

ĐỀ CƯƠNG ÔN TẬP HỌC KÌ 2**Môn: Toán - Lớp 11****Bộ sách Cánh diều****BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM****Mục tiêu**

- Ôn tập và củng cố lại các kiến thức, áp dụng giải các dạng bài tập liên quan của chương trình học kì 2 sách giáo khoa Toán 11 – Cánh diều.
- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm và tự luận Toán học.
- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dàn trải các kiến thức học kì 2 – chương trình Toán 11.

A. NỘI DUNG ÔN TẬP**1. Một số yếu tố thống kê và xác suất**

- Các số đặc trưng đo xu thế trung tâm cho mẫu số liệu ghép nhóm
- Biến cố hợp và biến cố giao. Biến cố độc lập. Các quy tắc tính xác suất

2. Hàm số mũ và hàm số logarit

- Phép tính lũy thừa với số mũ thực
- Phép tính logarit
- Hàm số mũ và hàm số logarit
- Phương trình, bất phương trình mũ và logarit

3. Đạo hàm

- Định nghĩa đạo hàm. Ý nghĩa hình học của đạo hàm
- Các quy tắc tính đạo hàm
- Đạo hàm cấp hai

4. Quan hệ vuông góc trong không gian

- Hai đường thẳng vuông góc
- Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng
- Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng. Góc nhị diện
- Hai mặt phẳng vuông góc
- Khoảng cách
- Hình lăng trụ đứng. Hình chóp đều. Thể tích của một số hình khối

B. BÀI TẬP**I. Phần trắc nghiệm****1. Một số yếu tố thống kê và xác suất**

Câu 1. Thời gian chạy 100m của 20 học sinh được ghi lại trong bảng dưới đây:

Thời gian (giờ)	16,6	16,8	17,0	17,2
Số học sinh	2	3	8	6

- A. 17,015s
- B. 17,015m
- C. 17,1m
- D. 17,1s

Câu 2. Có 100 học sinh tham dự kì thi học sinh giỏi Toán (thang điểm 20). Kết quả sau kì thi được thống kê như sau:

Điểm	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
Tần số tương đối	0,01	0,01	0,03	0,05	0,08	0,13	0,19	0,24	0,14	0,10	0,02

Tìm số điểm trung bình của 100 học sinh tham dự kì thi.

- A. 15,22
- B. 15,23
- C. 15,24
- D. 15,25

Câu 3. Cho bảng số liệu thống kê điểm kiểm tra giữa học kỳ I môn Toán của 40 học sinh như sau:

Điểm	3	4	5	6	7	8	9	10	
Số học sinh	2	3	7	18	3	2	4	1	n = 40

Số trung vị Me và một Mo của bảng số liệu trên lần lượt là:

- A. $M_e = 8, M_0 = 40$
- B. $M_e = 6, M_0 = 18$
- C. $M_e = 6, M_0 = 6$
- D. $M_e = 7, M_0 = 6$

Câu 4. Cho A, B là hai biến cố xung khắc. Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
- B. $P(A \cup B) = P(A) \cdot P(B)$
- C. $P(A \cup B) = P(A) - P(B)$
- D. $P(A \cap B) = P(A) + P(B)$

Câu 5. A, B là hai biến cố độc lập. $P(A) = 0,5, P(A \cap B) = 0,2$. Xác suất $P(A \cup B)$ bằng:

- A. 0,3

B. 0,5

C. 0,6

D. 0,7

Câu 6. Gieo một con xúc sắc 4 lần. Tìm xác suất của biến cố A : “ Mặt 3 chấm xuất hiện đúng một lần”.

A. $P(A) = \frac{5}{24}$

B. $P(A) = \frac{5}{32}$

C. $P(A) = \frac{5}{324}$

D. $P(A) = \frac{5}{34}$

Câu 7. Một bài trắc nghiệm có 10 câu hỏi, mỗi câu hỏi có 4 phương án lựa chọn trong đó có 1 đáp án đúng. Giả sử mỗi câu trả lời đúng được 5 điểm và mỗi câu trả lời sai bị trừ đi 2 điểm. Một học sinh không học bài nên khoanh lụi một câu trả lời. Tìm xác suất để học sinh này nhận điểm dưới 1.

A. $P(A) = 0,7124$

B. $P(A) = 0,7759$

C. $P(A) = 0,7336$

D. $P(A) = 0,783$

Câu 8. Một người gọi điện thoại nhưng quên mất chữ số cuối. Tính xác suất để người đó gọi đúng số điện thoại mà không phải thử quá hai lần.

A. $\frac{1}{5}$

B. $\frac{1}{10}$

C. $\frac{19}{90}$

D. $\frac{2}{9}$

2. Hàm số mũ và hàm số logarit

Câu 9. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log_2(x^2 - 2x - 3)$

A. $D = (-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$

B. $D = [-1; 3]$

C. $D = (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$

D. $D = (-1; 3)$

Câu 10. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \ln(x^2 - 2mx + m)$ có tập xác định là \mathbb{R} .

