

## ĐỀ THI HỌC KÌ II – Đề số 4

Môn: Toán - Lớp 11

Bộ sách Cánh diều

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

### Mục tiêu

- Ôn tập các kiến thức học kì 2 của chương trình sách giáo khoa Toán 11 – Cánh diều .
- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm và tự luận Toán học.
- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dàn trải các kiến thức học kì 2 – chương trình Toán 11.

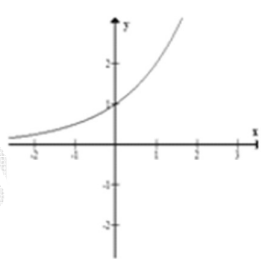
**Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

$$A = \frac{12^{5+\sqrt{3}}}{2^{5+2\sqrt{3}} \cdot 3^{7+\sqrt{3}}}$$

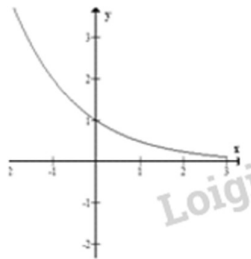
**Câu 1: (NB)** Tính giá trị của biểu thức

- A. 288
- B.  $\frac{32}{9}$
- C.  $\frac{2}{9}$
- D. 18

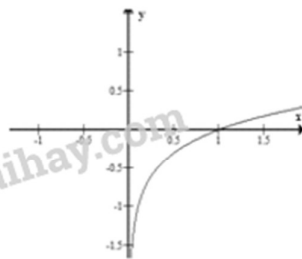
**Câu 2: (NB)** Trong các hình sau, hình nào là dạng đồ thị của hàm số  $y = \log_a x, 0 < a < 1$



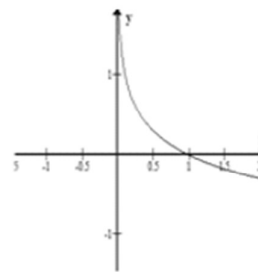
(I)



(II)



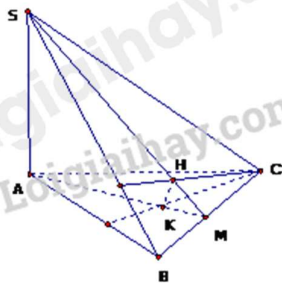
(III)



(IV)

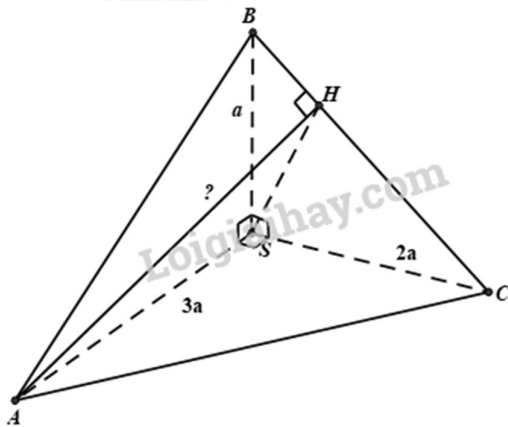
- A. (I).
- B. (II).
- C. (IV).
- D. (III).

**Câu 3: (TH)** Cho hình chóp  $SABC$  có  $SA \perp (ABC)$ . Gọi  $H, K$  lần lượt là trực tâm các tam giác  $SBC$  và  $ABC$ . Mệnh đề nào **sai** trong các mệnh đề sau?



- A.  $BC \perp (SAH)$ .
- B.  $HK \perp (SBC)$ .
- C.  $BC \perp (SAB)$ .
- D.  $SH, AK$  và  $BC$

**Câu 4: (TH)** Cho tứ diện  $SABC$  trong đó  $SA, SB, SC$  vuông góc với nhau từng đôi một và  $SA = 3a, SB = a, SC = 2a$ . Khoảng cách từ  $A$  đến đường thẳng  $BC$  bằng



- A.  $\frac{3a\sqrt{2}}{2}$ .
- B.  $\frac{7a\sqrt{5}}{5}$ .
- C.  $\frac{8a\sqrt{3}}{3}$ .
- D.  $\frac{5a\sqrt{6}}{6}$ .

**Câu 5: (TH)** Tại một cuộc hội thảo quốc tế có 50 nhà khoa học trong đó có 31 người thành thạo tiếng Anh, 21 người thành thạo tiếng Pháp và 5 người thành thạo cả tiếng Anh và tiếng Pháp. Chọn ngẫu nhiên một người dự hội thảo. Xác suất để người được chọn thành thạo ít nhất một trong hai thứ tiếng Anh hoặc tiếng Pháp là:

- A.  $\frac{47}{50}$ .
- B.  $\frac{37}{50}$ .
- C.  $\frac{39}{50}$ .

