm bên phải trục tung.

**Đáp án D.**

**Câu 12:** Hàm số nào dưới đây là hàm số mũ cơ số 3?

- A.  $y = 3^x$ .                      B.  $y = \log_x 3$ .                      C.  $y = \log_3 x$ .                      D.  $y = \ln(3x)$ .

**Phương pháp**

Hàm số  $y = a^x$  ( $a > 0, a \neq 1$ ) được gọi là hàm số mũ cơ số a.

**Lời giải**

Hàm số  $y = 3^x$  có cơ số là 3.

**Đáp án A.**

**Câu 13:** Hàm số nào dưới đây **không** phải là hàm số lôgarit?

- A.  $y = \ln(2x^4)$ .                      B.  $y = \log(x^2 + 10)$ .                      C.  $y = \log_4 \frac{1}{x^2 + 1}$ .                      D.  $y = 2^{\ln 4}$ .

**Phương pháp**

Hàm số  $y = \log_a x$  ( $a > 0, a \neq 1$ ) được gọi là hàm số lôgarit cơ số a.

**Lời giải**

Hàm số  $y = 2^{\ln 4}$  không phải là hàm số lôgarit

**Đáp án D.**

**Câu 14:** Hàm số  $y = \log_a x$  ( $a > 0, a \neq 1$ ) liên tục trên:

- A.  $(-\infty; +\infty)$ .                      B.  $(-\infty; 0)$ .                      C.  $(0; +\infty)$ .                      D.  $(-a; a)$ .

**Phương pháp**

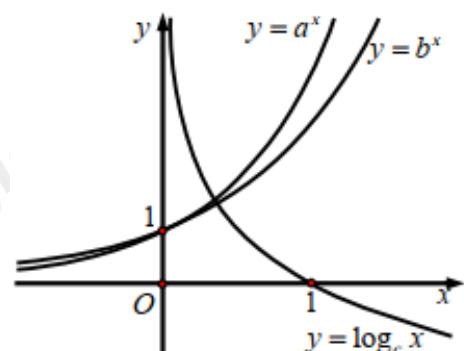
Hàm số  $y = \log_a x$  ( $a > 0, a \neq 1$ ) liên tục trên  $(0; +\infty)$ .

**Lời giải**

Hàm số  $y = \log_a x$  ( $a > 0, a \neq 1$ ) liên tục trên  $(0; +\infty)$ .

**Đáp án C.**

**Câu 15:** Cho đồ thị các hàm số  $y = a^x, y = b^x, y = \log_c x$  như hình vẽ dưới



Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A.  $a > b > c > 1$ .                      B.  $a > b > 1 > c$ .                      C.  $a > 1 > b > c$ .                      D.  $a < b < c < 1$ .

**Phương pháp**

Nếu  $0 < a < 1$  thì hàm số  $y = \log_a x$  ( $a > 0, a \neq 1$ ) nghịch biến trên  $(0; +\infty)$ .

Nếu  $a > 1$  thì hàm số  $y = a^x$  ( $a > 0$ ) đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .

**Lời giải**

Ta thấy hàm số  $y = \log_c x$  nghịch biến nên  $c < 1$ .

Hàm số  $y = a^x, y = b^x$  đồng biến nên  $a > 1, b > 1$ .

Xét tại  $x = 1$  thì đồ thị hàm số  $y = a^x$  có tung độ lớn hơn tung độ của đồ thị hàm số  $y = b^x$  nên  $a > b$ . Do đó,  $a > b > 1 > c$ .

**Đáp án B.**

**Câu 16:** Cho hàm số  $y = f(x) = \log_{\sqrt{3}} x$ . Biết rằng:  $\max_{x \in [3;9]} y = M, \min_{x \in [3;9]} y = m$ . Khi đó:

- A.  $M + m = 2$ .      B.  $M + m = 5$ .      C.  $M + m = 6$ .      D.  $M + m = 4$ .

**Phương pháp**

Cho hàm số  $y = \log_a x (a > 0, a \neq 1)$ :

+ Nếu  $a > 1$  thì hàm số đồng biến trên  $(0; +\infty)$ .

+ Nếu  $0 < a < 1$  thì hàm số nghịch biến trên  $(0; +\infty)$ .