- A. $m < 0$
- B. $0 < m < 1$
- C. $m \leq 0; m \geq 1$
- D. $0 \leq m \leq 1$

Câu 11. Hàm số nào sau đây đồng biến trên \mathbb{R} ?

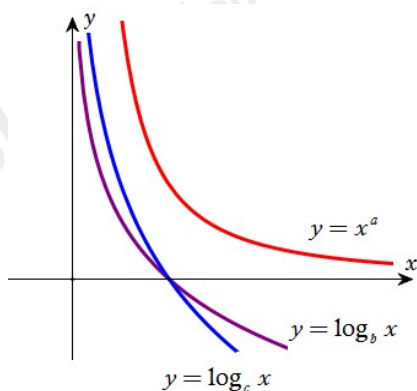
- A. $y = \left(\frac{3}{\pi}\right)^x$
- B. $y = \left(\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{3}\right)^x$
- C. $y = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^x$
- D. $y = \left(\frac{\pi}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}\right)^x$

Câu 12. Cho a là một số thực dương khác 1 và các mệnh đề sau:

- 1) $a^x > 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.
 - 2) Hàm số $y = a^x$ đồng biến trên \mathbb{R} .
 - 3) Hàm số $y = e^{2017x}$ là hàm số đồng biến trên \mathbb{R} .
 - 4) Đồ thị hàm số $y = a^x$ nhận trục Ox làm tiệm cận ngang.
- Hỏi có bao nhiêu mệnh đề đúng?

- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 4

Câu 13. Cho a là số thực tùy ý và b, c là các số thực dương khác 1. Hình vẽ bên là đồ thị của ba hàm số $y = \log_b x$, $y = \log_c x$ và $y = x^a$, $x > 0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?



- A. $a < c < b$.
- B. $a < b < c$.
- C. $a > b > c$.

D. $a > c > b$.

Câu 14. Cho $9^x + 9^{-x} = 23$. Tính giá trị biểu thức $P = \frac{5 + 3^x + 3^{-x}}{1 - 3^x - 3^{-x}}$.

A. $P = 2$.

B. $P = \frac{3}{2}$.

C. $P = \frac{1}{2}$.

D. $P = -\frac{5}{2}$.

Câu 15. Phương trình $(5 + 2\sqrt{6})^{3x+1} = (5 - 2\sqrt{6})^{5x+8}$ có tích các nghiệm là?

A. $-\frac{7}{8}$

B. 4

C. $-\frac{9}{8}$

D. $\frac{1}{8}$

Câu 16. Giải phương trình $2^{x-3} = 3^{x^2-5x+6}$

A. $S = \{2 + \log_3 2; 3\}$

B. $S = \{\log_3 2; 3\}$

C. $S = \{2 + \log_3 2\}$

D. $S = \{2 + \log_3 2; 1\}$

Câu 17. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{2x} < 2^{x+6}$

A. $(-\infty; 6)$

B. $(0; 64)$

C. $(6; +\infty)$

D. $(0; 6)$

Câu 18. Giải bất phương trình $\log_2(3x-2) > \log_2(6-5x)$ được tập nghiệm là $(a; b)$. Hãy tính tổng $S = a + b$.

A. $S = \frac{26}{5}$

B. $S = \frac{11}{5}$

C. $S = \frac{28}{15}$

D. $S = \frac{8}{3}$

3. Đạo hàm

Câu 19. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{3 - \sqrt{4-x}}{4} & \text{khi } x \neq 0 \\ \frac{1}{4} & \text{khi } x = 0 \end{cases}$. Tính $f'(0)$.

A. $f'(0) = \frac{1}{4}$.

B. $f'(0) = \frac{1}{16}$.

C. $f'(0) = \frac{1}{32}$.

D. Không tồn tại.

Câu 20. Một viên đạn được bắn lên cao theo phương trình $s(t) = 196t - 4,9t^2$ trong đó $t > 0$, t tính bằng giây kể từ thời điểm viên đạn được bắn lên cao và $s(t)$ là khoảng cách của viên đạn so với mặt đất được tính bằng mét. Tại thời điểm vận tốc của viên đạn bằng 0 thì viên đạn cách mặt đất bao nhiêu mét?

A. 1690m.

B. 1069m.

C. 1906m.

D. 1960m.

Câu 21. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại giao điểm với đường thẳng $y = -2$.

A. $y = -9x + 7; y = -2$.

B. $y = -2$.

C. $y = 9x + 7; y = -2$.

D. $y = 9x + 7; y = 2$.

Câu 22. Tính đạo hàm của hàm số $y = (x^3 - 2x^2)^{2016}$.

A. $y' = 2016(x^3 - 2x^2)^{2015}$.

B. $y' = 2016(x^3 - 2x^2)^{2015}(3x^2 - 4x)$.

C. $y' = 2016(x^3 - 2x^2)(3x^2 - 4x)$.

D. $y' = 2016(x^3 - 2x^2)(3x^2 - 2x)$.

Câu 23. Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{x^2 + 2x - 3}{x + 2}$.

