

ĐỀ THI HỌC KÌ II – Đề số 5

Môn: Toán - Lớp 11

Bộ sách Cánh diều

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Mục tiêu

- Ôn tập các kiến thức học kì 2 của chương trình sách giáo khoa Toán 11 – Cánh diều .
- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm và tự luận Toán học.
- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dàn trải các kiến thức học kì 2 – chương trình Toán 11.

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: (NB) Cho các số thực a, b, α ($a > 0; b > 0$). Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $(ab)^\alpha = a^\alpha \cdot b^\alpha$

B. $(a-b)^\alpha = a^\alpha - b^\alpha$

C. $\left(\frac{a}{b}\right)^\alpha = \frac{a^\alpha}{b^{-\alpha}}$

D. $(a+b)^\alpha = a^\alpha + b^\alpha$

Câu 2: (TH) Cho $\log_a b = 3$ và $\log_a c = 2$. Tính $P = \log_a (bc^2)$

A. $y = \left(\frac{3}{\pi}\right)^x$.

B. $y = \left(\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{3}\right)^x$.

C. $y = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^x$.

D. $y = \left(\frac{\pi}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}\right)^x$.

Câu 3: (TH) Cho hàm số $f(x) = \ln(x^2 - 2x + 4)$. Tìm các giá trị của x để $f'(x) > 0$.

A. $x \neq 1$

B. $x > 0$

C. $x > 1$

D. $\forall x$

Câu 4: (NB) Cho A, B là hai biến cố xung khắc. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

B. $P(A \cup B) = P(A) \cdot P(B)$.

C. $P(A \cup B) = P(A) - P(B)$.

D. $P(A \cap B) = P(A) + P(B)$.

Câu 5: (TH) Gieo một con xúc xắc có sáu mặt, các mặt 1, 2, 3, 4 được sơn đỏ, mặt 5, 6 sơn xanh. Gọi A là biến cố được mặt số lẻ, B là biến cố được mặt sơn màu đỏ. Xác suất của $A \cap B$ là:

A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{1}{4}$.

C. $\frac{2}{3}$.

D. $\frac{3}{4}$.

Câu 6: (NB) Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị (C) và đạo hàm $f'(2) = 6$. Hệ số góc của tiếp tuyến của (C) tại điểm $M(2; f(2))$ bằng

A. 2

B. 3

C. 6

D. 12

Câu 7: (TH) Cho hàm số $f(x) = (x+1)^3$. Giá trị của $f''(1)$ bằng

A. 12

B. 6

C. 24

D. 4

Câu 8: (NB) Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình chữ nhật và $SA \perp (ABCD)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $BC \perp (SAD)$.

B. $AB \perp (SAD)$.

C. $AC \perp (SAD)$.

D. $BD \perp (SAD)$.

Câu 9: (TH) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

A. 45° .

B. 90° .

C. 30° .

D. 60° .

Câu 10: (TH) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $SA \perp (ABCD)$, $AB = a$ và $SB = \sqrt{2}a$. Khoảng cách từ điểm S đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

A. a .

B. $\sqrt{2}a$.

C. 2a.

D. $\sqrt{3}a$.

Câu 11: (TH) Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật tâm I, cạnh bên SA vuông góc với đáy. H,K lần lượt là hình chiếu của A lên SC, SD. Kí hiệu $d(A, (SCD))$ là khoảng cách giữa điểm A và mặt phẳng (SCD). Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. $d(A, (SCD)) = AC$.

B. $d(A, (SCD)) = AK$.

C. $d(A, (SCD)) = AH$.

D. $d(A, (SCD)) = AD$.

Câu 12: (TH) Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật tâm I, cạnh bên SA vuông góc với đáy. H,K lần lượt là hình chiếu của A lên SC, SD. Khẳng định nào sau đây đúng

A. $BD \perp (SAC)$

B. $AK \perp (SCD)$

C. $BC \perp (SAC)$

D. $AH \perp (SCD)$

Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Một chất điểm chuyển động có phương trình chuyển động là $s = s(t) = t^2 - 2t$ (t được tính bằng giây, s được tính bằng mét)

a) Đạo hàm của hàm số $s(t)$ tại thời điểm t_0 là: $2t_0 - 2$

b) Vận tốc tức thời của chuyển động tại thời điểm $t = 5$ là $8(m/s)$

c) Vận tốc tức thời của chuyển động tại thời điểm $t = 10$ là $16(m/s)$

d) Vận tốc trung bình của chất điểm trong khoảng thời gian từ $t = 0$ tới $t = 3s$ là $5(m/s)$