D.  $\frac{41}{50}$ .

**Câu 6: (VD)** Cho hàm số  $y = -x^3 + 3x - 2$  có đồ thị  $(C)$ . Phương trình tiếp tuyến của  $(C)$  tại giao điểm của  $(C)$  với trục tung là

A.  $y = -2x + 1$

B.  $y = 2x + 1$

C.  $y = 3x - 2$

D.  $y = -3x - 2$

**Câu 7: (VD)** Cho hàm số  $y = \sin^2 x$ . Khi đó đạo hàm  $y'$  là

A.  $y' = \cos^2 x$

B.  $y' = \frac{-3}{\sin^2 x}$

C.  $y' = \frac{-3}{\sin^2 x} + 1$

D.  $y' = \frac{3}{\sin^2 x}$

**Câu 8: (NB)** Hàm số  $y = \sqrt{2 + 2x^2}$  có đạo hàm  $y' = \frac{a + bx}{\sqrt{2 + 2x^2}}$ . Khi đó  $S = a - 2b$  có kết quả bằng:

A.  $S = -4$ .

B.  $S = 10$ .

C.  $S = -6$ .

D.  $S = 8$ .

**Câu 9: (TH)** Hàm số  $y = \frac{x^2 + x}{x - 1}$  có đạo hàm  $y' = \frac{ax^2 + bx + c}{(x - 1)^2}$ . Khi đó  $S = a + b + c$  có kết quả là

A.  $y = -3x + 3$

B.  $y = 3x + 3$

C.  $y = -3x + 1$

D.  $y = 3x - 1$

**Câu 10: (NB)** Một chất di chuyển động có phương trình  $s(t) = t + 1$  ( $t$  tính bằng giây,  $s$  tính bằng mét).

Vận tốc tức thời của chất di chuyển tại thời điểm  $t = 3s$  bằng

A.  $1m/s$ .

B.  $15m/s$ .

C.  $4m/s$ .

D.  $0m/s$ .

**Câu 11: (TH)** Hai người cùng bắn vào 1 bia. Người thứ nhất có xác suất bắn trúng là 60%, xác suất bắn trúng của người thứ 2 là 70%. Xác suất để cả hai người cùng bắn trật bằng

A.  $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ .

B.  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ .

C.  $\frac{a\sqrt{3}}{4}$ .

D.  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ .

**Câu 12: (TH)** Hàm số  $y = x^5$  có đạo hàm là:

A.  $y' = 5x^6$

B.  $y' = 4x^5$

C.  $y' = 5x$

D.  $y' = 5x^4$

**Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**

**Câu 1:** Cho mẫu số liệu về thời gian (phút) đi từ nhà đến trường của một số học sinh như sau:

Thời gian	[15; 20)	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)	[40; 45)	[45; 50)
Số học sinh	7	12	5	7	3	5	1

a) Cỡ mẫu của mẫu số liệu = 40

b) Một của mẫu số liệu thuộc nhóm [20; 25)

c) Một của mẫu số liệu thuộc nhóm [30; 35)

d) Một của mẫu số liệu là  $M_0 = 22,08$

**Câu 2:** Cho hàm số có đồ thị (C):  $y = f(x) = \frac{x+1}{3x}$  (C)

a) Phương trình tiếp tuyến của (C) tại giao điểm của (C) với trục Oy là:  $y = 9x - 2$

b) Phương trình tiếp tuyến của (C) tại giao điểm của (C) với trục Ox là là  $y = -\frac{1}{3}x - \frac{1}{3}$

c) Phương trình tiếp tuyến của (C) tại giao điểm của (C) tại giao điểm của (C) với đường thẳng  $y = x + 1$  là:  $y = -3x + \frac{7}{3}$

d) Phương trình tiếp tuyến của (C) biết hệ số góc của tiếp tuyến  $k = -\frac{1}{3}$  là  $y = -\frac{1}{3}x + 1$  và  $y = -\frac{1}{3}x - \frac{1}{3}$

**Câu 3:** Cho tứ diện ABCD có tam giác ABC cân tại A, tam giác BCD cân tại D. Gọi I là trung điểm của cạnh BC. AH, IJ là đường cao tam giác AID.

a)  $BC \perp (AID)$

b)  $AH \perp (BCD)$

c) IJ là đường vuông góc chung của AD và BC

d) H là trọng tâm tam giác BCD

**Câu 4:** Trong đợt kiểm tra cuối học kì II lớp 11 của các trường trung học phổ thông, thống kê cho thấy có 93% học sinh tỉnh X đạt yêu cầu; 87% học sinh tỉnh Y đạt yêu cầu. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của tỉnh X và một học sinh của tỉnh Y. Giả thiết rằng chất lượng học tập của hai tỉnh là độc lập.

a) Xác suất để cả hai học sinh được chọn đều đạt yêu cầu là 0,7809

- b) Xác suất để cả hai học sinh được chọn đều không đạt yêu cầu là 0,0091  
 c) Xác suất để chỉ có đúng một học sinh được chọn đạt yêu cầu là 0,1818  
 d) Xác suất để có ít nhất một trong hai học sinh được chọn đạt yêu cầu là 0,9909

**Phần III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6**

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{x+1}{x+2}$  có đồ thị (C). Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại giao điểm của (C) với trục hoành

**Câu 2.** Có 30 tấm thẻ đánh số từ 1 đến 30. Chọn ngẫu nhiên ra 10 tấm thẻ. Tính xác suất để chọn được 5 tấm thẻ mang số lẻ và 5 tấm thẻ mang số chẵn, trong đó chỉ có đúng một tấm thẻ chia hết cho 10.

**Câu 3.** Một chất điểm chuyển động có quãng đường được cho bởi phương trình  $s(t) = \frac{1}{4}t^4 - t^3 + \frac{5}{2}t^2 + 10t$ , trong đó  $t > 0$  với  $t$  tính bằng giây (s) và  $s$  tính bằng mét (m). Tính vận tốc chuyển động của chất điểm tại thời điểm chất điểm có gia tốc chuyển động nhỏ nhất.