A. $y' = 1 + \frac{3}{(x+2)^2}$.

B. $y' = \frac{x^2 + 6x + 7}{(x+2)^2}$.

C. $y' = \frac{x^2 + 4x + 5}{(x+2)^2}$.

D. $y' = \frac{x^2 + 8x + 1}{(x+2)^2}$.

Câu 24. Tính đạo hàm của hàm số $f(x) = \frac{x}{\sqrt{4-x^2}}$ tại điểm $x = 0$.

A. $f'(0) = \frac{1}{2}$.

B. $f'(0) = \frac{1}{3}$.

C. $f'(0) = 1$.

D. $f'(0) = 2$.

Câu 25. Tính đạo hàm của hàm số $y = \cos^3(2x-1)$.

A. $y' = -3\sin(4x-2)\cos(2x-1)$.

B. $y' = 3\cos^2(2x-1)\sin(2x-1)$.

C. $y' = -3\cos^2(2x-1)\sin(2x-1)$.

D. $y' = 6\cos^2(2x-1)\sin(2x-1)$.

4. Quan hệ vuông góc trong không gian

Câu 26. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Góc giữa hai đường thẳng a và b bằng góc giữa hai đường thẳng a và c khi b song song với c (hoặc b trùng với c).

B. Góc giữa hai đường thẳng a và b bằng góc giữa hai đường thẳng a và c thì b song song với c .

C. Góc giữa hai đường thẳng là góc nhọn.

D. Góc giữa hai đường thẳng bằng góc giữa hai vectơ chỉ phương của hai đường thẳng đó.

Câu 27. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.

B. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng vuông góc với nhau thì song song với đường thẳng còn lại.

C. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì vuông góc với nhau.

D. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì vuông góc với đường thẳng kia.

Câu 28. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa AC và DA' là:

A. 45° .

B. 90° .

C. 60° .

D. 120° .

Câu 29. Cho tứ diện đều $ABCD$. Số đo góc giữa hai đường thẳng AB và CD bằng

- A. 60° .
- B. 30° .
- C. 90° .
- D. 45° .

Câu 30. Cho hai đường thẳng a, b và mặt phẳng (P) . Chỉ ra mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

- A. Nếu $a \perp (P)$ và $b \perp a$ thì $b \parallel (P)$.
- B. Nếu $a \parallel (P)$ và $b \perp (P)$ thì $a \perp b$.
- C. Nếu $a \parallel (P)$ và $b \perp a$ thì $b \parallel (P)$.
- D. Nếu $a \parallel (P)$ và $b \perp a$ thì $b \perp (P)$.

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O . Đường thẳng SA vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$. Gọi I là trung điểm của SC . Khẳng định nào dưới đây là sai?

- A. $IO \perp (ABCD)$.
- B. $BC \perp SB$.
- C. Tam giác SCD vuông ở D .
- D. (SAC) là mặt phẳng trung trực của BD .

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a và độ dài các cạnh bên $SA = SB = SC = b$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC . Độ dài đoạn thẳng SG bằng

- A. $\frac{\sqrt{9b^2 + 3a^2}}{3}$.
- B. $\frac{\sqrt{b^2 - 3a^2}}{3}$.
- C. $\frac{\sqrt{9b^2 - 3a^2}}{3}$.
- D. $\frac{\sqrt{b^2 + 3a^2}}{3}$.

Câu 33. Cho hình vuông $ABCD$ tâm O , cạnh bằng $2a$. Trên đường thẳng qua O và vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ lấy điểm S . Biết góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 45° . Độ dài cạnh SO bằng

- A. $SO = a\sqrt{3}$.
- B. $SO = a\sqrt{2}$.
- C. $SO = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.
- D. $SO = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có cạnh $AB = a$, $BC = 2a$. Hai mặt bên (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$, cạnh $SA = a\sqrt{15}$. Tính góc tạo bởi đường thẳng SC và mặt phẳng (ABD) .

- A. 30°
- B. 45°
- C. 60°
- D. 90°

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $\widehat{ABC} = 60^\circ$, tam giác SBC là tam giác đều có bằng cạnh $2a$ và nằm trong mặt phẳng vuông với đáy. Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (ABC) . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\varphi = 60^\circ$.
- B. $\tan \varphi = 2\sqrt{3}$.
- C. $\tan \varphi = \frac{\sqrt{3}}{6}$.
- D. $\tan \varphi = \frac{1}{2}$.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Cạnh bên $SA = a\sqrt{3}$ và vuông góc với mặt đáy (ABC) . Tính khoảng cách d từ A đến mặt phẳng (SBC) .

- A. $d = \frac{a\sqrt{15}}{5}$.
- B. $d = a$.
- C. $d = \frac{a\sqrt{5}}{5}$.
- D. $d = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , tâm O . Cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$. Gọi H và K lần lượt là trung điểm của cạnh BC và CD . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng HK và SD .

- A. $\frac{a}{3}$.
- B. $\frac{2a}{3}$.
- C. $2a$.
- D. $\frac{a}{2}$.