Câu 2: Cho hàm số có đồ thị (C): $y = f(x) = x^2 + x + 1$ (C)

a) Không tồn tại phương trình tiếp tuyến của (C) tại giao điểm của (C) với trục Ox

b) Phương trình tiếp tuyến của (C) tại giao điểm của (C) với trục Oy là $y = x + 1$

c) Phương trình tiếp tuyến của (C) tại giao điểm của (C) tại giao điểm của (C) với đường thẳng $y = x + 1$ là:

$$y = -3x + \frac{7}{3}$$

d) Phương trình tiếp tuyến của (C) biết hệ số góc của tiếp tuyến $k = 3$ là $y = -3x - 3$

Câu 3: Cho lăng trụ tứ giác $ABCD.A'B'C'D'$. Có đáy là hình vuông và cạnh bên bằng $2a$. Hình chiếu của A' trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm của cạnh AD , đường thẳng $A'C$ hợp với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc 45° .

a) $A'H \perp AC$

b) $A'H \perp (BB'C'C)$

c) $(A'C, (ABCD)) = \widehat{A'CH}$

d) Thể tích khối lăng trụ bằng $4a^3\sqrt{5}$

Câu 4: Một chiếc máy có hai động cơ I và II hoạt động độc lập với nhau. Xác suất để động cơ I và động cơ II chạy tốt lần lượt là 0,8 và 0,7.

- a) Xác suất để cả hai động cơ đều chạy tốt là 0,56
 b) Xác suất để cả hai động cơ đều chạy không tốt là 0,06
 c) Xác suất để có ít nhất một động cơ chạy tốt là 0,06
 d) Xác suất để chỉ có 1 động cơ chạy tốt 0,3

Phần III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6

Câu 1. Một chất điểm chuyển động có phương trình $s(t) = t^3 - 3t^2 - 9t$ (t tính bằng giây, s tính bằng mét).

Tính gia tốc tức thời tại thời điểm $t = 3s$?

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - x + 3}{x + 1}$, biết $y' = \frac{ax^2 + bx + c}{(x + 1)^2}$. Tính $a + b + c$.

Câu 3. Trong một hội thao, thời gian chạy 200 m của một nhóm các vận động viên được ghi lại trong bảng sau:

Thời gian (giây)	[21; 21,5)	[21,5; 22)	[22; 22,5)	[22,5; 23)	[23; 23,5)
Số vận động viên	5	12	32	45	30

Dựa vào bảng số liệu trên, ban tổ chức muốn chọn ra khoảng 50% số vận động viên chạy nhanh nhất để tiếp tục thi vòng 2. Ban tổ chức nên chọn các vận động viên có thời gian chạy không quá bao nhiêu giây?

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AD = 2a, AB = 3a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy, $SA = 2a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SD bằng

Câu 5. Cho hàm số $f(x) = x(x-1)(x-2)\dots(x-1000)$. Tính $f'(0)$.

Câu 6. Tính diện tích của tam giác tạo bởi các trục tọa độ với tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{2a^2}{x}$ (a là hằng số khác 0).

----- Hết -----



HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT
THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

PHẦN I.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,25 điểm**)

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	A	A	C	A	B	C	A	B	A	A	A	B

PHẦN II.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là **1 điểm**

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được **0,1** điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được **0,25** điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được **0,50** điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 04 ý trong 1 câu hỏi được **1** điểm.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a) Đúng	a) Đúng	a) Đúng	a) Đúng
b) Đúng	b) Đúng	b) Sai	b) Đúng
c) Sai	c) Sai	c) Đúng	c) Sai
d) Sai	d) Đúng	d) Đúng	d) Sai

PHẦN III.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,5 điểm**)

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	12	-1	22,6	$a\sqrt{2}$	1000!	$4a^2$

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: (NB) Cho các số thực $a, b, \alpha (a > 0; b > 0)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $(ab)^\alpha = a^\alpha \cdot b^\alpha$

B. $(a-b)^\alpha = a^\alpha - b^\alpha$

C. $\left(\frac{a}{b}\right)^\alpha = \frac{a^\alpha}{b^{-\alpha}}$

D. $(a+b)^\alpha = a^\alpha + b^\alpha$

Phương pháp

Sử dụng công thức tính lũy thừa

Cách giải

$$(ab)^\alpha = a^\alpha \cdot b^\alpha$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^\alpha = \frac{a^\alpha}{b^\alpha}$$