**Câu 4.** Cho hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng chiều cao. Tính góc tạo bởi cạnh bên và mặt đáy.

**Câu 5.** Một vật chuyển động thẳng có phương trình  $s = 2t^2 + \frac{1}{2}t^4$  ( $s$  tính bằng mét,  $t$  tính bằng giây). Tìm gia tốc của vật tại thời điểm  $t = 4$  giây.

**Câu 6.** Cho hàm số  $y = \sqrt{2x - x^2}$ . Tính giá trị biểu thức  $P = y^3 y'' + 1, \forall x \in (0; 2)$ .

----- Hết -----



**HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT**  
**THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM**

**PHẦN I.**

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,25 điểm**)

<b>Câu</b>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
<b>Đáp án</b>	B	B	C	B	A	C	B	A	B	B	C	D

**PHẦN II.**

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là **1 điểm**

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được **0,1 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được **0,25 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được **0,50 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 04 ý trong 1 câu hỏi được **1 điểm**.

<b>Câu 1</b>	<b>Câu 2</b>	<b>Câu 3</b>	<b>Câu 4</b>
a) Sai	a) Sai	b) Đúng	a) Sai
b) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	b) Đúng
c) Đúng	c) Sai	d) Đúng	c) Đúng
d) Đúng	d) Đúng	d) Sai	d) Đúng

**PHẦN III.**

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,5 điểm**)

<b>Câu</b>	1	2	3	4	5	6
<b>Đáp án</b>	4	6	$\frac{a\sqrt{2}}{2}$	$45^\circ$	3	$M\left(12; \frac{2}{3}\right); M(-2; -4).$

**Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án

$$A = \frac{12^{5+\sqrt{3}}}{2^{5+2\sqrt{3}} \cdot 3^{7+\sqrt{3}}}$$

**Câu 1: (NB)** Tính giá trị của biểu thức

- A. 288
- B.  $\frac{32}{9}$
- C.  $\frac{2}{9}$
- D. 18

**Phương pháp**

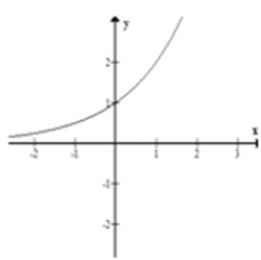
Sử dụng công thức lũy thừa

**Cách giải**

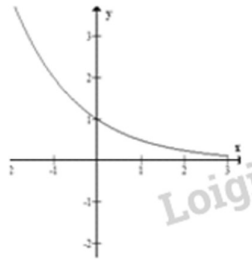
$$A = \frac{12^{5+\sqrt{3}}}{2^{5+2\sqrt{3}} \cdot 3^{7+\sqrt{3}}} = \frac{4^{5+\sqrt{3}} \cdot 3^{5+\sqrt{3}}}{2^{5+2\sqrt{3}} \cdot 3^{7+\sqrt{3}}} = \frac{2^{10+2\sqrt{3}} \cdot 3^{5+\sqrt{3}}}{2^{5+2\sqrt{3}} \cdot 3^{7+\sqrt{3}}} = \frac{2^5}{3^2} = \frac{32}{9}$$

**Đáp án B**

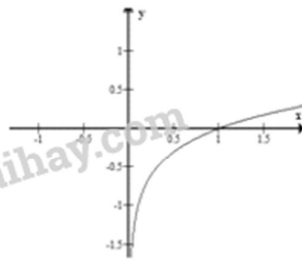
**Câu 2: (NB)** Trong các hình sau, hình nào là dạng đồ thị của hàm số  $y = \log_a x, 0 < a < 1$



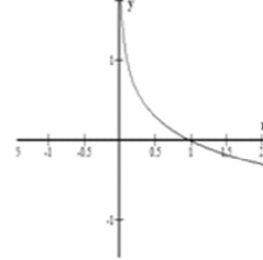
(I)



(II)



(III)



(IV)

- A. (I).
- B. (II).
- C. (IV).
- D. (III).

**Phương pháp**

Hàm số  $y = \log_a x$  có đồ thị luôn đi qua điểm (1;0) và nghịch biến khi  $0 < a < 1$

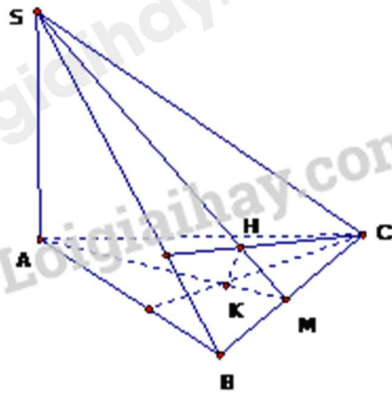
**Cách giải**

Do  $0 < a < 1$  nên đồ thị hàm số có chiều đi xuống từ trái qua phải

Đồ thị luôn đi qua điểm (1;0)

**Đáp án B**

**Câu 3: (TH)** Cho hình chóp  $SABC$  có  $SA \perp (ABC)$ . Gọi  $H, K$  lần lượt là trực tâm các tam giác  $SBC$  và  $ABC$ . Mệnh đề nào sai trong các mệnh đề sau?



- A.  $BC \perp (SAH)$ .
- B.  $HK \perp (SBC)$ .
- C.  $BC \perp (SAB)$ .
- D.  $SH, AK$  và  $BC$  đồng quy tại một điểm.