Câu 38. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ đáy là hình chữ nhật có $AB = 2a$, $AD = 6a$. Gọi M là trung

điểm của AD, biết khoảng cách từ C đến mặt phẳng (A'BM) bằng $\frac{12a}{7}$. Thể tích khối hộp ABCD.A'B'C'D' là

- A. $24a^3$
- B. $12a^3$
- C. $3a^3$
- D. $8a^3$

II. Phần tự luận

1. Một số yếu tố thống kê và xác suất

Câu 1. Tiền thưởng (đơn vị: triệu đồng) cho 43 cán bộ và nhân viên trong công ty X được thống kê lại như sau:

Tiền thưởng	2	3	4	5	6	
Tần số	5	15	10	6	7	n = 43

So sánh giá trị của các tứ phân vị Q_1, Q_2, Q_3 .

Câu 2. Tốc độ phát triển của một loại virus trong 10 ngày với các điều kiện khác nhau (đơn vị: nghìn con) được thống kê lại như sau:

20	100	30	980	440	20	20	150	60	270
----	-----	----	-----	-----	----	----	-----	----	-----

Trong trường hợp này, ta nên chọn số nào dưới đây làm giá trị đại diện là tốt nhất? Tính giá trị đại diện đó.

Câu 3. Bảng thống kê năng suất trong một ngày sản xuất của một công ty cho bởi bảng số liệu sau đây:

Công xưởng	A	B	C
Số công nhân	30	x	40
Năng suất (sản phẩm/người)	40	20	30

Công xưởng B và D mất số liệu về số công nhân mỗi công xưởng. Biết rằng tổng số công nhân của 2 xưởng đó là 80 và năng suất trung bình của công ty trong một ngày là 25 sản phẩm/người. Tìm x, y.

Câu 4. Trong kì thi thử THPT Quốc Gia, An làm đề thi trắc nghiệm môn Toán. Đề thi gồm 50 câu hỏi, mỗi câu có 4 phương án trả lời, trong đó chỉ có một phương án đúng; trả lời đúng mỗi câu được 0,2 điểm. An trả lời hết các câu hỏi và chắc chắn đúng 45 câu, 5 câu còn lại An chọn ngẫu nhiên. Tính xác suất để điểm thi môn Toán của An không dưới 9, 5 điểm.

Câu 5. Có 3 chiếc hộp A, B, C. Hộp A chứa 4 bi đỏ, 3 bi trắng. Hộp B chứa 3 bi đỏ, 2 bi vàng. Hộp C chứa 2 bi đỏ, 2 bi vàng. Lấy ngẫu nhiên một hộp từ 3 hộp này, rồi lấy ngẫu nhiên một bi từ hộp đó. Tính xác suất để lấy được một bi đỏ.

Câu 6. Hai người ngang tài ngang sức tranh chức vô địch của một cuộc thi cờ tướng. Người giành chiến thắng là người đầu tiên thắng được năm ván cờ. Tại thời điểm người chơi thứ nhất đã thắng 4 ván và người chơi thứ hai mới thắng 2 ván, tính xác suất để người chơi thứ nhất giành chiến thắng.

Câu 7. Trong trận đấu bóng đá giữa 2 đội Real madrid và Barcelona, trọng tài cho đội Barcelona được hưởng một quả Penalty. Cầu thủ sút phạt ngẫu nhiên vào 1 trong bốn vị trí 1,2,3,4 và thủ môn bay người cản phá ngẫu nhiên đến 1 trong 4 vị trí 1, 2, 3, 4 với xác suất như nhau (thủ môn và cầu thủ sút phạt đều không đoán được ý định của đối phương). Biết nếu cầu thủ sút và thủ môn bay cùng vào vị trí 1 (hoặc 2) thì thủ môn cản phá được cú sút đó, nếu cùng vào vị trí 3 (hoặc 4) thì xác suất cản phá thành công là 50%. Tính xác suất của biến cố “cú sút đó không vào lưới”?



Câu 8. Tung một đồng xu không đồng chất 2020 lần. Biết rằng xác suất xuất hiện mặt sấp là 0,6. Tính xác suất để mặt sấp xuất hiện đúng 1010 lần

2. Hàm số mũ và hàm số logarit

Câu 9. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log_2 \frac{x-1}{x}$.

Câu 10. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \log(x^2 - 2x - m + 1)$ có tập xác định là \mathbb{R} .

Câu 11. Tìm tất cả các giá trị của tham số a để hàm số $y = (a^2 - 3a + 3)^x$ đồng biến

Câu 12. Cho a, b là các số thực thỏa mãn $a^2 + b^2 > 1$ và $\log_{a^2+b^2} a + b \geq 1$. Tìm giá trị lớn nhất P_{\max} của biểu thức $P = 2a + 4b - 3$.

Câu 13. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hình vuông $ABCD$ có diện tích bằng 36 , đường thẳng chứa cạnh AB song song với trục Ox , các đỉnh A, B và C lần lượt nằm trên đồ thị của các hàm số $y = \log_a x, y = \log_{\sqrt{a}} x$ và $y = \log_{\sqrt[3]{a}} x$ với a là số thực lớn hơn 1. Tìm a .