Đáp án A

Câu 2: (TH) Cho $\log_a b = 3$ và $\log_a c = 2$. Tính $P = \log_a (bc^2)$

A. 7.

B. 4.

C. -1.

D. 0.

Phương pháp

Sử dụng công thức logarit

Cách giải

$$P = \log_a (bc^2) = \log_a b + \log_a c^2 = \log_a b + 2\log_a c = 3 + 2 \cdot 2 = 7$$

Đáp án A

Câu 3: (TH) Cho hàm số $f(x) = \ln(x^2 - 2x + 4)$. Tìm các giá trị của x để $f'(x) > 0$.

A. $x \neq 1$

B. $x > 0$

C. $x > 1$

D. $\forall x$

Phương pháp

Sử dụng công thức tính đạo hàm của hàm hợp

Cách giải

$$f'(x) = \left[\ln(x^2 - 2x + 4) \right]' = \frac{(x^2 - 2x + 4)'}{x^2 - 2x + 4} = \frac{2x - 2}{x^2 - 2x + 4}$$

$$f'(x) > 0 \Leftrightarrow \frac{2x - 2}{x^2 - 2x + 4} > 0 \Leftrightarrow 2x - 2 > 0 \Leftrightarrow x > 1$$

Đáp án C

Câu 4: (NB) Cho A, B là hai biến cố xung khắc. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

B. $P(A \cup B) = P(A) \cdot P(B)$.

C. $P(A \cup B) = P(A) - P(B)$.

D. $P(A \cap B) = P(A) + P(B)$.

Phương pháp

Sử dụng công thức cộng xác suất

Cách giải

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Đáp án A

Câu 5: (TH) Gieo một con xúc xắc có sáu mặt, các mặt 1, 2, 3, 4 được sơn đỏ, mặt 5, 6 sơn xanh. Gọi A là biến cố được mặt số lẻ, B là biến cố được mặt sơn màu đỏ. Xác suất của $A \cap B$ là:

A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{1}{4}$.

C. $\frac{2}{3}$.

D. $\frac{3}{4}$.

Phương pháp

Sử dụng quy tắc xác suất

Cách giải

Biến cố $A \cap B$ là: "Gieo được mặt xuất hiện số lẻ và sơn đỏ" $\Rightarrow n(A \cap B) = 2$

Vậy xác suất cần tính là $P(A \cap B) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

Đáp án B

Câu 6: (NB) Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị (C) và đạo hàm $f'(2) = 6$. Hệ số góc của tiếp tuyến của (C) tại điểm $M(2; f(2))$ bằng

A. 2

B. 3

C. 6

D. 12

Phương pháp

Đạo hàm của hàm số $y = f(x)$ tại điểm x_0 là hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị (C) của hàm số tại điểm $M_0(x_0; f(x_0))$

Khi đó phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm M_0 là: $y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$

Cách giải

Hệ số góc của tiếp tuyến của (C) tại điểm $M(2; f(2))$ là $f'(2) = 6$.

Đáp án C

Câu 7: (TH) Cho hàm số $f(x) = (x+1)^3$. Giá trị của $f''(1)$ bằng

A. 12

B. 6

C. 24

D. 4

Phương pháp

Sử dụng công thức tính đạo hàm của hàm hợp

Cách giải

$$f'(x) = [(x+1)^3]' = 3(x+1)'(x+1)^2 = 3(x+1)^2$$

$$f''(x) = [3(x+1)^2]' = 6(x+1)'(x+1) = 6(x+1)$$

$$f''(1) = 12$$

Đáp án A

Câu 8: (NB) Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình chữ nhật và $SA \perp (ABCD)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $BC \perp (SAD)$.

B. $AB \perp (SAD)$.

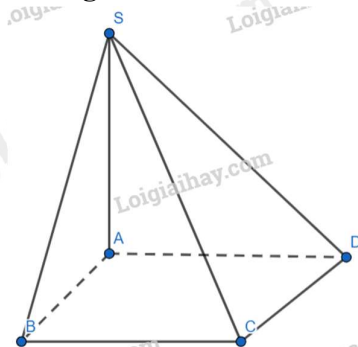
C. $AC \perp (SAD)$.

