ĐỀ THI GIỮA KÌ II – Đề số 5

Môn: Toán - Lớp 11

Bộ sách Kết nối tri thức với cuộc sống

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Phần trắc nghiệm

Câu 1. D	Câu 2. B	Câu 3. C	Câu 4. A	Câu 5. C	Câu 6. A	Câu 7. B
Câu 8. A	Câu 9. C	Câu 10. D	Câu 11. C	Câu 12. B	Câu 13. C	Câu 14. A
Câu 15. B	Câu 16. C	Câu 17. A	Câu 18. D	Câu 19. C	Câu 20. B	Câu 21. A
Câu 22. D	Câu 23. C	Câu 24. D	Câu 25. C	Câu 26. B	Câu 27. B	Câu 28. A
Câu 29. B	Câu 30. A	Câu 31. A	Câu 32. B	Câu 33. C	Câu 34. C	Câu 35. A

Câu 1: Chọn đáp án đúng.

Với a là số thực khác 0 thì:

A. $a^0 = 0$.

B. $a^0 = \frac{1}{a}$.

C. $a^0 = -1$.

D. $a^0 = 1$.

Phương pháp

Với a là số thực khác 0 thì $a^0 = 1$.

Lời giải

Với a là số thực khác 0 thì $a^0 = 1$.

Đáp án D.

Câu 2: Cho biểu thức $P = \sqrt[6]{x}$ với $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $P = x^{\sqrt{6}}$.

B. $P = x^{\frac{1}{6}}$.

C. $P = x^6$.

D. $P = x^{-6}$.

Phương pháp

Cho số thực dương a và số hữu tỉ $r = \frac{m}{n}$, trong đó $m, n \in \mathbb{Z}, n > 0$. Ta có: $a^r = a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$

Lời giải

$P = \sqrt[6]{x} = x^{\frac{1}{6}}$

Đáp án B.

Câu 3: Chọn đáp án đúng:

A. $\sqrt[8]{(x-1)^8}=x-1.$

B. $\sqrt[8]{(x-1)^8}=x+1.$

C. $\sqrt[8]{(x-1)^8}=|x-1|.$

D. $\sqrt[8]{(x-1)^8}=-x+1.$

Phương pháp

$\sqrt[n]{a^n}=|a|$ khi n chẵn (với các biểu thức đều có nghĩa).

Lời giải

$\sqrt[8]{(x-1)^8}=|x-1|.$

Đáp án C.

Câu 4: Cho a là số dương, rút gọn biểu thức $\dfrac{\sqrt{a}.\sqrt[3]{a^2}}{\sqrt[4]{a}}$ được kết quả là:

A. $\sqrt[12]{a^{11}}$.

B. $\sqrt[121]{a}$.

C. $\sqrt[11]{a^{12}}$.

D. $\sqrt[3]{a^4}$.

Phương pháp

+ Cho số thực dương a và số hữu tỉ $r=\dfrac{m}{n}$, trong đó $m,n\in\mathbb{Z},n>0$. Ta có: $a^r=a^{\frac{m}{n}}=\sqrt[n]{a^m}$

+ Với a là số thực dương, m, n là các số thực bất kì thì: $a^m.a^n=a^{m+n},a^m:a^n=a^{m-n}$.

Lời giải

$$\frac{\sqrt{a}.\sqrt[3]{a^2}}{\sqrt[4]{a}}=\frac{a^{\frac{1}{2}}.a^{\frac{2}{3}}}{a^{\frac{1}{4}}}=a^{\frac{1}{2}+\frac{2}{3}-\frac{1}{4}}=a^{\frac{11}{12}}=\sqrt[12]{a^{11}}$$

Đáp án A.

Câu 5: Giả sử một lọ nuôi cấy 100 con vi khuẩn lúc ban đầu và số lượng vi khuẩn tăng gấp đôi sau mỗi 2 giờ. Khi đó, số vi khuẩn N sau t giờ là $N=100.2^{\frac{t}{2}}$ (con). Sau 4 giờ 30 phút thì có bao nhiêu con vi khuẩn? (làm tròn đến hàng đơn vị).

A. 474 con.

B. 475 con.

C. 476 con.

D. 477 con.

Phương pháp

Thay t vào công thức $N=100.2^{\frac{t}{2}}$ để tìm số con vi khuẩn.

Lời giải

Đổi 4 giờ 30 phút $=\dfrac{9}{2}$ (giờ)

Sau $\dfrac{9}{2}$ giờ sẽ có số con vi khuẩn là: $100.2^{\frac{\frac{9}{2}}{2}}=100.2^{\frac{9}{4}}\approx 476$ (con).

Đáp án C.

Câu 6: Cho hai số thực dương a, b với a khác 1. Số thực c để… được gọi là lôgarit cơ số a của b và kí hiệu là $\log_a b$.

Biểu thức phù hợp để điền vào "…" được câu đúng là:

A. $a^c = b$.

B. $a^b = c$.

C. $b^a = c$.

D. $c^a = b$.

Phương pháp

Cho hai số thực dương a, b với a khác 1. Số thực c để $a^c = b$ được gọi là lôgarit cơ số a của b và kí hiệu $\log_a b$.