**Phương pháp**

Sử dụng định lý đường thẳng vuông góc mặt phẳng.

**Cách giải**

a)

$$\begin{cases} BC \perp SA \text{ (Do } SA \perp (ABC)) \\ BC \perp SH \\ SA, SH \subset (SAH) \\ SA \cap SH \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAH)$$

b)  $\begin{cases} CK \perp SA \\ CK \perp AB \\ SA, AB \subset (SAB) \\ SA \cap AB \end{cases} \Rightarrow CK \perp (SAB) \Rightarrow CK \perp SB$

Lại có:  $\begin{cases} SB \perp CK - cmt \\ SB \perp CH \\ CH, CK \subset (CKH) \\ CH \cap CK \end{cases} \Rightarrow SB \perp (CKH) \Rightarrow SB \perp HK$

Ta có:  $\begin{cases} HK \perp SB - cmt \\ HK \perp BC \text{ (Do } BC \perp (SAB)) \\ SB, BC \subset (SBC) \\ SB \cap BC \end{cases} \Rightarrow HK \perp (SBC)$

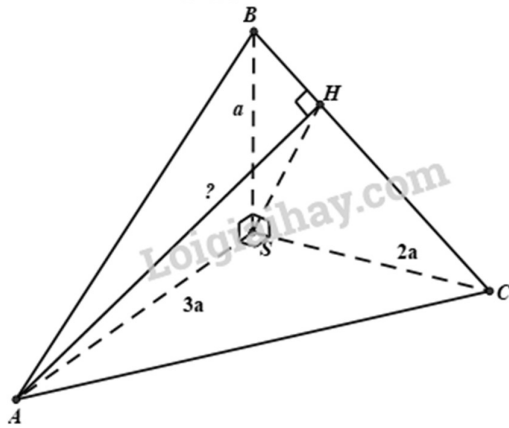
c) Do  $CK \perp (SAB)$  nên BC không thể vuông góc với (SAB)

d) Gọi M là giao điểm của SH và BC. Do  $BC \perp (SAH)$  nên  $BC \perp AM$  hay đường thẳng AM trùng với đường thẳng AK. Hay SH, AK, BC đồng quy.

**Đáp án C**

**Câu 4: (TH)** Cho tứ diện  $SABC$  trong đó  $SA, SB, SC$  vuông góc với nhau từng đôi một và  $SA = 3a, SB = a, SC = 2a$ . Khoảng cách từ  $A$  đến đường thẳng  $BC$  bằng





- A.  $\frac{3a\sqrt{2}}{2}$ .
- B.  $\frac{7a\sqrt{5}}{5}$ .
- C.  $\frac{8a\sqrt{3}}{3}$ .
- D.  $\frac{5a\sqrt{6}}{6}$ .

**Phương pháp**

Sử dụng phương pháp tính khoảng cách từ đường thẳng tới mặt phẳng

**Cách giải**

Dựng  $AH \perp BC \Rightarrow d(A, BC) = AH$

$$\begin{cases} SA \perp (SBC) \\ AH \perp BC \end{cases} \Rightarrow SA \perp BC$$

$$\Rightarrow BC \perp (SAH) \Rightarrow BC \perp SH$$

Xét tam giác SBC vuông tại S có SH là đường cao ta có:

$$\frac{1}{SH^2} = \frac{1}{SB^2} + \frac{1}{SC^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{4a^2} = \frac{5}{4a^2} \Rightarrow SH^2 = \frac{4a^2}{5}$$

$$\Rightarrow SH = \frac{2a\sqrt{5}}{5}$$

Ta có:  $SA \perp (SBC) \Rightarrow SA \perp SH \Rightarrow \Delta SAH$  vuông tại S

Áp dụng hệ thức lượng trong  $\Delta SAH$  vuông tại S ta có:

$$AH^2 = SA^2 + SH^2 = 9a^2 + \frac{4a^2}{5} = \frac{49a^2}{5} \Rightarrow AH = \frac{7a\sqrt{5}}{5}$$

**Đáp án B**

**Câu 5: (TH)** Tại một cuộc hội thảo quốc tế có 50 nhà khoa học trong đó có 31 người thành thạo tiếng Anh, 21 người thành thạo tiếng Pháp và 5 người thành thạo cả tiếng Anh và tiếng Pháp. Chọn ngẫu nhiên một người dự hội thảo. Xác suất để người được chọn thành thạo ít nhất một trong hai thứ tiếng Anh hoặc tiếng Pháp là:

- A.  $\frac{47}{50}$ .

- $\frac{37}{50}$   
**B.**  $\frac{39}{50}$   
**C.**  $\frac{41}{50}$   
**D.**  $\frac{43}{50}$

**Phương pháp**

Sử dụng quy tắc cộng xác suất

**Cách giải**

Gọi A là biến cố “Người được chọn thành thạo tiếng Anh”; B là biến cố “Người được chọn thành thạo tiếng Pháp”.