**Lời giải**

Hàm số  $y = f(x) = \log_{\sqrt{3}} x$  có  $\sqrt{3} > 1$  nên đồng biến trên  $(0; +\infty)$ .

Do đó,  $\min_{x \in [3;9]} y = f(3) = \log_{\sqrt{3}} 3 = 2, \max_{x \in [3;9]} y = f(9) = \log_{\sqrt{3}} 9 = 4$

Do đó,  $M + m = 6$

**Đáp án C.**

**Câu 17:** Bất phương trình  $a^x > b (0 < a \neq 1)$  có tập nghiệm là  $\mathbb{R}$  khi:

- A.  $b > 0$ .      B.  $b \geq 0$ .      C.  $b \leq 0$ .      D.  $b \neq 0$ .

**Phương pháp**

Bất phương trình  $a^x > b (0 < a \neq 1)$  có tập nghiệm là  $\mathbb{R}$  khi  $b \leq 0$ .

**Lời giải**

Bất phương trình  $a^x > b (0 < a \neq 1)$  có tập nghiệm là  $\mathbb{R}$  khi  $b \leq 0$ .

**Đáp án C.**

**Câu 18:** Tập nghiệm của bất phương trình  $(\sqrt{5})^x > 5$  là:

- A.  $S = (-\infty; 2)$ .      B.  $S = (-\infty; 2]$ .      C.  $S = (2; +\infty)$ .      D.  $S = [2; +\infty)$ .

**Phương pháp**

Với  $a > 1$  thì  $a^{u(x)} > a^{v(x)} \Leftrightarrow u(x) > v(x)$ .

**Lời giải**

$(\sqrt{5})^x > 5 \Leftrightarrow (\sqrt{5})^x > (\sqrt{5})^2 \Leftrightarrow x > 2$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là:  $S = (2; +\infty)$

**Đáp án C.**

**Câu 19:** Phương trình  $\log_{\frac{1}{2}} x = -2$  có nghiệm là:

- A.  $x = -4$ .      B.  $x = 4$ .      C.  $x = \frac{-1}{4}$ .      D.  $x = \frac{1}{4}$ .

**Phương pháp**

Phương trình  $\log_a x = b (a > 0, a \neq 1)$  luôn có nghiệm duy nhất  $x = a^b$ .

**Lời giải**

Điều kiện:  $x > 0$

$$\log_{\frac{1}{2}} x = -2 \Leftrightarrow x = \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = 4 \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy phương trình có nghiệm  $x = 4$ .

**Đáp án B.**

**Câu 20:** Nếu  $x$  và  $y$  thỏa mãn  $4^x = 16$  và  $3^{x+y} = 729$  thì  $y$  bằng:

- A.  $y = 4$ .                      B.  $y = 3$ .                      C.  $y = -4$ .                      D.  $y = -3$ .

**Phương pháp**

$$a^{u(x)} = a^{v(x)} \Leftrightarrow u(x) = v(x)$$

**Lời giải**

$$4^x = 16 \Leftrightarrow 4^x = 4^2 \Leftrightarrow x = 2$$

$$\text{Khi đó: } 3^{x+y} = 729 \Leftrightarrow 3^{2+y} = 3^6 \Leftrightarrow y+2=6 \Leftrightarrow y=4$$

**Đáp án A.**

**Câu 21:** Khi gửi tiết kiệm  $P$  (đồng) theo thể thức trả lãi kép định kì với lãi suất mỗi kì là  $r$  ( $r$  cho dưới dạng số thập phân) thì số tiền  $A$  (cả vốn lẫn lãi) nhận được sau  $t$  kì gửi là  $A = P(1+r)^t$  (đồng). Thời gian gửi tiết kiệm cần thiết để số tiền ban đầu tăng gấp ba là:

- A.  $t = \log_{1+r} 3$  năm.                      B.  $t = \log_3 (1+r)$  năm.  
C.  $t = \log_{1+r} 2$  năm.                      D.  $t = \log_2 (1+r)$  năm.

**Phương pháp**

Cho phương trình  $a^x = b$  ( $a > 0, a \neq 1$ ). Nếu  $b > 0$  thì phương trình có nghiệm duy nhất  $x = \log_a b$ .