Lời giải

Cho hai số thực dương a, b với a khác 1. Số thực c để $a^c = b$ được gọi là lôgarit cơ số a của b và kí hiệu $\log_a b$.

Đáp án A.

Câu 7: Chọn đáp án đúng.

Với $a, b > 0, a \ne 1$ thì:

A. $\log_a\left(\frac{1}{b}\right) = -\frac{1}{\log_a b}$.

B. $\log_a\left(\frac{1}{b}\right) = -\log_a b$.

C. $\log_a\left(\frac{1}{b}\right) = \log_a(-b)$.

D. $\log_a\left(\frac{1}{b}\right) = -\log_a(-b)$.

Phương pháp

Với $a, b > 0, a \ne 1$ thì $\log_a\left(\frac{1}{b}\right) = -\log_a b$

Lời giải

$\log_a\left(\frac{1}{b}\right) = -\log_a b$

Đáp án B.

Câu 8: Chọn đáp án đúng:

Với n số thực dương $b_1, b_2, .., b_n, a > 0, a \ne 1$ thì:

A. $\log_a(b_1.b_2...b_n) = \log_a b_1 + \log_a b_2 + ... + \log_a b_n$.

B. $\log_a(b_1.b_2...b_n) = \log_a b_1.\log_a b_2...\log_a b_n$.

C. $\log_a(b_1 + b_2 + ... + b_n) = \log_a b_1.\log_a b_2...\log_a b_n$.

D. $\log_a(b_1 + b_2 + ... + b_n) = \log_a b_1 + \log_a b_2 + ... + \log_a b_n$.

Phương pháp

Với n số thực dương $b_1, b_2, .., b_n$ thì: $\log_a(b_1.b_2...b_n) = \log_a b_1 + \log_a b_2 + ... + \log_a b_n$

Lời giải

Với n số thực dương $b_1, b_2, .., b_n$ thì: $\log_a(b_1.b_2...b_n) = \log_a b_1 + \log_a b_2 + ... + \log_a b_n$

Đáp án A.

Câu 9: Cho x và y là các số dương. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $3^{\ln x+\ln y}=3^{\ln x}+3^{\ln y}$.

B. $3^{\ln(x+y)}=3^{\ln x}.3^{\ln y}$.

C. $3^{\ln(xy)}=3^{\ln x}.3^{\ln y}$.

D. $3^{\ln x.\ln y}=3^{\ln x}+3^{\ln y}$.

Phương pháp

+ Với a là số thực dương, m, n là các số thực bất kì thì: $a^m.a^n=a^{m+n}$.

+ Với $a>0,a\ne1,b,c>0$ thì $\ln x+\ln y=\ln(xy)$.

Lời giải

Ta có: $3^{\ln x}.3^{\ln y}=3^{\ln x+\ln y}=3^{\ln(xy)}$

Đáp án C.

Câu 10: Giá trị của biểu thức $2\log_5 10+\log_{25}0,25$ là:

A. $\dfrac{1}{\log_{25}50}$.

B. $\dfrac{1}{\log_5 50}$.

C. $\log_{25}50$.

D. $\log_5 50$.

Phương pháp

Với $a>0,a\ne1,b,c>0$ thì: $\log_a b+\log_a c=\log_a(bc)$, $\log_{b^a}c=\dfrac{1}{a}\log_b c$, $\alpha\log_a b=\log_a b^\alpha\ (\alpha\in\mathbb{R})$

Lời giải

$$2\log_5 10+\log_{25}0,25=\log_5 10^2+\frac{1}{2}\log_5 0,25=\log_5 100+\log_5 0,25^{\frac{1}{2}}=\log_5(100.0,5)=\log_5 50$$

Đáp án D.

Câu 11: Hàm số $y=\log_a x\,(a>0,a\ne1)$ đồng biến trên $(0;+\infty)$ với giá trị nào của a dưới đây?

A. $a=\dfrac{1}{2}$.

B. $a=0,75$.

C. $a=\dfrac{3}{2}$.

D. $a=\ln 2$.

Phương pháp

Hàm số $y=\log_a x$ đồng biến trên $(0;+\infty)$ với $a>1$.

Lời giải

Vì hàm số $y=\log_a x$ đồng biến trên $(0;+\infty)$ với $a>1$ nên hàm số đồng biến khi $a=\dfrac{3}{2}$.

Đáp án C.

Câu 12: Hàm số nào dưới đây là **không phải** hàm số mũ?

A. $y=3^x$.

B. $y=(3x)^3$.

C. $y = \pi^x$.

D. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$.

Phương pháp

Hàm số $y = a^x\,(a > 0, a \ne 1)$ được gọi là hàm số mũ cơ số a.

Lời giải

Hàm số $y = (3x)^3$ không phải là hàm số mũ.

Đáp án B.

Câu 13: Hàm số nào sau đây có tập xác định là $\mathbb{R}$?

A. $y = \ln x$.

B. $y = \log \frac{x}{4}$.

C. $y = e^{5x}$.

D. $y = \left(\frac{2}{x}\right)^5$.

Phương pháp

Hàm số $y = a^x\,(a > 0, a \ne 1)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

Hàm số $y = \log_a u(x)\,(a > 0, a \ne 1)$ xác định khi $u(x) > 0$.