Biến cố: “Người được chọn thành thạo ít nhất một trong hai thứ tiếng Anh hoặc Pháp” là biến cố hợp của A và B.

$$\text{Khi đó } P(A) = \frac{31}{50}; P(B) = \frac{21}{50}; P(AB) = \frac{5}{50} = \frac{1}{10}$$

$$\text{Ta có: } P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = \frac{31}{50} + \frac{21}{50} - \frac{1}{10} = \frac{47}{50}$$

Vậy xác suất để người được chọn thành thạo ít nhất một trong hai thứ tiếng Anh hoặc tiếng Pháp là  $\frac{47}{50}$

**Đáp án A**

**Câu 6: (VD)** Cho hàm số  $y = -x^3 + 3x - 2$  có đồ thị (C). Phương trình tiếp tuyến của (C) tại giao điểm của (C) với trục tung là

- A.**  $y = -2x + 1$   
**B.**  $y = 2x + 1$   
**C.**  $y = 3x - 2$   
**D.**  $y = -3x - 2$

**Phương pháp**

Đạo hàm của hàm số  $y = f(x)$  tại điểm  $x_0$  là hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị (C) của hàm số tại điểm  $M_0(x_0; f(x_0))$

Khi đó phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm  $M_0$  là:  $y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$

**Cách giải**

$$y' = (-x^3 + 3x - 2)' = -3x^2 + 3$$

Giao điểm của (C) với trục tung là  $M(0; -2)$

Phương trình tiếp tuyến của (C) tại  $M(0; -2)$  là:  $y = y'(0)(x - 0) + (-2) = 3x - 2$

**Đáp án C**

**Câu 7: (VD)** Cho hàm số  $y = \sin^2 x$ . Khi đó đạo hàm  $y'$  là

- A.**  $y' = \cos^2 x$

B.  $y' = \sin 2x$

C.  $y' = \frac{-3}{\sin^2 x} + 1$

D.  $y' = \frac{3}{\sin^2 x}$

**Phương pháp**

Sử dụng công thức đạo hàm của hàm hợp

**Cách giải**

$$y' = (\sin^2 x)' = 2 \sin x \cdot \cos x = \sin 2x$$

**Đáp án B**

**Câu 8: (NB)** Hàm số  $y = \sqrt{2+2x^2}$  có đạo hàm  $y' = \frac{a+bx}{\sqrt{2+2x^2}}$ . Khi đó  $S = a-2b$  có kết quả bằng:

A.  $S = -4$ .

B.  $S = 10$ .

C.  $S = -6$ .

D.  $S = 8$ .

**Phương pháp**

Sử dụng công thức đạo hàm của hàm hợp

**Cách giải**

$$y' = (\sqrt{2+2x^2})' = \frac{(2+2x^2)'}{2\sqrt{2+2x^2}} = \frac{4x}{2\sqrt{2+2x^2}} = \frac{2x}{\sqrt{2+2x^2}}$$

$$\Rightarrow a = 0, b = 2$$

$$\Rightarrow S = a - 2b = -4$$

**Đáp án A**

**Câu 9: (TH)** Hàm số  $y = \frac{x^2+x}{x-1}$  có đạo hàm  $y' = \frac{ax^2+bx+c}{(x-1)^2}$ . Khi đó  $S = a+b+c$  có kết quả là

A. 1

B. -2

C. 5

D. 2

**Phương pháp**

Sử dụng công thức đạo hàm của hàm hợp

**Cách giải**

$$y' = \left( \frac{x^2+x}{x-1} \right)' = \frac{(x^2+x)'(x-1) - (x^2+x)(x-1)'}{(x-1)^2} = \frac{(2x+1)(x-1) - (x^2+x)}{(x-1)^2} = \frac{x^2-2x-1}{(x-1)^2}$$

$$\Rightarrow a = 1; b = -2; c = -1$$

$$\Rightarrow S = a + b + c = -2$$

**Đáp án B**

**Câu 10: (NB)** Một chất điểm chuyển động có phương trình  $s(t) = t^2 + 1$  ( $t$  tính bằng giây,  $s$  tính bằng mét). Vận tốc tức thời của chất điểm tại thời điểm  $t = 3s$  bằng

A.  $1m/s$ .

- B.  $6m/s$ .
- C.  $4m/s$ .
- D.  $0m/s$ .

**Phương pháp**

Phương trình vận tốc của chất điểm:  $v(t) = s'(t)$

**Cách giải**

$$s'(t) = (t^2 + 1)' = 2t$$

Vận tốc tức thời của chất điểm tại thời điểm  $t = 3s$  bằng  $v(3) = 2.3 = 6(m/s)$

**Đáp án B**

**Câu 11: (TH)** Hai người cùng bắn vào 1 bia. Người thứ nhất có xác suất bắn trúng là 60%, xác suất bắn trúng của người thứ 2 là 70%. Xác suất để cả hai người cùng bắn trật bằng

- A. 0,56.
- B. 0,21.
- C. 0,42.
- D. 0,48.

**Phương pháp**

Sử dụng quy tắc nhân xác suất  $P(AB) = P(A).P(B)$

**Cách giải**

Gọi A là biến cố “người thứ nhất bắn trúng”

B là biến cố “người thứ hai bắn trúng”

AB là biến cố “cả hai người đều bắn trúng”

Suy ra  $P(A) = 0,6; P(B) = 0,7$

Ta có:  $P(AB) = 0,6.0,7 = 0,42$

**Đáp án C**

**Câu 12: (TH)** Hàm số  $y = x^5$  có đạo hàm là:

- A.  $y' = 5x^6$
- B.  $y' = 4x^5$
- C.  $y' = 5x$
- D.  $y' = 5x^4$

**Phương pháp**

Sử dụng công thức đạo hàm của hàm hợp

**Cách giải**

$$y' = (x^5)' = 5x^4$$

**Đáp án D**

**Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1:** Cho mẫu số liệu về thời gian (phút) đi từ nhà đến trường của một số học sinh như sau:

Thời gian	[15; 20)	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)	[40; 45)	[45; 50)
Số học sinh	7	12	5	7	3	5	1

a) Cỡ mẫu của mẫu số liệu = 40

b) Một của mẫu số liệu thuộc nhóm  $[20; 25)$

c) Một của mẫu số liệu thuộc nhóm  $[30; 35)$

d) Một của mẫu số liệu là  $M_0 = 22,08$

### Phương pháp

Sử dụng công thức tính Một

### Cách giải

Tần số lớn nhất là 12 nên nhóm chứa một là nhóm  $[20; 25)$ . Ta có  $j = 2$ ,  $a_2 = 20$ ,  $m_2 = 12$ ,  $m_1 = 7$ ,  $m_3 = 5$ ,  $h = 25 - 20 = 5$

Khi đó

$$M_0 = a_2 + \frac{m_2 - m_1}{(m_2 - m_1) + (m_2 - m_3)} \cdot h = 20 + \frac{12 - 7}{(12 - 7) + (12 - 5)} \cdot 5 = \frac{265}{12} \approx 22,08$$

Vậy  $M_0 \approx 22,08$ .

### Đáp án:

a) Đúng

b) Đúng

c) Sai

d) Đúng

**Câu 2:** Cho hàm số có đồ thị (C):  $y = f(x) = \frac{x+1}{3x}$  (C)

a) Phương trình tiếp tuyến của (C) tại giao điểm của (C) với trục Oy là:  $y = 9x - 2$

b) Phương trình tiếp tuyến của (C) tại giao điểm của (C) với trục Ox là  $y = -\frac{1}{3}x - \frac{1}{3}$

c) Phương trình tiếp tuyến của (C) tại giao điểm của (C) với đường thẳng  $y = x + 1$  là:

$$y = -3x + \frac{7}{3}$$

d) Phương trình tiếp tuyến của (C) biết hệ số góc của tiếp tuyến  $k = -\frac{1}{3}$  là  $y = -\frac{1}{3}x + 1$  và  $y = -\frac{1}{3}x - \frac{1}{3}$

### Phương pháp

Bước 1: Gọi  $M(x_0; f(x_0))$  là tọa độ tiếp điểm của tiếp tuyến của (C) thì  $f'(x_0) = k$

Bước 2: Giải phương trình  $f'(x_0) = k$  với ẩn là  $x_0$ .

Bước 3: Phương trình tiếp tuyến của (C) có dạng  $y = k(x - x_0) + f(x_0)$ .

### Cách giải

$$y' = f'(x) = \left( \frac{x+1}{3x} \right)' = \frac{-1}{3x^2}$$

### Đáp án

a) Vì (C) không cắt Oy nên không tồn tại tiếp tuyến thỏa mãn yêu cầu bài toán

b) Tọa độ giao điểm của (C) với trục Ox là:  $(-1; 0)$

Suy ra phương trình tiếp tuyến tại giao điểm (C) với trục Ox là:

$$y = y'(-1)(x+1) + 0 \Leftrightarrow y = -\frac{1}{3}x - \frac{1}{3}$$

c) Tọa độ giao điểm của (C) với đường thẳng  $y = x + 1$  là nghiệm của phương trình :

$$\frac{x+1}{3x} = x+1 \Leftrightarrow 3x^2 + 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \Rightarrow y = 0 \\ x = \frac{1}{3} \Rightarrow y = \frac{4}{3} \end{cases}$$

Phương trình tiếp tuyến tại điểm  $(-1; 0)$  là  $y = y'(-1)(x+1) + 0 \Leftrightarrow y = -\frac{1}{3}x - \frac{1}{3}$

Phương trình tiếp tuyến tại điểm  $(\frac{1}{3}; \frac{4}{3})$  là  $y = y'(\frac{1}{3})(x - \frac{1}{3}) + \frac{4}{3} \Leftrightarrow y = -3x + \frac{7}{3}$

d) Gọi  $M(a; b)$  là tiếp điểm của tiếp tuyến của đồ thị  $(C)$  với hệ số góc  $k = -\frac{1}{3}$

$$\Rightarrow y'(a) = -\frac{1}{3} \Leftrightarrow -\frac{1}{3a^2} = -\frac{1}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \Rightarrow b = \frac{2}{3} \\ a = -1 \Rightarrow b = 0 \end{cases}$$

Suy ra phương trình tiếp tuyến với hệ số góc  $k = -\frac{1}{3}$  là  $y = -\frac{1}{3}(x-1) + \frac{2}{3} \Leftrightarrow y = -\frac{1}{3}x + 1$  và  $y = -\frac{1}{3}x - \frac{1}{3}$

**Đáp án**

- e) Sai
- f) Đúng
- g) Sai
- h) Đúng

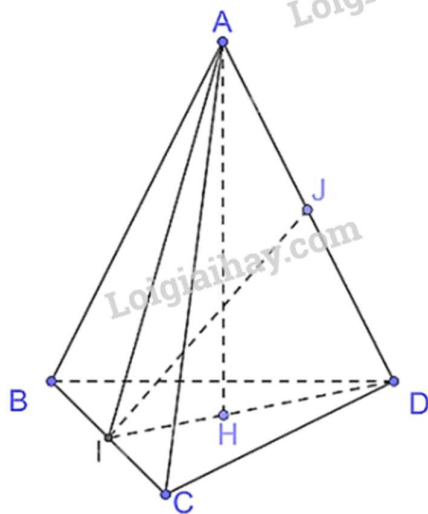
**Câu 3:** Cho tứ diện ABCD có tam giác ABC cân tại A, tam giác BCD cân tại D. Gọi I là trung điểm của cạnh BC. AH, IJ là đường cao tam giác AID.