**Lời giải**

Để số tiền ban đầu tăng gấp ba thì  $A = 3P$ . Thay  $A = 3P$  vào  $A = P(1+r)^t$  ta có:

$$3P = P(1+r)^t \Leftrightarrow (1+r)^t = 3 \Leftrightarrow t = \log_{1+r} 3 \text{ (năm)}$$

**Đáp án A.**

**Câu 22:** Bất phương trình  $\log_{\frac{1}{6}}(x+3) + \log_{\frac{1}{6}}(x+2) \geq -1$  có nghiệm là:

- A.  $-2 \leq x \leq 3$ .                      B.  $-2 < x < 3$ .                      C.  $-2 < x \leq 0$ .                      D.  $-5 \leq x \leq 0$ .

**Phương pháp**

$$\text{Nếu } 0 < a < 1 \text{ thì } \log_a u(x) \geq \log_a v(x) \Leftrightarrow \begin{cases} u(x) > 0 \\ u(x) \leq v(x) \end{cases}$$

**Lời giải**

Điều kiện:  $x > -2$

$$\log_{\frac{1}{6}}(x+3) + \log_{\frac{1}{6}}(x+2) \geq -1 \Leftrightarrow \log_{\frac{1}{6}}[(x+2)(x+3)] \geq \log_{\frac{1}{6}} 6 \Leftrightarrow x^2 + 5x + 6 \leq 6 \Leftrightarrow x^2 + 5x \leq 0$$

$$\Leftrightarrow x(x+5) \leq 0 \Leftrightarrow -5 \leq x \leq 0$$

Kết hợp với điều kiện ta có:  $-2 < x \leq 0$ .

**Đáp án C.**

**Câu 23:** Tập nghiệm của bất phương trình  $2^{x^2-x} \leq 4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x$  là:

A.  $S = [-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$ .    B.  $S = [-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$ .    C.  $S = (-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$ .    D.  $S = (-\infty; -\sqrt{2}) \cup [\sqrt{2}; +\infty)$ .

**Phương pháp**

Với  $a > 1$  thì  $a^{u(x)} \leq a^{v(x)} \Leftrightarrow u(x) \leq v(x)$ .

**Lời giải**

$$2^{x^2-x} \leq 4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x \Leftrightarrow 2^{x^2-x} \leq 2^{2-x} \Leftrightarrow x^2 - x \leq 2 - x \Leftrightarrow x^2 \leq 2 \Leftrightarrow -\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2}$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là:  $S = [-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$ .

**Đáp án B.**

**Câu 24:** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Góc giữa hai đường thẳng a và b bằng góc giữa hai đường thẳng a và c khi b song song với c (hoặc b trùng với c).  
 B. Góc giữa hai đường thẳng luôn là góc nhọn.  
 C. Góc giữa hai đường thẳng có thể là góc tù.  
 D. Cả A, B, C đều đúng.

**Phương pháp**

+ Góc giữa hai đường thẳng không vượt quá  $90^\circ$ .

+ Góc giữa hai đường thẳng a và b trong không gian là góc giữa hai đường thẳng a' và b' cùng đi qua một điểm O và lần lượt song song (hoặc trùng) với a và b; kí hiệu  $(a, b)$  hoặc  $(a; b)$ .

**Lời giải**

Góc giữa hai đường thẳng a và b trong không gian là góc giữa hai đường thẳng a' và b' cùng đi qua một điểm O và lần lượt song song (hoặc trùng) với a và b; kí hiệu  $(a, b)$  hoặc  $(a; b)$  nên câu A đúng.

Góc giữa hai đường thẳng không vượt quá  $90^\circ$  nên câu b, c đều sai.

**Đáp án A.**

**Câu 25:** Góc giữa hai đường thẳng **không** thể bằng:

- A.  $40^\circ$ .    B.  $50^\circ$ .    C.  $90^\circ$ .    D.  $160^\circ$ .

**Phương pháp**

Góc giữa hai đường thẳng không vượt quá  $90^\circ$ .

**Lời giải**

Góc giữa hai đường thẳng không vượt quá  $90^\circ$  nên góc giữa hai đường thẳng không thể bằng  $160^\circ$ .