Câu 14. Phương trình $4^{x^2+x} + 2^{1-x^2} = 2^{(x+1)^2} + 1$ có tất cả bao nhiêu nghiệm?

Câu 15. Biết rằng phương trình $2 \log_2 x + \log_{\frac{1}{2}}(1 - \sqrt{x}) = \frac{1}{2} \log_{\sqrt{2}}(x - 2\sqrt{x} + 2)$ có nghiệm duy nhất có dạng $a + b\sqrt{3}$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Tính tổng $S = a + b$.

Câu 16. Gọi a, b lần lượt là nghiệm nhỏ nhất và nghiệm lớn nhất của bất phương trình $3 \cdot 9^x - 10 \cdot 3^x + 3 \leq 0$. Tính $P = b - a$.

Câu 17. Giải bất phương trình sau : $\log_{\frac{1}{5}}(x^2 - 1) < \log_{\frac{1}{5}}(3x - 3)$.

Câu 18. Tìm m để phương trình :

a) $4^x - m \cdot 2^{x+1} + 2m = 0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = 2$.

b) $2017^{2x-1} - 2m \cdot 2017^x + m = 0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = 1$.

3. Đạo hàm

Câu 19. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ bởi $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 4x^2 + 3x}{x^2 - 3x + 2} & \text{khi } x \neq 1 \\ 0 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Tính $f'(1)$.

Câu 20. Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{2x+5}{x^2+3x+3}$.

Câu 21. Cho hàm số $f(x) = k \cdot \sqrt[3]{x} + \sqrt{x}$. Với giá trị nào của k thì $f'(1) = \frac{3}{2}$?

Câu 22. Tính đạo hàm của hàm số $y = \cos(\tan x)$.

Câu 23. Cho hàm số $y = x \cdot \cos x$. Tính giá trị biểu thức $M = xy + xy'' - 2(y' - \cos x)$.

4. Quan hệ vuông góc trong không gian

Câu 24. Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Gọi I và J lần lượt là trung điểm của SC và BC . Tính số đo của góc (IJ, CD) ?

Câu 25. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $\widehat{ABC} = 60^\circ$, tam giác SBC là tam giác đều có cạnh bằng $2a$ và nằm trong mặt phẳng vuông với đáy. Tính góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng đáy (ABC)

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a$, $BC = 2a$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Mặt phẳng (α) đi qua S vuông góc với AB . Tính diện tích S của thiết diện tạo bởi (α) với hình chóp đã cho?

Câu 27. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Cạnh bên $SA = x$ và vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Xác định x để hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) tạo với nhau một góc 60° .

Câu 28. Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông tại B , $AB = a\sqrt{2}$, $AC = a\sqrt{3}$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SB = a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$

**I. Trắc nghiệm**

Câu 1. A	Câu 2. B	Câu 3. C	Câu 4. A	Câu 5. D	Câu 6. C	Câu 7. B
Câu 8. A	Câu 9. C	Câu 10. B	Câu 11. B	Câu 12. C	Câu 13. B	Câu 14. D
Câu 15. C	Câu 16. B	Câu 17. A	Câu 18. B	Câu 19. B	Câu 20. D	Câu 21. C
Câu 22. B	Câu 23. A	Câu 24. A	Câu 25. A	Câu 26. A	Câu 27. D	Câu 28. C
Câu 29. C	Câu 30. B	Câu 31. D	Câu 32. C	Câu 33. B	Câu 34. C	Câu 35. B
Câu 36. A	Câu 37. A	Câu 38. B				

II. Phần tự luận**1. Một số yếu tố thống kê và xác suất**

Câu 1. Tiền thưởng (đơn vị: triệu đồng) cho 43 cán bộ và nhân viên trong công ty X được thống kê lại như sau:

Tiền thưởng	2	3	4	5	6	
Tần số	5	15	10	6	7	n = 43

So sánh giá trị của các tứ phân vị Q_1 , Q_2 , Q_3 .

Phương pháp

Sử dụng công thức tính Q_1 , Q_2 , Q_3

Lời giải chi tiết

Vì cỡ mẫu $n = 43 = 2 \cdot 21 + 1$ là số lẻ, nên giá trị tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu là số liệu thứ 22.

Do đó giá trị tứ phân vị thứ hai $Q_2 = 4$.

- Tứ phân vị thứ nhất là trung vị của nửa mẫu số liệu bên trái Q_2 (không kể Q_2).

Tiền thưởng	2	3	4	
Tần số	5	15	1	$n_1 = 21$

Ta có cỡ mẫu lúc này $n_1 = 21 = 2 \cdot 10 + 1$ là số lẻ, nên giá trị tứ phân vị thứ nhất là số liệu thứ 11.

Do đó giá trị tứ phân vị thứ nhất $Q_1 = 3$.