- a)  $BC \perp (AID)$
- b)  $AH \perp (BCD)$
- c) IJ là đường vuông góc chung của AD và BC
- d) H là trọng tâm tam giác BCD

**Phương pháp**

Sử dụng định lý đường thẳng vuông góc với mặt phẳng

**Cách giải**



- a) Vì tam giác ABC cân tại A, AI là trung tuyến nên AI đồng thời là đường cao hay  $AI \perp BC$ . Vì tam giác BCD cân tại D, DI là trung tuyến nên DI đồng thời là đường cao hay  $DI \perp BC$ . Có  $AI \perp BC$  và  $DI \perp BC$  nên  $BC \perp (AID)$ .

b) Do AH là đường cao của tam giác AID nên  $AH \perp DI$ .

Vì  $BC \perp (AID)$  nên  $BC \perp AH$  mà  $AH \perp DI$  nên  $AH \perp (BCD)$ .

c) Vì  $BC \perp (AID)$  nên  $BC \perp IJ$ , mà IJ là đường cao của tam giác AID nên  $IJ \perp AD$ . Do đó IJ là đường vuông góc chung của AD và BC.

d) Tam giác BCD cân nên H không là trọng tâm tam giác BCD

**Đáp án**

a) Đúng

b) Đúng

c) Đúng

d) Sai

**Câu 4:** Trong đợt kiểm tra cuối học kì II lớp 11 của các trường trung học phổ thông, thống kê cho thấy có 93% học sinh tỉnh X đạt yêu cầu; 87% học sinh tỉnh Y đạt yêu cầu. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của tỉnh X và một học sinh của tỉnh Y. Giả thiết rằng chất lượng học tập của hai tỉnh là độc lập.

a) Xác suất để cả hai học sinh được chọn đều đạt yêu cầu là 0,7809

b) Xác suất để cả hai học sinh được chọn đều không đạt yêu cầu là 0,0091

c) Xác suất để chỉ có đúng một học sinh được chọn đạt yêu cầu là 0,1818

d) Xác suất để có ít nhất một trong hai học sinh được chọn đạt yêu cầu là 0,9909

**Phương pháp**

Sử dụng công thức nhân xác suất cho hai biến cố độc lập.

**Cách giải**

Xác suất để học sinh tỉnh X không đạt yêu cầu là  $100\% - 93\% = 7\% = 0,07$

Xác suất để học sinh tỉnh Y không đạt yêu cầu là  $100\% - 87\% = 13\% = 0,13$

Gọi A là biến cố: “Học sinh tỉnh X đạt yêu cầu”

B là biến cố: “Học sinh tỉnh Y đạt yêu cầu”

Khi đó ta có:  $P(A) = 0,93; P(B) = 0,87; P(\bar{A}) = 0,07; P(\bar{B}) = 0,13$

a) Xác suất để cả hai học sinh được chọn đều đạt yêu cầu là:

$$P(AB) = P(A).P(B) = 0,93.0,87 = 0,8091$$

b) Xác suất để cả hai học sinh được chọn đều không đạt yêu cầu là

$$P(\bar{A}\bar{B}) = P(\bar{A}).P(\bar{B}) = 0,07.0,13 = 0,0091$$

c) Xác suất để chỉ có đúng một học sinh được chọn đạt yêu cầu là:

$$P(\bar{A}B) + P(A\bar{B}) = 0,93.0,13 + 0,07.0,87 = 0,1818$$

d) Xác suất để có ít nhất một trong hai học sinh được chọn đạt yêu cầu là:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = 0,93 + 0,87 - 0,8091 = 0,9909$$

**Đáp án**

a) Sai

b) Đúng

c) Đúng

d) Đúng

**Phần III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6

**Câu 1.** Tính giới hạn:  $I = \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 + 5x + 6}$

**Phương pháp**

Sử dụng phương pháp phân tích thành nhân tử

**Cách giải**

$$I = \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 + 5x + 6} = \lim_{x \rightarrow -3} \frac{(x+3)(x-1)}{(x+3)(x+2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x-1}{x+2} = 4$$

**Đáp án**

4

**Câu 2.** Cho hàm số :  $a.y = 5x^4 - 3x^3 + 6x - \sqrt{7}$ . Tính  $f'(0)$ .

**Phương pháp**

Sử dụng công thức tính đạo hàm của hàm hợp

**Cách giải**

$$y' = 20x^3 - 9x^2 + 6$$

$$y'(0) = 6$$

**Đáp án**

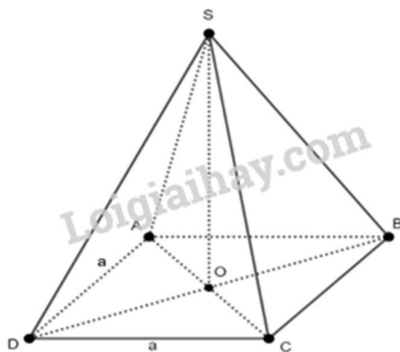
6

**Câu 3.** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có tất cả các cạnh bằng  $a$ . Tính khoảng cách từ đỉnh  $S$  đến mặt phẳng  $(ABCD)$ .