D. $BD \perp (SAD)$.

Phương pháp

Sử dụng định lý đường thẳng vuông góc với mặt phẳng

Cách giải



$$a) \begin{cases} BC \parallel AD \\ BC \not\subset (SAD), AD \subset (SAD) \end{cases} \Rightarrow BC \parallel (SAD)$$

$$b) \begin{cases} AB \perp AD \\ AB \perp SA \\ AD, SA \subset (SAD) \\ AD \cap SA \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SAD)$$

Đáp án B

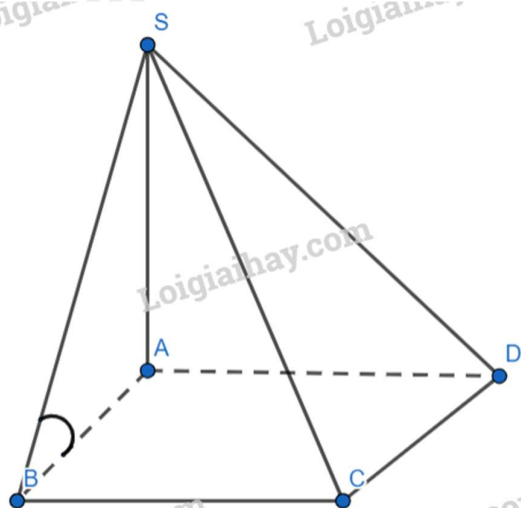
Câu 9: (TH) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

- A. 45° .
- B. 90° .
- C. 30° .
- D. 60° .

Phương pháp

Sử dụng phương pháp xác định góc giữa đường thẳng và mặt phẳng

Cách giải



Do $SA \perp (ABCD)$

Nên AB là hình chiếu của SA lên mp(ABCD)

Ta có: $(SB, (ABCD)) = (SB, AB)$

Xét tam giác SAB vuông tại A ta có:

$$(SB, AB) = \widehat{SBA}$$

$$\tan \widehat{SBA} = \frac{SA}{AB} = \frac{a}{a} = 1 \Rightarrow \widehat{SBA} = 45^\circ$$

Đáp án A

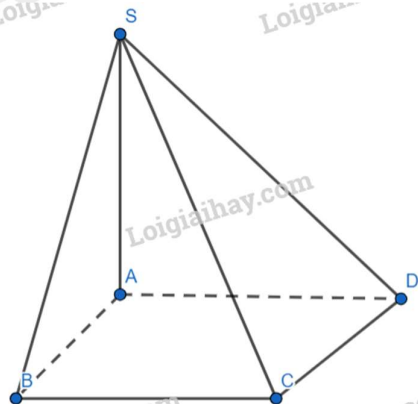
Câu 10: (TH) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $SA \perp (ABCD)$, $AB = a$ và $SB = \sqrt{2}a$. Khoảng cách từ điểm S đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

- A. a .
- B. $\sqrt{2}a$.
- C. $2a$.
- D. $\sqrt{3}a$.

Phương pháp

Sử dụng công thức tính khoảng cách từ điểm đến mặt phẳng

Cách giải



Do $SA \perp (ABCD) \Rightarrow d(S, (ABCD)) = SA$

Tam giác SAB vuông tại A nên $SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = a$

Đáp án A

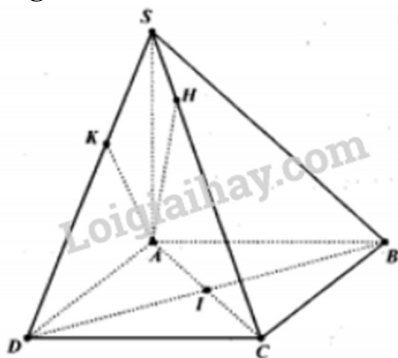
Câu 11: (TH) Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật tâm I, cạnh bên SA vuông góc với đáy. H,K lần lượt là hình chiếu của A lên SC, SD. Kí hiệu $d(A, (SCD))$ là khoảng cách giữa điểm A và mặt phẳng (SCD). Khẳng định nào sau đây đúng ?

- A. $d(A, (SCD)) = AC$.
- B. $d(A, (SCD)) = AK$.
- C. $d(A, (SCD)) = AH$.
- D. $d(A, (SCD)) = AD$.