**Đáp án D.**

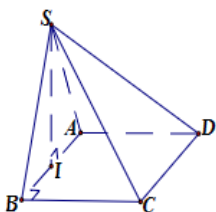
**Câu 26:** Cho hình chóp S. ABCD có ABCD là hình chữ nhật và I là 1 điểm thuộc cạnh AB sao cho  $SI \perp AB$ . Khi đó, góc giữa hai đường thẳng CD và SI bằng bao nhiêu độ?

- A.  $90^\circ$ .    B.  $60^\circ$ .    C.  $30^\circ$ .    D.  $70^\circ$ .

**Phương pháp**

+ Hai đường thẳng a, b được gọi là vuông góc với nhau nếu góc giữa chúng bằng  $90^\circ$

+ Nếu một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì nó vuông góc với đường thẳng còn lại.

**Lời giải**

Vì ABCD là chữ nhật  $AB \parallel CD$ . Mà  $SI \perp AB$  nên  $SI \perp CD$ . Do đó, góc giữa hai đường thẳng SI và CD bằng  $90^\circ$ .

**Đáp án A.**

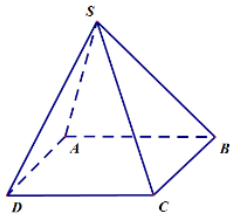
**Câu 27:** Cho hình chóp S. ABCD có tất cả các cạnh đều bằng nhau. Khi đó, góc giữa hai đường thẳng SA và DC bằng:

- A.  $60^\circ$ .                      B.  $90^\circ$ .                      C.  $120^\circ$ .                      D.  $70^\circ$ .

**Phương pháp**

Góc giữa hai đường thẳng a và b trong không gian là góc giữa hai đường thẳng a' và b' cùng đi qua một điểm O và lần lượt song song (hoặc trùng) với a và b; kí hiệu  $(a, b)$  hoặc  $(a; b)$ .

**Lời giải**



Tứ giác ABCD có  $AB = BC = CD = DA$  nên tứ giác ABCD là hình thoi. Do đó,  $DC \parallel AB$ .

Suy ra:  $(SA, DC) = (SA, AB) = \angle SAB$

Tam giác SAB có:  $SA = SB = AB$  nên tam giác SAB là tam giác đều. Do đó,  $\angle SAB = 60^\circ$

**Đáp án A.**

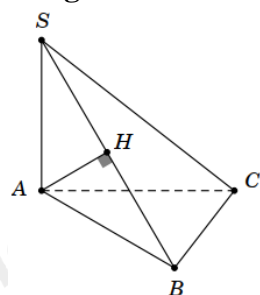
**Câu 28:** Cho hình chóp S.ABC có  $SA \perp (ABC)$  và tam giác ABC vuông tại B. Kẻ  $AH \perp SB (H \in SB)$ . Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) là điểm:

- A. A.                      B. B.                      C. C.                      D. H.

**Phương pháp**

Cho mặt phẳng (P). Xét một điểm M tùy ý trong không gian. Gọi d là đường thẳng đi qua điểm M và vuông góc với (P). Gọi M' là giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P). Khi đó, điểm M' được gọi là hình chiếu vuông góc của điểm M lên mặt phẳng (P).

**Lời giải**



Vì  $SA \perp (ABC)$  nên hình chiếu vuông góc của điểm S lên mặt phẳng (ABC) là điểm A.

**Đáp án A.**

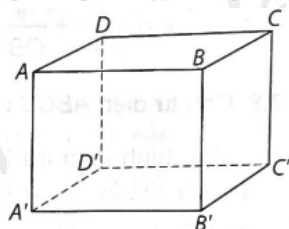
**Câu 29:** Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D' có  $AA' \perp (ABCD)$ . Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.  $(ABCD) \perp (A'B'C'D')$ .                      B.  $AA' \perp (A'B'C'D')$ .  
C. Cả A và B đều đúng.                      D. Cả A và B đều sai.

**Phương pháp**

Cho hai mặt phẳng song song, đường thẳng nào vuông góc với mặt phẳng này thì cũng vuông góc với mặt phẳng kia.

**Lời giải**



Vì  $ABCD.A'B'C'D'$  là hình hộp nên  $(ABCD) // (A'B'C'D')$ , mà  $AA' \perp (ABCD)$  nên  $AA' \perp (A'B'C'D')$ .