Lời giải

Hàm số $y = e^{5x}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

Đáp án C.

Câu 14: Hàm số $y = \log_{10} x$ có tập giá trị là:

A. $(-\infty; +\infty)$.

B. $(-\infty; 0)$.

C. $(0; +\infty)$.

D. $(-10; 10)$.

Phương pháp

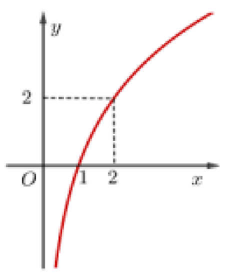
Hàm số $y = \log_a x\,(a > 0, a \ne 1)$ có tập giá trị là $(-\infty; +\infty)$.

Lời giải

Hàm số $y = \log_a x\,(a > 0, a \ne 1)$ có tập giá trị là $(-\infty; +\infty)$.

Đáp án A.

Câu 15: Cho đồ thị hàm số $y = \log_a x\,(0 < a \ne 1)$ có đồ thị là hình dưới đây:



Tìm a.

A. $a = 2$.

B. $a=\sqrt{2}$.

C. $a=\frac{1}{\sqrt{2}}$.

D. $a=\frac{1}{2}$.

Phương pháp

Thay điểm A(2; 2) vào hàm số $y=\log_a x\left(0<a\ne 1\right)$ để tìm a.

Lời giải

Vì đồ thị hàm số $y=\log_a x\left(0<a\ne 1\right)$ đi qua điểm A(2; 2) nên ta có:

$\log_a 2=2\Leftrightarrow a^2=2\Rightarrow a=\sqrt{2}$ (do $a>0,a\ne 1$)

Đáp án B.

Câu 16: Có bao nhiêu giá trị nguyên của a để hàm số $y=\left(-a^2+2a+4\right)^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Phương pháp

Cho hàm số $y=a^x\left(a>0,a\ne 1\right)$:

+ Nếu $a>1$ thì hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

+ Nếu $0<a<1$ thì hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Lời giải

Hàm số $y=\left(-a^2+2a+4\right)^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi:

$-a^2+2a+4>1\Leftrightarrow -a^2+2a+3>0\Leftrightarrow a^2-2a-3<0\Leftrightarrow \left(a+1\right)\left(a-3\right)<0\Leftrightarrow -1<a<3$

Mà a là số nguyên nên $a\in\left\{0;1;2\right\}$.

Vậy có 3 giá trị nguyên của a để hàm số $y=\left(-a^2+2a+4\right)^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Đáp án C.

Câu 17: Cho bất phương trình $6^x>b$. Với giá trị nào của b thì bất phương trình đã cho có tập nghiệm là $\mathbb{R}$?

A. $b=0$.

B. $b=1$.

C. $b=\frac{1}{6}$.

D. $b=6$.

Phương pháp

Bất phương trình $a^x>b\left(0<a\ne 1\right)$ có tập nghiệm là $\mathbb{R}$ khi $b\le 0$.

Lời giải

Bất phương trình $a^x>b\left(0<a\ne 1\right)$ có tập nghiệm là $\mathbb{R}$ khi $b\le 0$ nên bất phương trình $6^x>b$ có có tập nghiệm là $\mathbb{R}$ với $b=0$

Đáp án A.

Câu 18: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{\sqrt{15}}\right)^x>\frac{1}{\sqrt{15}}$ là

A. $S=\left[1;+\infty\right)$.

B. $S=(-\infty;1]$.

C. $S=(1;+\infty)$.

D. $S=(-\infty;1)$.

Phương pháp

Với $0<a<1$ thì $a^{u(x)}>a^{v(x)}\Leftrightarrow u(x)<v(x)$.

Lời giải

$\left(\frac{1}{\sqrt{15}}\right)^x>\frac{1}{\sqrt{15}}\Leftrightarrow x<1$ (do $0<\frac{1}{\sqrt{15}}<1$)

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là: $S=(-\infty;1)$

Đáp án D.

Câu 19: Phương trình $3^{-x}=4$ có nghiệm là:

A. $x=\log_4 3$.

B. $x=\log_3 4$.

C. $x=-\log_3 4$.

D. $x=-\log_4 3$.

Phương pháp

Phương trình $a^x=b\left(a>0,a\ne 1\right)$ với $b>0$ có nghiệm là: $x=\log_a b$

Lời giải

$3^{-x}=4\Leftrightarrow -x=\log_3 4\Leftrightarrow x=-\log_3 4$

Vậy phương trình có nghiệm $x=-\log_3 4$.

Đáp án C.

Câu 20: Phương trình $e^{2x}-5e^x=0$ có bao nhiêu nghiệm?