Phương pháp

Sử dụng công thức tính khoảng cách từ điểm đến mặt phẳng

Cách giải



Ta có:

$$\begin{cases} DC \perp AD \\ DC \perp SA \\ AD, SA \subset (SAD) \\ AD \cap SA \end{cases} \Rightarrow DC \perp (SAD) \Rightarrow DC \perp AK$$

$$\begin{cases} AK \perp SD \\ AK \perp DC \\ SD, DC \subset (SDC) \\ SD \cap DC \end{cases} \Rightarrow AK \perp (SDC) \Rightarrow d(A, (SCD)) = AK$$

Đáp án A

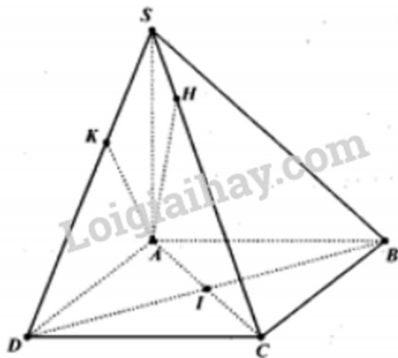
Câu 12: (TH) Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật tâm I, cạnh bên SA vuông góc với đáy. H,K lần lượt là hình chiếu của A lên SC, SD. Khẳng định nào sau đây đúng

- A. $BD \perp (SAC)$
- B. $AK \perp (SCD)$
- C. $BC \perp (SAC)$
- D. $AH \perp (SCD)$

Phương pháp

Sử dụng định lý đường thẳng vuông góc với mặt phẳng

Cách giải



$$\begin{cases} DC \perp AD \\ DC \perp SA \\ AD, SA \subset (SAD) \\ AD \cap SA \end{cases} \Rightarrow DC \perp (SAD) \Rightarrow DC \perp AK$$

$$\begin{cases} AK \perp SD \\ AK \perp DC \\ SD, DC \subset (SDC) \\ SD \cap DC \end{cases} \Rightarrow AK \perp (SDC)$$

Đáp án B

Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Một chất điểm chuyển động có phương trình chuyển động là $s = s(t) = t^2 - 2t$ (t được tính bằng giây, s được tính bằng mét)

- a) Đạo hàm của hàm số $s(t)$ tại thời điểm t_0 là: $2t_0 - 2$
 b) Vận tốc tức thời của chuyển động tại thời điểm $t = 5$ là $8(m/s)$
 c) Vận tốc tức thời của chuyển động tại thời điểm $t = 10$ là $16(m/s)$
 d) Vận tốc trung bình của chất điểm trong khoảng thời gian từ $t = 0$ tới $t = 3s$ là $5(m/s)$

Phương pháp

Phương trình vận tốc của chất điểm: $v(t) = s'(t)$

Phương trình gia tốc của chất điểm: $a(t) = v'(t)$

Cách giải

a) Đạo hàm của hàm số $s(t)$ tại thời điểm t_0

Ta có:

$$f'(t_0) = \lim_{t \rightarrow t_0} \frac{f(t) - f(t_0)}{t - t_0} = \lim_{t \rightarrow t_0} \left(\frac{t^2 - 2t - (t_0^2 - 2t_0)}{t - t_0} \right)$$

$$= \lim_{t \rightarrow t_0} \left(\frac{(t - t_0)(t + t_0 - 2)}{t - t_0} \right) = \lim_{t \rightarrow t_0} (t + t_0 - 2) = 2t_0 - 2$$

b) Phương trình vận tốc của chất điểm là: $v(t) = s' = s'(t) = 2t - 2$

Vận tốc tức thời của chuyển động tại thời điểm $t = 5$ (s) là: $v(5) = 2 \cdot 5 - 2 = 8(m.s)$

c) Vận tốc tức thời của chuyển động tại thời điểm $t = 10$ là $v(10) = 2 \cdot 10 - 2 = 18(m/s)$

d) Trong khoảng thời gian từ $t = 0$ tới $t = 3s$ thì chất điểm di chuyển được quãng đường: $3^2 - 2 \cdot 3 = 3(m)$

Suy ra vận tốc trung bình của chất điểm trong khoảng thời gian 3s kể từ thời điểm $t = 0$ là:

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{3 - 0}{3 - 0} = 1(m/s)$$

Đáp án:

a) **Đúng**

b) **Đúng**

c) **Sai**

d) **Sai**

Câu 2: Cho hàm số có đồ thị (C): $y = f(x) = x^2 + x + 1$ (C)

a) Không tồn tại phương trình tiếp tuyến của (C) tại giao điểm của (C) với trục Ox

b) Phương trình tiếp tuyến của (C) tại giao điểm của (C) với trục Oy là $y = x + 1$

c) Phương trình tiếp tuyến của (C) tại giao điểm của (C) tại giao điểm của (C) với đường thẳng $y = x + 1$ là:

$$y = -3x + \frac{7}{3}$$

d) Phương trình tiếp tuyến của (C) biết hệ số góc của tiếp tuyến $k = 3$ là $y = -3x - 3$

Phương pháp

Bước 1: Gọi $M(x_0; f(x_0))$ là tọa độ tiếp điểm của tiếp tuyến của (C) thì $f'(x_0) = k$

Bước 2: Giải phương trình $f'(x_0) = k$ với ẩn là x_0 .

Bước 3: Phương trình tiếp tuyến của (C) có dạng $y = k(x - x_0) + f(x_0)$.

Cách giải

$$y' = f'(x) = (x^2 + x + 1)' = 2x + 1$$

Đáp án

a) Vì (C) không cắt Ox nên không tồn tại tiếp tuyến thỏa mãn yêu cầu bài toán

b) Tọa độ giao điểm của (C) với trục Oy là: (0;1)

Suy ra phương trình tiếp tuyến tại giao điểm (C) với trục Ox là:

$$y = y'(0)(x-0) + 1 \Leftrightarrow y = x + 1$$

c) Tọa độ giao điểm của (C) với đường thẳng $y = x + 1$ là nghiệm của phương trình :

$$x^2 + x + 1 = x + 1 \Leftrightarrow x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

Phương trình tiếp tuyến tại điểm (0;1) là $y = x + 1$

d) Gọi $M(a;b)$ là tiếp điểm của tiếp tuyến của đồ thị (C) với hệ số góc $k = -3$

$$\Rightarrow y'(a) = -3 \Leftrightarrow 2a + 1 = -3 \Leftrightarrow a = -2$$

Suy ra phương trình tiếp tuyến với hệ số góc $k = -3$ là $y = -3(x+2) + 3 \Leftrightarrow y = -3x - 3$

Đáp án

e) **Đúng**

f) **Đúng**

g) **Sai**

h) **Đúng**

Câu 3: Cho lăng trụ tứ giác $ABCD.A'B'C'D'$. Có đáy là hình vuông và cạnh bên bằng $2a$. Hình chiếu của A' trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm của cạnh AD , đường thẳng $A'C$ hợp với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc 45° .

a) $A'H \perp AC$

b) $A'H \perp (BB'C'C)$

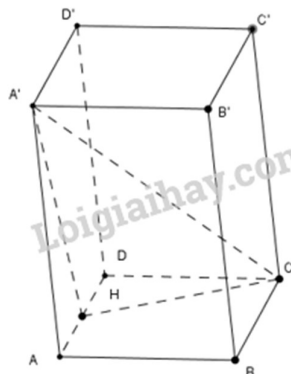
c) $(A'C, (ABCD)) = \widehat{A'CH}$

d) Thể tích khối lăng trụ bằng $4a^3\sqrt{5}$

Phương pháp

Sử dụng định lý đường thẳng vuông góc với mặt phẳng; góc giữa đường thẳng với mặt phẳng

Cách giải



a) $A'H \perp (ABCD) \Rightarrow A'H \perp AC$

b) $A'H$ không vuông góc $(BB'C'C)$

c) d) Ta có: $A'H \perp (ABCD)$

$\Rightarrow HC$ là hình chiếu của $A'C$ trên $(ABCD)$

$\Rightarrow (A'C, (ABCD)) = (A'C, HC) = \widehat{HCA'} = 45^\circ$

Áp dụng định lý Pitago cho tam giác HDC vuông tại D ta có:

$$HC = \sqrt{HD^2 + DC^2} = \sqrt{a^2 + (2a)^2} = a\sqrt{5}$$

$$\Rightarrow A'H = HC \cdot \tan 45^\circ = a\sqrt{5}$$

$$\Rightarrow V_{ABCD.A'B'C'D'} = A'H \cdot S_{ABCD} = a\sqrt{5} \cdot (2a)^2 = 4a^3\sqrt{5}.$$

Đáp án

a) Đúng

b) Sai

c) Đúng

d) Đúng

Câu 4: Một chiếc máy có hai động cơ I và II hoạt động độc lập với nhau. Xác suất để động cơ I và động cơ II chạy tốt lần lượt là 0,8 và 0,7.

a) Xác suất để cả hai động cơ đều chạy tốt là 0,56

b) Xác suất để cả hai động cơ đều chạy không tốt là 0,06

c) Xác suất để có ít nhất một động cơ chạy tốt là 0,06

d) Xác suất để chỉ có 1 động cơ chạy tốt 0,3

Phương pháp

Sử dụng công thức nhân xác suất cho hai biến cố độc lập.