**Đáp án B.**

**Câu 30:** Chọn đáp án đúng.

Cho đường thẳng  $a$  vuông góc với mặt phẳng  $(P)$ , đường thẳng  $b$  song song với mặt phẳng  $(P)$ . Góc giữa hai đường thẳng  $a$  và  $b$  bằng:

- A.  $30^\circ$ .                      B.  $90^\circ$ .                      C.  $60^\circ$ .                      D.  $0^\circ$ .

**Phương pháp**

Cho đường thẳng  $a$  vuông góc với mặt phẳng  $(P)$ , đường thẳng  $b$  song song với mặt phẳng  $(P)$  thì  $a$  vuông góc với  $b$ .

**Lời giải**

Cho đường thẳng  $a$  vuông góc với mặt phẳng  $(P)$ , đường thẳng  $b$  song song với mặt phẳng  $(P)$  thì  $a$  vuông góc với  $b$ . Do đó, góc giữa hai đường thẳng  $a$  và  $b$  bằng  $90^\circ$

**Đáp án B.**

**Câu 31:** Cho đường thẳng  $a$  vuông góc với mặt phẳng  $(P)$ , đường thẳng  $b$  vuông góc với đường thẳng  $a$ . Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. Đường thẳng  $b$  cắt mặt phẳng  $(P)$ .  
 B. Đường thẳng  $b$  song song mặt phẳng  $(P)$ .  
 C. Đường thẳng  $b$  nằm trên mặt phẳng  $(P)$ .  
 D. Đường thẳng  $b$  nằm trên mặt phẳng  $(P)$  hoặc song song với mặt phẳng  $(P)$ .

**Phương pháp**

Cho đường thẳng  $a$  vuông góc với mặt phẳng  $(P)$ , đường thẳng  $b$  vuông góc với đường thẳng  $a$  thì đường thẳng  $b$  nằm trên mặt phẳng  $(P)$  hoặc song song với mặt phẳng  $(P)$ .

**Lời giải**

Cho đường thẳng  $a$  vuông góc với mặt phẳng  $(P)$ , đường thẳng  $b$  vuông góc với đường thẳng  $a$  thì đường thẳng  $b$  nằm trên mặt phẳng  $(P)$  hoặc song song với mặt phẳng  $(P)$ .

**Đáp án D.**

**Câu 32:** Một chiếc cột dựng trên nền sân phẳng. Gọi  $O$  là điểm đặt chân cột trên mặt sân và  $M$  là điểm trên cột cách chân cột 30cm. Trên mặt sân, người ta lấy hai điểm  $A$  và  $B$  cách đều  $O$  là 40cm ( $A, B, O$  không thẳng hàng). Người ta đo độ dài  $MA$  và  $MB$  đều bằng 50cm.

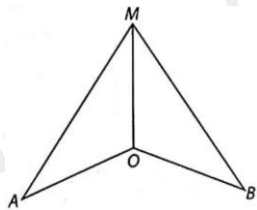
Chọn khẳng định đúng.

- A. Tam giác  $MOB$  là tam giác tù.                      B. Tam giác  $MAO$  là tam giác nhọn.  
 C.  $MO \perp (AOB)$ .                      D. Cả A, B, C đều đúng.

**Phương pháp**

Nếu đường thẳng  $d$  vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau  $a$  và  $b$  cùng nằm trong mặt phẳng  $(P)$  thì  $d \perp (P)$ .

**Lời giải**



Vì  $50^2 = 30^2 + 40^2$  nên  $MA^2 = MO^2 + OA^2$  và  $MB^2 = MO^2 + OB^2$

Do đó, tam giác MOA vuông tại O và tam giác MOB vuông tại O.

Suy ra,  $MO \perp OA, MO \perp OB$

Mà OA và OB cắt nhau tại O và nằm trong mặt phẳng (OAB). Do đó,  $MO \perp (AOB)$ .