**Phương pháp**

$$d(S, (ABCD)) = SO$$

**Cách giải**



Gọi  $O$  là tâm của hình vuông  $ABCD$ . Suy ra  $SO \perp (ABCD)$  hay  $SO \perp BD$

Xét hình vuông  $ABCD$  cạnh  $a$ , ta có  $AD = AB = a$ .

$$\text{Suy ra } BD = a\sqrt{2} \text{ (đường chéo hình vuông)} \Rightarrow OD = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

Xét tam giác vuông  $SDO$  vuông tại  $O$ , áp dụng định lý Pitago ta có:

$$SD^2 = SO^2 + OD^2 \Rightarrow SO^2 = SD^2 - OD^2 = a^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{a^2}{2} \Rightarrow SO = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{Vậy } d(S, (ABCD)) = SO = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

**Đáp án**

$$\frac{a\sqrt{2}}{2}$$

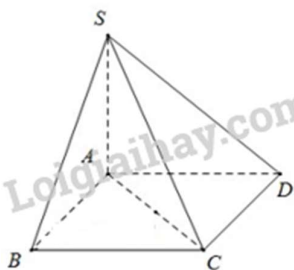


**Câu 4.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh  $a$ . Cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$  và  $SA = a\sqrt{2}$ . Góc giữa đường thẳng  $SC$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  bằng

**Phương pháp**

Sử dụng phương pháp xác định góc giữa đường thẳng và mặt phẳng

**Cách giải**



$$\left(\widehat{SC, (ABCD)}\right) = \left(\widehat{SC, AC}\right) = \widehat{SCA}$$

Tam giác  $SAC$  có  $SA \perp AC, SA = AC = a\sqrt{2}$  Suy ra  $\widehat{SCA} = 45^\circ$ .

**Đáp án**

$45^\circ$

**Câu 5.** Cho hàm số  $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$  với  $a, b, c \in \mathbb{R}$ . Biết rằng đồ thị hàm số đi qua hai điểm  $A(1; -3)$  và  $B(2; 3)$ , đồng thời tiếp tuyến của đồ thị tại điểm có hoành độ bằng  $-1$  có hệ số góc bằng 2. Tính tổng  $S = a + b + c$ .

**Phương pháp**

Viết phương trình hàm số biết đồ thị hàm số đi qua A và B; đồng thời là tiếp tuyến có hoành độ bằng -1 có hệ số góc bằng 2.

Từ đó lập hệ phương trình 3 ẩn tương ứng

**Cách giải**

Đồ thị hàm số đi qua điểm  $A(1; -3)$  nên  $-3 = a + b + c$  (1)

Đồ thị hàm số đi qua điểm  $B(2; 3)$  nên  $16a + 4b + c = 3$  (2)

Tiếp tuyến của đồ thị tại điểm có hoành độ bằng  $-1$  có hệ số góc bằng 2 nên  $f'(-1) = 2 \Leftrightarrow -4a - 2b = -2 \Leftrightarrow 2a + b = 1$  (3)

Từ (1), (2), (3) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} a + b + c = -3 \\ 16a + 4b + c = 3 \\ 2a + b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -3 \\ c = -1 \end{cases}$$

Vậy  $S = 3$ .

**Đáp án**

3

**Câu 6.** Cho hàm số  $y = \frac{x-2}{x+3}$  có đồ thị  $(C)$ . Tìm điểm  $M$  trên đồ thị  $(C)$  sao cho tiếp tuyến của  $(C)$  tại  $M$  tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng  $\frac{18}{5}$ .

**Phương pháp**

Gọi tọa độ điểm  $M$  thuộc  $(C)$ . Lập phương trình tính diện tích tam giác

**Cách giải**

Tập xác định  $D = \mathbb{R} \setminus \{-3\}$

Gọi  $M\left(a; \frac{a-2}{a+3}\right) \in (C)$ .

$$y' = \frac{5}{(x+3)^2}$$

Phương trình tiếp tuyến của  $(C)$  tại  $M$ :  $y = \frac{5}{(a+3)^2}(x-a) + \frac{a-2}{a+3}$  ( $\Delta$ )

$$A = Ox \cap \Delta \Rightarrow A\left(\frac{-a^2 + 4a + 6}{5}; 0\right)$$

$$B = Oy \cap \Delta \Rightarrow B\left(0; \frac{a^2 - 4a - 6}{(a+3)^2}\right)$$

$$S_{OAB} = \frac{1}{2} OA \cdot OB \Leftrightarrow \frac{1}{2} \left| \frac{-a^2 + 4a + 6}{5} \right| \cdot \left| \frac{a^2 - 4a - 6}{(a+3)^2} \right| = \frac{18}{5}$$

$$\Leftrightarrow (a^2 - 4a - 6)^2 = 36(a+3)^2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2 - 10a - 24 = 0 \\ a^2 + 2a + 12 = 0 : vn \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 12 \\ a = -2 \end{cases}$$

Vậy  $M\left(12; \frac{2}{3}\right)$  hoặc  $M(-2; -4)$ .

**Đáp án**

$M\left(12; \frac{2}{3}\right)$  hoặc  $M(-2; -4)$ .