Cách giải

Gọi A là biến cố động cơ I chạy tốt

B là biến cố động cơ II chạy tốt

Theo giả thiết: $P(A) = 0,8; P(B) = 0,7$

$$\Rightarrow P(\bar{A}) = 1 - 0,8 = 0,2; P(\bar{B}) = 1 - 0,7 = 0,3$$

a) Gọi X là biến cố cả 2 động cơ cùng chạy tốt

Ta có $X = A \cdot B$

Mà 2 biến cố A và B độc lập với nhau nên:

$$P(X) = P(A) \cdot P(B) = 0,8 \cdot 0,7 = 0,56$$

b) Gọi Y là biến cố cả 2 động cơ cùng không chạy tốt

Ta có: $Y = \bar{A} \cdot \bar{B}$

Mà 2 biến cố $\bar{A}; \bar{B}$ độc lập với nhau nên: $P(Y) = P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B}) = 0,2 \cdot 0,3 = 0,06$

c) Ta có biến cố: \bar{Y} là ít nhất 1 động cơ chạy tốt

$$P(\bar{Y}) = 1 - P(Y) = 1 - 0,06 = 0,94$$

d) Gọi Z là biến cố chỉ có một động cơ chạy tốt

$$P(Z) = P(A) \cdot P(\bar{B}) + P(\bar{A}) \cdot P(B) = 0,8 \cdot 0,3 + 0,2 \cdot 0,7 = 0,38$$

Đáp án

a) Đúng

b) Đúng

c) Sai

d) Sai

Phần III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6

Câu 1. Một chất điểm chuyển động có phương trình $s(t) = t^3 - 3t^2 - 9t$ (t tính bằng giây, s tính bằng mét).

Tính gia tốc tức thời tại thời điểm $t = 3s$?

Phương pháp

Phương trình vận tốc của chất điểm: $v(t) = s'(t)$

Phương trình gia tốc của chất điểm: $a(t) = v'(t)$

Cách giải

Ta có: $a(t) = v'(t) = s''(t)$

$$s(t) = t^3 - 3t^2 - 9t \Rightarrow s'(t) = 3t^2 - 6t - 9 \Rightarrow s''(t) = 6t - 6$$

Vậy gia tốc tức thời tại thời điểm $t = 3s$ là $a(3) = 6 \cdot 3 - 6 = 12m/s^2$.

Đáp án

$$12m/s^2$$

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - x + 3}{x + 1}$, biết $y' = \frac{ax^2 + bx + c}{(x + 1)^2}$. Tính $a + b + c$.

Phương pháp

Sử dụng công thức tính đạo hàm của hàm hợp

Cách giải

$$y = \frac{x^2 - x + 3}{x + 1} \Rightarrow y' = \frac{x^2 + 2x - 4}{(x + 1)^2}$$

Do đó: $a + b + c = 1 + 2 - 4 = -1$.

Đáp án

-1

Câu 3. Trong một hội thao, thời gian chạy 200 m của một nhóm các vận động viên được ghi lại trong bảng sau:

Thời gian (giây)	[21; 21,5)	[21,5; 22)	[22; 22,5)	[22,5; 23)	[23; 23,5)
Số vận động viên	5	12	32	45	30

Dựa vào bảng số liệu trên, ban tổ chức muốn chọn ra khoảng 50% số vận động viên chạy nhanh nhất để tiếp tục thi vòng 2. Ban tổ chức nên chọn các vận động viên có thời gian chạy không quá bao nhiêu giây?

Phương pháp

Sử dụng công thức tính trung vị

Cách giải

Tổng số vận động viên $n = 5 + 12 + 32 + 45 + 30 = 124$

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{124}$ lần lượt là thời gian chạy của 124 vận động viên tham gia hội thao được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có: $x_1; \dots; x_5 \in [21; 21,5)$, $x_6; \dots; x_{17} \in [21,5; 22)$, $x_{18}; \dots; x_{49} \in [22; 22,5)$, $x_{50}; \dots; x_{94} \in [22,5; 23)$, $x_{95}; \dots; x_{124} \in [23; 23,5)$.