**Đáp án C.**

**Câu 33:** Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a, tam giác SAB đều và  $SC = a\sqrt{2}$ . Gọi H là trung điểm của AB. Hình chiếu vuông góc của điểm S trên mặt phẳng (ABCD) là điểm:

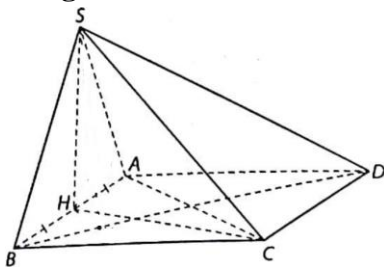
- A. A.                      B. B.                      C. C.                      D. H.

**Phương pháp**

+ Nếu đường thẳng d vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau a và b cùng nằm trong mặt phẳng (P) thì  $d \perp (P)$ .

+ Cho mặt phẳng (P). Xét một điểm M tùy ý trong không gian. Gọi d là đường thẳng đi qua điểm M và vuông góc với (P). Gọi M' là giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P). Khi đó, điểm M' được gọi là hình chiếu vuông góc của điểm M lên mặt phẳng (P).

**Lời giải**



Vì tam giác ABS đều nên SH là đường trung tuyến đồng thời là đường cao.

Áp dụng định lý Pythagore vào tam giác SHB vuông tại H có:

$$SH = \sqrt{SB^2 - HB^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Áp dụng định lý Pythagore vào tam giác CHB vuông tại B có:

$$CH = \sqrt{BC^2 + HB^2} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$$

Ta có:  $SH^2 + HC^2 = SC^2 \left( \text{do} \left( \frac{a\sqrt{3}}{2} \right)^2 + \left( \frac{a\sqrt{5}}{2} \right)^2 = (a\sqrt{2})^2 \right)$  nên tam giác SHC vuông tại H.

Suy ra:  $SH \perp HC$

Lại có:  $SH \perp AB$ , HC và AB cắt nhau tại H và nằm trong mặt phẳng (ABCD).

Do đó,  $SH \perp (ABCD)$ . Vậy H là hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng (ABCD).

**Đáp án D.**

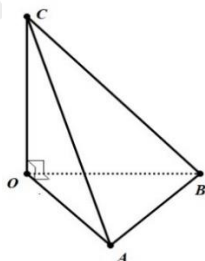
**Câu 34:** Cho tứ diện OABC có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau. Khẳng định nào sau đây là sai?

- A.  $OC \perp (ABC)$ .      B.  $OC \perp (ABO)$ .      C.  $OB \perp (OAC)$ .      D.  $OA \perp (OBC)$ .

**Phương pháp**

Nếu đường thẳng  $d$  vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau  $a$  và  $b$  cùng nằm trong mặt phẳng  $(P)$  thì  $d \perp (P)$ .

**Lời giải**



Vì  $OA \perp OB, OA \perp OC$  và  $OB$  và  $OC$  cắt nhau tại  $O$  và nằm trong mặt phẳng  $(OBC)$  nên  $OA \perp (OBC)$  nên câu D đúng.

Vì  $OC \perp OB, OA \perp OC$  và  $OB$  và  $OA$  cắt nhau tại  $O$  và nằm trong mặt phẳng  $(OBA)$  nên  $OC \perp (ABO)$  nên câu B đúng.

Vì  $OA \perp OB, OB \perp OC$  và  $OA$  và  $OC$  cắt nhau tại  $O$  và nằm trong mặt phẳng  $(OAC)$  nên  $OB \perp (OAC)$  nên câu C đúng.

Vì  $OC \perp OB$  nên tam giác  $OBC$  vuông tại  $O$ . Do đó,  $OC$  không thể vuông góc với  $CB$ . Suy ra,  $OC$  không vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$  nên câu A sai.

**Đáp án A.**

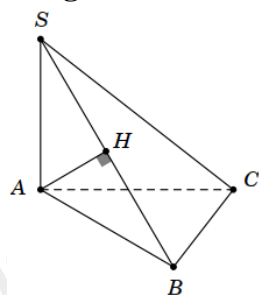
**Câu 35:** Cho hình chóp  $S. ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $A$ ,  $SA \perp (ABC)$ . Hình chiếu vuông góc của đường thẳng  $SC$  lên mặt phẳng  $(SAB)$  là đường thẳng:

- A. SB.                      B. SA.                      C. SB.                      D. AH.