A. Vô nghiệm.

B. 1 nghiệm.

C. 2 nghiệm.

D. 3 nghiệm.

Phương pháp

Phương trình $a^x=b\left(a>0,a\ne 1\right)$ với $b>0$ có nghiệm là: $x=\log_a b$

Lời giải

$e^{2x}-5e^x=0\Leftrightarrow \left(e^x\right)^2-5e^x=0\Leftrightarrow e^x\left(e^x-5\right)=0\Leftrightarrow e^x-5=0\left(\text{do } e^x>0\ \forall x\in\mathbb{R}\right)\Leftrightarrow x=\ln 5$

Vậy phương trình đã cho có một nghiệm.

Đáp án B.

Câu 21: Tập nghiệm của phương trình: $4^x=\sqrt{2\sqrt{2}}$ là:

A. $S=\left\{\frac{3}{8}\right\}$.

B. $S=\left\{\frac{3}{4}\right\}$.

C. $S=\left\{\frac{8}{3}\right\}$.

D. $S=\left\{\frac{4}{3}\right\}$.

Phương pháp

Với $a>0,a\ne 1$ ta có: $a^{u(x)}=a^{v(x)}\Leftrightarrow u(x)=v(x)$

Lời giải

$$4^x=\sqrt{2\sqrt{2}}\Leftrightarrow 2^{2x}=\left(2.2^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}}\Leftrightarrow 2^{2x}=2^{\frac{3}{4}}\Leftrightarrow 2x=\frac{3}{4}\Leftrightarrow x=\frac{3}{8}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $S=\left\{\frac{3}{8}\right\}$

Đáp án A.

Câu 22: Phương trình $\log_{\sqrt[4]{2}}\left(x^2-2\right)^2=8$ có bao nhiêu nghiệm?

A. Vô nghiệm.
B. 1 nghiệm.
C. 2 nghiệm.
D. 3 nghiệm.

Phương pháp

Với $a>0,a\ne 1$ ta có: $\log_a u(x)=b\Leftrightarrow u(x)=a^b$

Lời giải

$$\log_{\sqrt[4]{2}}\left(x^2-2\right)^2=8\Leftrightarrow\begin{cases}x^2-2\ne 0\\\left(x^2-2\right)^2=\left(\sqrt[4]{2}\right)^8\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x^2-2\ne 0\\\left(x^2-2\right)^2=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ne\pm\sqrt{2}\\\left[\begin{array}{l}x^2-2=2\\x^2-2=-2\end{array}\right.\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x\ne\pm\sqrt{2}\\\left[\begin{array}{l}x^2=4\\x^2=0\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ne\pm\sqrt{2}\\\left[\begin{array}{l}x=\pm 2\\x=0\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\pm 2\\x=0\end{array}\right.$$

Vậy phương trình đã cho có 3 nghiệm.

Đáp án D.

Câu 23: Bất phương trình $3^{4^x}<4^{3^x}$ có nghiệm là:

A. $x>\log_{\frac{4}{3}}\left(\log_4 3\right)$.

B. $x<\log_{\frac{4}{3}}\left(\log_4 3\right)$.

C. $x<\log_{\frac{4}{3}}\left(\log_3 4\right)$.

D. $x>\log_{\frac{4}{3}}\left(\log_3 4\right)$.

Phương pháp

Với $a>1,b>0$ thì $a^{u(x)}<b\Leftrightarrow u(x)<\log_a b$.

Lời giải

$3^{4^x} < 4^{3^x} \Leftrightarrow 4^x \log_3 3 < 3^x \log_3 4 \Leftrightarrow \left(\frac{4}{3}\right)^x < \log_3 4 \Leftrightarrow x < \log_{\frac{4}{3}}\left(\log_3 4\right)$

Vậy bất phương trình đã cho có nghiệm là $x < \log_{\frac{4}{3}}\left(\log_3 4\right)$

Đáp án C.

Câu 24: "Góc giữa hai đường thẳng a, b trong không gian, kí hiệu (a, b) là góc giữa hai đường thẳng a' và b' cùng đi qua một điểm và lần lượt … hoặc … với a và b". Từ (cụm từ) thích hợp để điền vào dấu … để được câu đúng là:

A. vuông góc, trùng.
B. vuông góc, chéo.
C. song song, chéo.
D. song song, trùng.

Phương pháp

Góc giữa hai đường thẳng a và b trong không gian là góc giữa hai đường thẳng a' và b' cùng đi qua một điểm O và lần lượt song song (hoặc trùng) với a và b; kí hiệu (a,b) hoặc $(a;b)$.

Lời giải

Góc giữa hai đường thẳng a, b trong không gian, kí hiệu (a, b) là góc giữa hai đường thẳng a' và b' cùng đi qua một điểm và lần lượt song song hoặc trùng với a và b

Đáp án D.

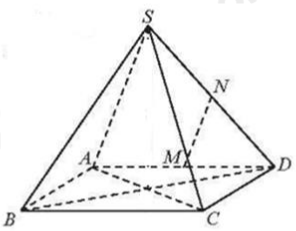
Câu 25: Cho hình chóp S. ABCD có AD//BC. Gọi N là một điểm thuộc cạnh SD (N khác S và D), qua N vẽ đường thẳng song song với AS cắt AD tại M. Chọn đáp án đúng:

A. $(MN, BC) = (SA, SD)$.
B. $(MN, BC) = (SD, DA)$.
C. $(MN, BC) = (SA, AD)$.
D. Cả A, B, C đều sai.

Phương pháp

Góc giữa hai đường thẳng a và b trong không gian là góc giữa hai đường thẳng a' và b' cùng đi qua một điểm O và lần lượt song song (hoặc trùng) với a và b; kí hiệu (a,b) hoặc $(a;b)$

Lời giải



Vì AD//BC, MN//SA nên $(MN, BC) = (SA, AD)$

Đáp án C.