- Tứ phân vị thứ ba là trung vị của nửa mẫu số liệu bên phải Q_2 (không kể Q_2)

Tiền thưởng	4	5	6	
Tần số	3	6	7	$n_2 = 21$

Ta có cỡ mẫu lúc này $n_2 = 21 = 2 \cdot 10 + 1$ là số lẻ, nên giá trị tứ phân vị thứ ba là số liệu thứ 11 của mẫu số liệu mới này.

Do đó giá trị tứ phân vị thứ ba $Q_3 = 5$.

Vì $3 < 4 < 5$ nên ta suy ra $Q_1 < Q_2 < Q_3$

Câu 2. Tốc độ phát triển của một loại virus trong 10 ngày với các điều kiện khác nhau (đơn vị: nghìn con) được thống kê lại như sau:

20	100	30	980	440	20	20	150	60	270
----	-----	----	-----	-----	----	----	-----	----	-----

Trong trường hợp này, ta nên chọn số nào dưới đây làm giá trị đại diện là tốt nhất? Tính giá trị đại diện đó.

Phương pháp

Sử dụng công thức tính giá trị đại diện

Lời giải chi tiết

Ta nên chọn số trung vị làm đại diện là tốt nhất vì có sự chênh lệch lớn giữa các số liệu trong mẫu. Do đó ta có thể loại đáp án A và B.

Sắp xếp mẫu dữ liệu trên theo thứ tự không giảm, ta được:

20; 20; 20; 30; 60; 100; 150; 270; 440; 980

Vì cỡ mẫu $n = 10 = 2.5$ nên trung vị của mẫu là trung bình cộng của số liệu thứ 5 và thứ 6.

Do đó $Me = (60 + 100) : 2 = 80$.

Câu 3. Bảng thống kê năng suất trong một ngày sản xuất của một công ty cho bởi bảng số liệu sau đây:

Công xưởng	A	B	C
Số công nhân	30	x	40
Năng suất (sản phẩm/người)	40	20	30

Công xưởng B và D mất số liệu về số công nhân mỗi công xưởng. Biết rằng tổng số công nhân của 2 xưởng đó là 80 và năng suất trung bình của công ty trong một ngày là 25 sản phẩm/người. Tìm x, y.

Phương pháp

Sử dụng công thức tính giá trị trung bình để tính năng suất trung bình.

Từ đó, lập hệ phương trình tìm x, y

Lời giải chi tiết

Ta có tổng số công nhân của 2 công xưởng B và D là 80 nên ta suy ra $x + y = 80$ (1).

Ta có năng suất trung bình của công ty trong một ngày là 25 sản phẩm/người.

Nên ta suy ra:

$$\frac{30.40 + 20x + 40.30 + 15y}{30 + x + 40 + y} = 25$$

$$\Leftrightarrow \frac{2400 + 20x + 15y}{x + y + 70} = 25$$

$$\Leftrightarrow 20x + 15y + 2400 = 25x + 25y + 1750$$

$$\Leftrightarrow 5x + 10y = 650 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 80 \\ 5x + 10y = 650 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 30 \\ y = 50 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình trên, ta được $x = 30$ và $y = 50$.

Câu 4. Trong kì thi thử THPT Quốc Gia, An làm đề thi trắc nghiệm môn Toán. Đề thi gồm 50 câu hỏi, mỗi câu có 4 phương án trả lời, trong đó chỉ có một phương án đúng; trả lời đúng mỗi câu được 0,2 điểm. An trả lời hết các câu hỏi và chắc chắn đúng 45 câu, 5 câu còn lại An chọn ngẫu nhiên. Tính xác suất để điểm thi môn Toán của An không dưới 9,5 điểm.

Phương pháp

Sử dụng quy tắc cộng xác suất

Lời giải chi tiết

Để An đúng được không dưới 9,5 điểm thì bạn ấy phải chọn đúng nhiều hơn 2 trong 5 câu còn lại.

Xác suất mỗi câu chọn đúng là $\frac{1}{4}$ và không chọn đúng là $\frac{3}{4}$.

Để An đúng được không dưới 9,5 điểm thì bạn ấy phải chọn đúng hoặc 3 hoặc 4 hoặc 5 trong 5 câu còn lại.

Do đó xác suất cần tìm là $\left(\frac{1}{4}\right)^3 \left(\frac{3}{4}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^4 \left(\frac{3}{4}\right) + \left(\frac{1}{4}\right)^5 = \frac{13}{1024}$

Câu 5. Có 3 chiếc hộp A, B, C . Hộp A chứa 4 bi đỏ, 3 bi trắng. Hộp B chứa 3 bi đỏ, 2 bi vàng. Hộp C chứa 2 bi đỏ, 2 bi vàng. Lấy ngẫu nhiên một hộp từ 3 hộp này, rồi lấy ngẫu nhiên một bi từ hộp đó. Tính xác suất để lấy được một bi đỏ.