**Phương pháp**

Cho mặt phẳng  $(P)$ . Xét một điểm  $M$  tùy ý trong không gian. Gọi  $d$  là đường thẳng đi qua điểm  $M$  và vuông góc với  $(P)$ . Gọi  $M'$  là giao điểm của đường thẳng  $d$  và mặt phẳng  $(P)$ . Khi đó, điểm  $M'$  được gọi là hình chiếu vuông góc của điểm  $M$  lên mặt phẳng  $(P)$ .

**Lời giải**



Vì  $SA \perp (ABC), AC \subset (ABC) \Rightarrow SA \perp AC$

Tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  nên  $AB \perp AC$ .

Mà  $SA$  và  $AB$  cắt nhau tại  $A$  và nằm trong mặt phẳng  $(SAB)$ . Do đó,  $AC \perp (SAB)$ .

Do đó,  $A$  là hình chiếu vuông góc của điểm  $C$  trên mặt phẳng  $(SAB)$ .

Suy ra, hình chiếu vuông góc của đường thẳng  $SC$  lên mặt phẳng  $(SAB)$  là đường thẳng  $SA$ .

**Đáp án B.**

**Phần tự luận (3 điểm)**

**Bài 1. (1 điểm)** Cho hàm số:  $y = \ln[(m^2 + 4m - 5)x^2 - 2(m - 1)x + 2]$ .

a) Với  $m = 1$ , hãy tìm tập xác định của hàm số trên.



b) Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để hàm số trên có tập xác định với mọi giá trị thực của  $x$ .

**Phương pháp**

Hàm số  $y = \ln u(x)$  xác định khi  $u(x) > 0$ .

**Lời giải**

a) Với  $m = 1$  ta có:  $y = \ln 2 > 0$ .

Vậy với  $m = 1$  thì tập xác định của hàm số là:  $D = (-\infty; +\infty)$ .

b) Hàm số  $y = \ln[(m^2 + 4m - 5)x^2 - 2(m - 1)x + 2]$  xác định với mọi giá trị thực của  $x$  khi và chỉ khi  $f(x) = (m^2 + 4m - 5)x^2 - 2(m - 1)x + 2 > 0$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$

**Trường hợp 1:**  $m^2 + 4m - 5 = 0 \Leftrightarrow (m + 5)(m - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -5 \\ m = 1 \end{cases}$

Với  $m = 1$  ta có:  $f(x) = 2 > 0$ . Do đó,  $f(x)$  xác định với mọi giá trị thực của  $x$ . Do đó,  $m = 1$  thỏa mãn.

Với  $m = -5$  ta có:  $f(x) = 12x + 2 > 0 \Leftrightarrow x > -\frac{1}{6}$ . Do đó,  $f(x)$  không xác định với mọi giá trị thực của  $x$ . Do đó,  $m = -5$  không thỏa mãn.

**Trường hợp 2:** Với  $m^2 + 4m - 5 \neq 0 \Leftrightarrow (m + 5)(m - 1) \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -5 \\ m \neq 1 \end{cases}$ .

Hàm số  $f(x) = (m^2 + 4m - 5)x^2 - 2(m - 1)x + 2 > 0$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 4m - 5 > 0 \\ \Delta' = (m - 1)^2 - 2(m^2 + 4m - 5) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m + 5)(m - 1) > 0 \\ -m^2 - 10m + 11 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m + 5)(m - 1) > 0 \\ (m + 11)(m - 1) > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m < -5 \\ m > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -11 \\ m > 1 \end{cases}$$

Vậy với  $m \in (-\infty; -11) \cup [1; +\infty)$  thì hàm số  $y = \ln[(m^2 + 4m - 5)x^2 - 2(m - 1)x + 2]$  có tập xác định với mọi giá trị thực của  $x$ .

**Bài 2. (1,5 điểm)** Cho tứ diện OABC có ba cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau. Gọi H là chân đường vuông góc hạ từ O đến mặt phẳng (ABC). Chứng minh rằng:

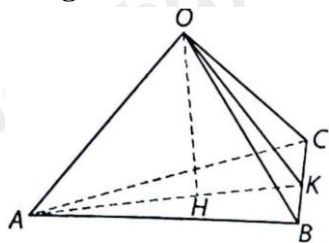
a) H là trực tâm của tam giác ABC.      b)  $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}$ .