Câu 26: Cho tứ diện ABCD có $AB = CD = 2a$. Gọi M, N, I lần lượt là trung điểm của BC, AD, AC. Biết rằng $MN = a\sqrt{3}$. Tính góc giữa hai đường thẳng AB và CD.

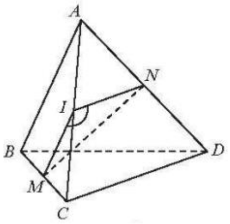
A. 90^0.
B. 60^0.
C. 30^0.
D. 70^0.

Phương pháp

+ Góc giữa hai đường thẳng a và b trong không gian là góc giữa hai đường thẳng a’ và b’ cùng đi qua một điểm O và lần lượt song song (hoặc trùng) với a và b; kí hiệu (a,b) hoặc $(a;b)$.

+ Góc giữa hai đường thẳng không vượt quá 90^0.

Lời giải



Vì IM là đường trung bình của tam giác ABC nên IM//AB và $IM=\frac{AB}{2}=a$

Vì IN là đường trung bình của tam giác ADC nên IN//CD và $IN=\frac{CD}{2}=a$

Do đó, $(AB,CD)=(IM,IN)$

Áp dụng định lí côsin vào tam giác MNI ta có:

$$MN^2=IM^2+IN^2-2IM.IN.\cos MIN\Rightarrow 3a^2=a^2+a^2-2a.a.\cos MIN\Rightarrow \cos MIN=\frac{-1}{2}\Rightarrow MIN=120^0$$

Suy ra: $(AB,CD)=(IM,IN)=180^0-MIN=180^0-120^0=60^0$

Đáp án B.

Câu 27: Cho hình chóp S. ABCD có đáy ABCD là hình thoi tâm O, $SA=SC$. Gọi I, K lần lượt là trung điểm của AB và BC. Góc giữa hai đường thẳng SO và IK bằng:

A. 60^0.

B. 90^0.

C. 120^0.

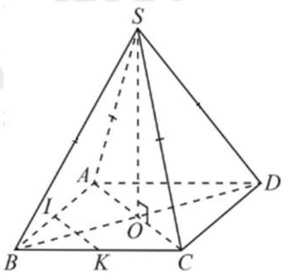
D. 70^0.

Phương pháp

+ Cho hai đường thẳng song song, đường thẳng nào vuông góc với đường thẳng này thì cũng vuông góc với đường thẳng kia.

+ Hai đường thẳng a, b được gọi là vuông góc với nhau nếu góc giữa chúng bằng 90^0.

Lời giải



Vì tứ giác ABCD là hình thoi nên O là trung điểm của AC.

Vì $SA=SC$ nên tam giác SAC cân tại S. Do đó, SO là đường trung tuyến đồng thời là đường cao. Do đó, $SO\perp AC$

Vì I, K lần lượt là trung điểm của AB và BC nên IK là đường trung bình của tam giác BAC. Do đó, IK//AC.

Vì $SO\perp AC$, IK//AC nên $IK\perp SO$. Do đó, góc giữa hai đường thẳng SO và IK bằng 90^0.

Đáp án B.

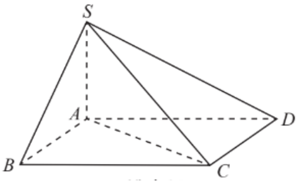
Câu 28: Cho hình chóp S.ABCD có $SA \perp (ABCD)$. Tam giác SAC là tam giác gì?

A. Tam giác vuông tại A.
B. Tam giác cân tại A.
C. Tam giác đều.
D. Tam giác tù tại A.

Phương pháp

Đường thẳng d gọi là vuông góc với mặt phẳng (P) nếu nó vuông góc với mọi đường thẳng a nằm trong mặt phẳng (P).

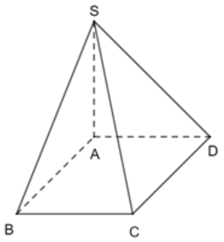
Lời giải



Vì $SA \perp (ABCD), AC \subset (ABCD) \Rightarrow SA \perp AC$. Do đó, tam giác SAC vuông tại A.

Đáp án A.

Câu 29: Cho hình chóp S. ABCD như hình vẽ dưới đây:



Biết rằng: $SA \perp AB, SA \perp AD$.

Chọn khẳng định đúng.

A. SA$\perp$ (SAC).
B. $SA \perp (ABCD)$.
C. Cả A và B đều đúng.
D. Cả A và B đều sai.

Phương pháp

Nếu đường thẳng d vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau nằm trong mặt phẳng (P) thì $d \perp (P)$

Lời giải

Vì $SA \perp AB, SA \perp AD$, AB và AD cắt nhau tại A và nằm trong mặt phẳng (ABCD) nên $SA \perp (ABCD)$.