Phương pháp

Sử dụng quy tắc cộng xác suất

Lời giải chi tiết

Xác suất để chọn hộp A là $\frac{1}{3}$, xác suất để chọn được bi đỏ trong hộp A là $\frac{4}{7}$

\Rightarrow Xác suất để chọn được bi đỏ trong hộp A là $\frac{1}{3} \cdot \frac{4}{7}$

Tương tự, xác suất để chọn được bi đỏ trong hộp B , hộp C lần lượt là $\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5} + \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{4}$

Vậy xác suất để lấy được bi đỏ là $\frac{1}{3} \cdot \frac{4}{7} + \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5} + \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{4} = \frac{39}{70}$

Câu 6. Hai người ngang tài ngang sức tranh chức vô địch của một cuộc thi cờ tướng. Người giành chiến thắng là người đầu tiên thắng được năm ván cờ. Tại thời điểm người chơi thứ nhất đã thắng 4 ván và người chơi thứ hai mới thắng 2 ván, tính xác suất để người chơi thứ nhất giành chiến thắng.

Phương pháp

Sử dụng quy tắc cộng xác suất

Lời giải chi tiết

Theo giả thiết hai người ngang tài ngang sức nên xác suất thắng thua trong một ván đấu là 0,5; 0,5.

Xét tại thời điểm người chơi thứ nhất đã thắng 4 ván và người chơi thứ hai thắng 2 ván.

Để người thứ nhất chiến thắng thì người thứ nhất cần thắng 1 ván và người thứ hai thắng không quá hai ván.

Có ba khả năng:

TH1: Đánh 1 ván. Người thứ nhất thắng xác suất là 0,5 .

TH2: Đánh 2 ván. Người thứ nhất thắng ở ván thứ hai xác suất là $(0,5)^2$

TH3: Đánh 3 ván. Người thứ nhất thắng ở ván thứ ba xác suất là $(0,5)^3$

$$\text{Vậy } P=0,5+(0,5)^2+(0,5)^3=78$$

Câu 7. Trong trận đấu bóng đá giữa 2 đội Real madrid và Barcelona, trọng tài cho đội Barcelona được hưởng một quả Penalty. Cầu thủ sút phạt ngẫu nhiên vào 1 trong bốn vị trí 1,2,3,4 và thủ môn bay người cản phá ngẫu nhiên đến 1 trong 4 vị trí 1, 2, 3, 4 với xác suất như nhau (thủ môn và cầu thủ sút phạt đều không đoán được ý định của đối phương). Biết nếu cầu thủ sút và thủ môn bay cùng vào vị trí 1 (hoặc 2) thì thủ môn cản phá được cú sút đó, nếu cùng vào vị trí 3 (hoặc 4) thì xác suất cản phá thành công là 50%. Tính xác suất của biến cố “cú sút đó không vào lưới”?



Phương pháp

Sử dụng quy tắc cộng xác suất và quy tắc nhân xác suất

Lời giải chi tiết

Gọi A_i là biến cố “cầu thủ sút phạt vào vị trí i ”

B_i là biến cố “thủ môn bay người cản phá vào vị trí thứ i ”

Và C là biến cố “Cú sút phạt không vào lưới”

$$\text{Để thấy } P(A_i) = P(B_i) = \frac{1}{4}$$

Ta có:

$$P(C) = P(A_1).P(B_1) + P(A_2).P(B_2) + \frac{1}{2}P(A_3).P(B_3) + \frac{1}{2}P(A_4).P(B_4)$$

$$= \left(\frac{1}{4}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{4}\right)^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{3}{16}$$

Câu 8. Tung một đồng xu không đồng chất 2020 lần. Biết rằng xác suất xuất hiện mặt sấp là 0,6. Tính xác suất để mặt sấp xuất hiện đúng 1010 lần

Phương pháp

Sử dụng quy tắc cộng xác suất và quy tắc nhân xác suất

Lời giải chi tiết

Ta có C_{2020}^{1010} cách chọn 1010 vị trí trong 2020 lần tung đồng xu để mặt xấp xuất hiện, các lần tung còn lại không xuất hiện mặt sấp. Ứng với mỗi cách chọn cố định 1010 vị trí xuất hiện mặt xấp ta có xác suất của trường hợp đó tính như sau:

+) Tại những lần mặt xấp xuất hiện thì xác suất xảy ra là 0,6 .

+) Tại những lần mặt ngửa xuất hiện thì xác suất xảy ra là 1-0,6.

Do có 1010 lần xuất hiện mặt sấp và 1010 xuất hiện mặt ngửa nên ứng với mỗi cách chọn cố định 1010 vị trí xuất hiện mặt xấp thì có xác suất là $0,6^{1010} \cdot (1-0,6)^{1010} = 0,24^{1010}$

Vậy xác suất cần tính là $C_{2020}^{1010} \cdot 0,24^{1010}$

2. Hàm số mũ và hàm số logarit

Câu 9. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log_2 \frac{x-1}{x}$.

Phương pháp

Tập xác định của hàm số $y = \log_a f(x)$ ($0 < a \neq 1$) là $f(x) > 0$

Lời giải chi tiết

Hàm số xác định $\Leftrightarrow \frac{x-1}{x} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < 0 \end{cases}$

Vậy tập xác định của hàm số là $(-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$.