**Phương pháp**

+ Nếu đường thẳng  $d$  vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau  $a$  và  $b$  cùng nằm trong mặt phẳng  $(P)$  thì  $d \perp (P)$ .

+ Nếu một đường thẳng vuông góc với một mặt phẳng thì nó vuông góc với mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng đó.

**Lời giải**



a) Vì  $OA \perp OB, OA \perp OC$  và  $OB$  và  $OC$  cắt nhau tại  $O$  và nằm trong mặt phẳng  $(OBC)$  nên  $OA \perp (OBC)$ .  
Mà  $BC \subset (OBC) \Rightarrow OA \perp BC$

Vì  $OH \perp (ABC), BC \subset (ABC) \Rightarrow OH \perp BC$

Ta có:  $OH \perp BC, OA \perp BC, OA$  và  $OH$  cắt nhau tại  $O$  và nằm trong mặt phẳng  $(OAH)$ .

Do đó,  $BC \perp (OAH)$ . Mà  $AH \subset (OAH) \Rightarrow BC \perp AH$ .

Chứng minh tương tự ta có:  $CA \perp BH$ .

Tam giác  $ABC$  có hai đường cao  $AH$  và  $BH$  cắt nhau tại  $H$  nên  $H$  là trực tâm của tam giác  $ABC$ .

b) Gọi  $K$  là giao điểm của  $AH$  và  $BC$ .

Khi đó,  $OK \perp BC$  (do  $BC \perp (OAH)$ ),  $OA \perp OK$  (do  $OA \perp (OBC)$ )

Suy ra  $OK$  là đường cao của tam giác vuông  $OBC$  và  $OH$  là đường cao của tam giác vuông  $OAK$ .

Áp dụng hệ thức lượng trong các tam giác vuông  $OBC$  vuông tại  $O$  và  $OAK$  vuông tại  $O$  ta có:

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OK^2} \quad \text{và} \quad \frac{1}{OK^2} = \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}$$

$$\text{Do đó, } \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OK^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}$$

**Bài 3. (0,5 điểm)** Cho phương trình  $3\log_8 [2x^2 - (m+3)x + 1 - m] + \log_{\frac{1}{2}} (x^2 - x + 1 - 3m) = 0$  ( $m$  là tham số).

Có bao nhiêu giá trị nguyên của  $m$  để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  thỏa mãn

$$|x_1 - x_2| < 15?$$

**Phương pháp**

Nếu  $a > 0, a \neq 1$  thì  $\log_a u(x) = \log_a v(x) \Leftrightarrow \begin{cases} u(x) > 0 \\ u(x) = v(x) \end{cases}$  (có thể thay  $u(x) > 0$  bằng  $v(x) > 0$ )

**Lời giải**

Điều kiện:  $x^2 - x + 1 - 3m > 0 (*)$

$$3\log_8 [2x^2 - (m+3)x + 1 - m] + \log_{\frac{1}{2}} (x^2 - x + 1 - 3m) = 0$$

$$\Leftrightarrow \log_2 [2x^2 - (m+3)x + 1 - m] = \log_2 (x^2 - x + 1 - 3m)$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - (m+3)x + 1 - m = x^2 - x + 1 - 3m \Leftrightarrow x^2 - (m+2)x + 2m = 0(1) \Leftrightarrow \begin{cases} x = m \\ x = 2 \end{cases}$$

Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn (\*)

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - m + 1 - 3m > 0 \\ 2^2 - 2 + 1 - 3m > 0 \\ m \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4m + 1 > 0 \\ 3 - 3m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < 2 - \sqrt{3} (**)$$

Theo giả thiết:

$$|x_1 - x_2| < 15 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 < 225 \Leftrightarrow (m+2)^2 - 4.2m < 225$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 4m - 221 < 0 \Leftrightarrow -13 < m < 17 (***)$$

Từ (\*\*) và (\*\*\*) ta có:  $-13 < m < 2 - \sqrt{3}$ .

Mà m là số nguyên nên  $m \in \{-12; -11; \dots; 0\}$ . Vậy có 13 giá trị của m thỏa mãn bài toán.