SA không vuông góc với mặt phẳng (SAC).

Đáp án B.

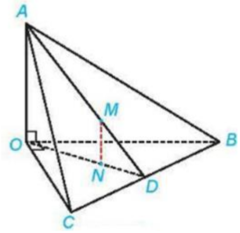
Câu 30: Cho tứ diện OABC sao cho $OA \perp (OBC)$. Gọi D là trung điểm của BC. Lấy điểm M bất kì thuộc cạnh AD (M khác A, D). Qua M kẻ đường thẳng song song với AO cắt OD tại N. Chọn đáp án đúng.

A. $MN \perp (BOC)$.
B. $MN \perp (OAD)$.
C. Cả A và B đều đúng.
D. Cả A và B đều sai.

Phương pháp

Nếu đường thẳng a vuông góc với mặt phẳng (P) thì các đường thẳng song song với a cũng vuông góc với (P).

Lời giải



Vì $OA \perp (OBC), MN//OA$ nên $MN \perp (OBC)$

MN không vuông góc với mặt phẳng (OAD).

Đáp án A.

Câu 31: Cho hình chóp S. ABCD. Gọi A là hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABCD). Khi đó, hình chiếu vuông góc của SC trên mặt phẳng (ABCD) là:

A. AC.

B. AD.

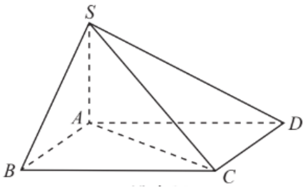
C. AB.

D. AS.

Phương pháp

Cho mặt phẳng (P). Xét một điểm M tùy ý trong không gian. Gọi d là đường thẳng đi qua điểm M và vuông góc với (P). Gọi M' là giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P). Khi đó, điểm M' được gọi là hình chiếu vuông góc của điểm M lên mặt phẳng (P).

Lời giải



Vì C thuộc mặt phẳng (ABCD) nên hình chiếu vuông góc của điểm C trên mặt phẳng (ABCD) là chính nó.

Vì A là hình chiếu của S trên mặt phẳng (ABCD).

Do đó, hình chiếu vuông góc của SC trên mặt phẳng (ABCD) là AC.

Đáp án A.

Câu 32: Cho hình chóp S.ABC. Gọi M, N, P tương ứng là trung điểm của SA, SB, SC. Qua S kẻ đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC) và cắt mặt phẳng đó tại H. Khi đó, góc giữa SH và MP bằng bao nhiêu độ?

A. 60^0.

B. 90^0.

C. 120^0.

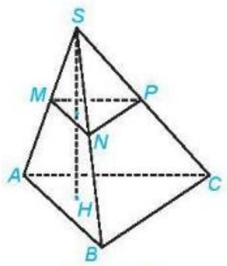
D. 70^0.

Phương pháp

+ Nếu đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P) thì đường thẳng d cũng vuông góc với các mặt phẳng song song với (P).

+ Đường thẳng d gọi là vuông góc với mặt phẳng (P) nếu nó vuông góc với mọi đường thẳng a nằm trong mặt phẳng (P).

Lời giải



Vì M, N lần lượt là trung điểm của SA, SB nên MN là đường trung bình của tam giác SAB. Do đó, MN//AB.

Vì P, N lần lượt là trung điểm của SC, SB nên PN là đường trung bình của tam giác SBC. Do đó, PN//CB.

Vì MN//AB, PN//CB nên (MNP)// (ABC).

Mặt khác, $SH \perp (ABC)$ nên $SH \perp (MNP)$. Mà $MP \subset (MNP) \Rightarrow SH \perp MP$

Do đó, góc giữa hai đường thẳng MP và SH bằng 90^0.

Đáp án B.

Câu 33: Cho tứ diện OABC có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau. Hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng (COB) là điểm nào?

A. Q (Q là trung điểm của OB).

B. B.

C. O.

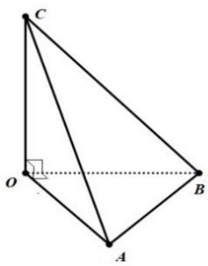
D. H (H là trung điểm của OC).

Phương pháp

+ Nếu đường thẳng d vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau a và b cùng nằm trong mặt phẳng (P) thì $d \perp (P)$.

+ Cho mặt phẳng (P). Xét một điểm M tùy ý trong không gian. Gọi d là đường thẳng đi qua điểm M và vuông góc với (P). Gọi M' là giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P). Khi đó, điểm M' được gọi là hình chiếu vuông góc của điểm M lên mặt phẳng (P).

Lời giải



Vì $OA \perp OB, OA \perp OC$ và OB và OC cắt nhau tại O và nằm trong mặt phẳng (OBC) nên $OA \perp (OBC)$ nên O là hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng (COB).

Đáp án C.