Số trung vị của dãy số liệu là: $\frac{(x_{62} + x_{63})}{2}$

Mà $x_{62}; x_{63} \in [22,5; 23)$ do đó: $M_e = 22,5 + \frac{2}{45}(23 - 22,5) \approx 22,6$

Vậy ban tổ chức nên chọn vận động viên có thời gian chạy không quá 22,6 giây.

Đáp án

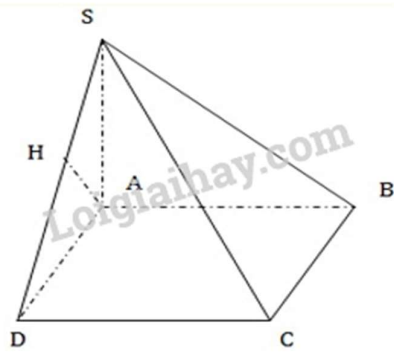
22,6

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AD = 2a$, $AB = 3a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy, $SA = 2a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SD bằng

Phương pháp

Sử dụng phương pháp xác định khoảng cách giữa hai đường thẳng

Cách giải



Từ A kẻ $AH \perp SD \Rightarrow AH$ là đường vuông góc chung

Chứng minh: Ta có $AB \perp AH$ (Do $AB \perp (SAD)$) và $AH \perp SD \Rightarrow AH$ là đường vuông góc chung

$\Rightarrow d(AB, SD) = AH$.

$$\text{Tính } AH: AH = \frac{AS \cdot AD}{\sqrt{AS^2 + AD^2}} = \frac{2a \cdot 2a}{\sqrt{(2a)^2 + (2a)^2}} = a\sqrt{2}.$$

Đáp án

$$a\sqrt{2}$$

Câu 5. Cho hàm số $f(x) = x(x-1)(x-2)\dots(x-1000)$. Tính $f'(0)$.

Phương pháp

Sử dụng phương pháp tính đạo hàm theo định nghĩa

Cách giải

Theo định nghĩa đạo hàm của hàm số tại một điểm:

$$\begin{aligned} f'(0) &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(x-1)(x-2)\dots(x-1000)}{x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} [(x-1)(x-2)\dots(x-1000)] = (-1) \cdot (-2) \cdot (-3) \dots (-1000) = 1000! \end{aligned}$$

Vậy $f'(0) = 1000!$

Đáp án

$$1000!$$

Câu 6. Tính diện tích của tam giác tạo bởi các trục tọa độ với tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{2a^2}{x}$ (a là hằng số khác 0).

Phương pháp

Lập phương trình diện tích tam giác và tính diện tích theo a

Cách giải

$$\text{Tập xác định: } D = \mathbb{R} \setminus \{0\}, \quad y' = -\frac{2a^2}{x^2}.$$

Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{2a^2}{x}$ tại điểm $\left(x_0; \frac{2a^2}{x_0}\right)$ là đường thẳng (d) có dạng:

$$y = -\frac{2a^2}{x_0^2} \cdot (x - x_0) + \frac{2a^2}{x_0}, \quad (x_0 \neq 0, a \neq 0).$$

+ Gọi $A = d \cap Ox$: Cho

$$y = 0 \Rightarrow -\frac{2a^2}{x_0^2}(x - x_0) + \frac{2a^2}{x_0} = 0 \Leftrightarrow x - x_0 - x_0 = 0 \Leftrightarrow x = 2x_0 \Rightarrow A(2x_0; 0).$$

+ Gọi $B = d \cap Oy$: Cho $x = 0 \Rightarrow y = -\frac{2a^2}{x_0^2} \cdot (-x_0) + \frac{2a^2}{x_0} = \frac{2a^2}{x_0} + \frac{2a^2}{x_0} = \frac{4a^2}{x_0} \Rightarrow B\left(0; \frac{4a^2}{x_0}\right).$

+ Diện tích tam giác OAB : $S = \frac{1}{2}OA \cdot OB = \frac{1}{2} \cdot |2x_0| \cdot \left|\frac{4a^2}{x_0}\right| = 4a^2$

Đáp án

$$4a^2$$