Câu 34: Cho tứ diện ABCD có tất cả các cạnh bằng nhau. Gọi M là trung điểm của CD. Góc giữa hai đường thẳng AB và CD bằng:

A. 30^0.

B. 60^0.

C. 90^0.

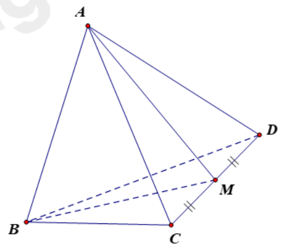
D. 45^0.

Phương pháp

+ Nếu đường thẳng d vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau a và b cùng nằm trong mặt phẳng (P) thì $d \perp (P)$.

+ Nếu một đường thẳng vuông góc với một mặt phẳng thì nó vuông góc với mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng đó.

Lời giải



Vì $AC = AD = CD$ nên tam giác ACD là tam giác đều. Do đó, AM là đường trung tuyến đồng thời là đường cao. Do đó, $AM \perp CD$

Vì $BC = BD = CD$ nên tam giác BCD là tam giác đều. Do đó, BM là đường trung tuyến đồng thời là đường cao. Do đó, $BM \perp CD$

Vì $AM \perp CD$, $BM \perp CD$, AM, BM cắt nhau tại M và nằm trong mặt phẳng ABM.

Do đó, $CD \perp (AMB)$. Mà $AB \subset (ABM) \Rightarrow AB \perp CD$

Do đó, góc giữa hai đường thẳng AB và CD bằng 90^0.

Đáp án C.

Câu 35: Cho hình chóp S. ABCD có đáy ABCD là hình vuông, $SA \perp (ABCD)$. Kẻ BM vuông góc với SC (M thuộc SC). Tam giác SMD là tam giác:

A. Vuông tại M.

B. Cân tại M.

C. Tù tại M.

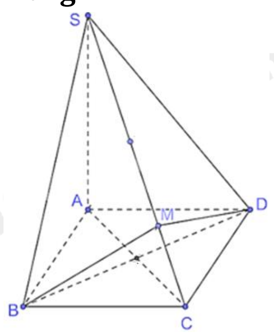
D. Tam giác nhọn.

Phương pháp

+ Nếu đường thẳng d vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau a và b cùng nằm trong mặt phẳng (P) thì $d \perp (P)$.

+ Nếu một đường thẳng vuông góc với một mặt phẳng thì nó vuông góc với mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng đó.

Lời giải



Vì ABCD là hình vuông nên $AC \perp BD$

Vì $SA \perp (ABCD), BD \subset (ABCD) \Rightarrow SA \perp BD$

Ta có: $AC \perp BD$, $SA \perp BD$, SA, AC cắt nhau tại A và nằm trong mặt phẳng (SAC) nên $BD \perp (SAC) \Rightarrow BD \perp SC$

Lại có: $BM \perp SC$, BM và BD cắt nhau tại B và nằm trong mặt phẳng (BMD) nên $SC \perp (BMD)$.

Mà $MD \subset (BMD) \Rightarrow MD \perp SC$ hay $MD \perp SM$. Do đó, tam giác SMD vuông tại M.

Đáp án A.

Phần tự luận (3 điểm)

Bài 1. (1 điểm) Cho hàm số: $y=\frac{1}{4}\sqrt{\log\left((m+1)x^2-2(m+1)x+5\right)}$.

a) Với $m=0$, hãy tìm tập xác định của hàm số trên.

b) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số trên có tập xác định có tập xác định là $\mathbb{R}$.

Phương pháp

Hàm số $y=\log u(x)$ xác định khi $u(x)>0$.

Hàm số $y=\sqrt{u(x)}$ xác định khi $u(x)\ge 0$.

Lời giải

a) Với $m=0$ ta có: $y=\frac{1}{4}\sqrt{\log\left(x^2-2x+5\right)}$.

Hàm số $y=\frac{1}{4}\sqrt{\log\left(x^2-2x+5\right)}$ xác định khi

$\log\left(x^2-2x+5\right)>0\Leftrightarrow x^2-2x+5>1\Leftrightarrow x^2-2x+4>0\Leftrightarrow (x-1)^2+3>0$ (luôn đúng với mọi số thực x)

Vậy với $m=0$ thì tập xác định của hàm số là: $D=(-\infty;+\infty)$

b) Hàm số $y=\frac{1}{4}\sqrt{\log\left((m+1)x^2-2(m+1)x+5\right)}$

Điều kiện: $\log\left((m+1)x^2-2(m+1)x+5\right)\ge 0$ với mọi $x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow (m+1)x^2-2(m+1)x+5\ge 1$ với mọi $x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow (m+1)x^2-2(m+1)x+4\ge 0$ với mọi $x\in\mathbb{R}$

Đặt $f(x)=(m+1)x^2-2(m+1)x+4$

Trường hợp 1: Với $m=-1$ ta có: $f(x)=4\ge 0$. Do đó, f(x) xác định với mọi giá trị thực của x. Do đó, $m=-1$ thỏa mãn.

Trường hợp 2: $m\ne -1$.

Hàm số $f(x)=(m+1)x^2-2(m+1)x+4\ge 0$ với mọi $x\in\mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}m+1>0\\ \Delta'=\left[-(m+1)\right]^2-4(m+1)\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>-1\\ (m+1)(m-3)\le 0\end{cases}\Leftrightarrow -1<m\le 3$$

Vậy với $m\in[-1;3]$ thì hàm số $y=\frac{1}{4}\sqrt{\log\left((m+1)x^2-2(m+1)x+5\right)}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

Bài 2. (1,5 điểm) Cho hình vuông ABCD. Gọi H, K lần lượt là trung điểm của AB, AD. Trên đường thẳng vuông góc với (ABCD) tại H, lấy điểm S. Chứng minh rằng:

a) $AC\perp(SHK)$.

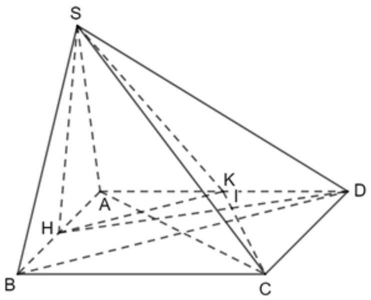
b) $CK\perp(SDH)$.

Phương pháp

+ Nếu đường thẳng d vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau a và b cùng nằm trong mặt phẳng (P) thì $d \perp (P)$.

+ Nếu một đường thẳng vuông góc với một mặt phẳng thì nó vuông góc với mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng đó.

Lời giải



a) Vì H, K lần lượt là trung điểm của AB và AD nên HK là đường trung bình của tam giác ABD. Do đó, $HK//BD$. Mà $AC \perp BD$ (do ABCD là hình vuông) nên $AC \perp HK$

Vì $AC \perp HK, SH \perp AC\left(\text{do } AC \subset (ABCD)\right) \Rightarrow AC \perp (SHK)$

b) Gọi I là giao điểm của CK và DH.

Tam giác AHD và tam giác DKC có: $AH = DK, HAD = KDC, AD = DC$

Do đó, $\Delta AHD = \Delta DKC(c.g.c) \Rightarrow HDA = KCD$

Ta có: $DKC + KCD = 90^0 \Rightarrow DKC + HDA = 90^0$

Ta có: $DIK = 180^0 - \left(DKC + HDA\right) = 90^0 \Rightarrow DH \perp CK$

Mà $SH \perp (ABCD), CK \subset (ABCD) \Rightarrow SH \perp CK$

Ta có: $DH \perp CK, SH \perp CK$, SH và DH nằm trong mặt phẳng (SHD) và cắt nhau tại H nên $CK \perp (SDH)$.

Bài 3. (0,5 điểm) Giải bất phương trình $\log_2\left(x-\sqrt{x^2-1}\right).\log_3\left(x+\sqrt{x^2-1}\right) = \log_6\left|x-\sqrt{x^2-1}\right|$.

Phương pháp

Nếu $a > 0, a \ne 1$ thì $\log_a u(x) = \log_a v(x) \Leftrightarrow \begin{cases} u(x) > 0 \\ u(x) = v(x) \end{cases}$ (có thể thay $u(x) > 0$ bằng $v(x) > 0$)

Lời giải

Điều kiện: $\begin{cases} -1 \le x \le 1 \\ x-\sqrt{x^2-1} > 0 \end{cases} (*)$

$$\log_2\left(x-\sqrt{x^2-1}\right).\log_3\left(x+\sqrt{x^2-1}\right) = \log_6\left|x-\sqrt{x^2-1}\right|$$

$$\Leftrightarrow \log_2\left(x-\sqrt{x^2-1}\right).\log_3\frac{1}{x-\sqrt{x^2-1}} = \log_6\left(x-\sqrt{x^2-1}\right)$$

$$\Leftrightarrow -\log_2\left(x-\sqrt{x^2-1}\right).\log_3 6.\log_6\left(x-\sqrt{x^2-1}\right) = \log_6\left(x-\sqrt{x^2-1}\right)$$

$$\Leftrightarrow \log_6\left(x-\sqrt{x^2-1}\right)\left[\log_3 6.\log_2\left(x-\sqrt{x^2-1}\right)+1\right] = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\log_6\left(x-\sqrt{x^2-1}\right)=0\,(1)\\ \log_3 6.\log_2\left(x-\sqrt{x^2-1}\right)+1=0\,(2)\end{array}\right.$$

$$(1)\Leftrightarrow x-\sqrt{x^2-1}=1\Leftrightarrow \sqrt{x^2-1}=x-1\Leftrightarrow \begin{cases}x\ge 1\\ x^2-1=(x-1)^2\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}x\ge 1\\ x=1\end{cases}\Leftrightarrow x=1\left(tm(*)\right)$$

$$(2)\Leftrightarrow \log_3 6.\log_2\left(x-\sqrt{x^2-1}\right)=-1\Leftrightarrow \log_2\left(x+\sqrt{x^2-1}\right)=\log_6 3$$

$$\Leftrightarrow x+\sqrt{x^2-1}=2^{\log_6 3}\Leftrightarrow \begin{cases}x\le 2^{\log_6 3}\\ x^2-1=\left(2^{\log_6 3}-x\right)^2\end{cases}\Leftrightarrow x=\frac{1}{2}\left(2^{\log_6 3}+2^{-\log_6 3}\right)\text{ (thỏa mãn điều kiện)}$$