Đáp án $D = (-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$

Câu 10. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \log(x^2 - 2x - m + 1)$ có tập xác định là \mathbb{R} .

Phương pháp

Hàm số $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) $> 0 \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$

Lời giải chi tiết

Ycbt $\Leftrightarrow x^2 - 2x - m + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta' = 1 + m - 1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < 0$

Câu 11. Tìm tất cả các giá trị của tham số a để hàm số $y = (a^2 - 3a + 3)^x$ đồng biến

Phương pháp

Hàm số $y = a^x$ đồng biến khi $a > 1$, nghịch biến khi $0 < a < 1$

Lời giải chi tiết

Hàm số đồng biến khi $a^2 - 3a + 3 > 1 \Leftrightarrow a^2 - 3a + 2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a < 1 \\ a > 2 \end{cases}$.

Câu 12. Cho a, b là các số thực thỏa mãn $a^2 + b^2 > 1$ và $\log_{a^2+b^2} a + b \geq 1$. Tìm giá trị lớn nhất P_{\max} của biểu thức $P = 2a + 4b - 3$.

Phương pháp

Sử dụng bất đẳng thức Bunhiacopxky

Lời giải chi tiết

Do $a^2 + b^2 > 1$ nên $\log_{a^2+b^2} (a+b) \geq 1 \Leftrightarrow a+b \geq a^2 + b^2 \Leftrightarrow \left(a - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(b - \frac{1}{2}\right)^2 \leq \frac{1}{2}$. (1)

Ta có $a + 2b = \left[\left(a - \frac{1}{2}\right) + 2\left(b - \frac{1}{2}\right)\right] + \frac{3}{2}$. Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacopxky ta có

$$\left[\left(a - \frac{1}{2}\right) + 2\left(b - \frac{1}{2}\right)\right]^2 \leq (1^2 + 2^2) \left[\left(a - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(b - \frac{1}{2}\right)^2\right] \leq 5 \cdot \frac{1}{2} = \frac{5}{2}.$$

Do đó $\left(a - \frac{1}{2}\right) + 2\left(b - \frac{1}{2}\right) \leq \frac{\sqrt{10}}{2} \longrightarrow a + 2b \leq \frac{\sqrt{10}}{2} + \frac{3}{2} \longrightarrow P = 2a + 4b - 3 \leq \sqrt{10}$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow a = \frac{5 + \sqrt{10}}{10}; b = \frac{5 + 2\sqrt{10}}{10}$.

Câu 13. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hình vuông $ABCD$ có diện tích bằng 36 , đường thẳng chứa cạnh AB song song với trục Ox , các đỉnh A, B và C lần lượt nằm trên đồ thị của các hàm số $y = \log_a x, y = \log_{\sqrt{a}} x$ và $y = \log_{\sqrt[3]{a}} x$ với a là số thực lớn hơn 1. Tìm a .

Phương pháp

Lập phương trình diện tích $ABCD$ để tìm m

Lời giải chi tiết

Do $AB \parallel Ox \longrightarrow A, B$ nằm trên đường thẳng $y = m$ ($m \neq 0$).

Lại có A, B lần lượt nằm trên đồ thị của các hàm số $y = \log_a x, y = \log_{\sqrt{a}} x$.

Từ đó suy ra $A(a^m; m), B\left(a^{\frac{m}{2}}; m\right)$.

Vì $ABCD$ là hình vuông nên suy ra $x_C = x_B = a^{\frac{m}{2}}$.

Lại có C nằm trên đồ thị hàm số $y = \log_{\sqrt[3]{a}} x$, suy ra $C\left(a^{\frac{m}{2}}; \frac{3m}{2}\right)$.

$$S_{ABCD} = 36 \longrightarrow \begin{cases} AB = 6 \\ BC = 6 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} \left| a^m - a^{\frac{m}{2}} \right| = 6 \\ \left| \frac{3m}{2} - m \right| = 6 \end{cases}$$

Theo đề bài

$$\longleftarrow \begin{cases} m = -12 \\ a = \sqrt[6]{\frac{1}{3}} < 1 \text{ (loại)} \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} m = 12 \\ a = \sqrt[6]{3} \end{cases}$$

Câu 14. Phương trình $4^{x^2+x} + 2^{1-x^2} = 2^{(x+1)^2} + 1$ có tất cả bao nhiêu nghiệm?

Phương pháp

Đưa về cùng cơ số và đặt ẩn phụ

Lời giải chi tiết

Phương trình $\Leftrightarrow 2^{2x^2+2x} + 2^{1-x^2} = 2^{x^2+2x+1} + 1$.

Đặt $\begin{cases} a = 2^{2x^2+2x} > 0 \\ b = 2^{1-x^2} > 0 \end{cases}$, suy ra $2^{x^2+2x+1} = ab$. Khi đó phương trình trở thành $a + b = ab + 1$

$$\Leftrightarrow a - ab + b - 1 = 0 \Leftrightarrow a(1-b) + (b-1) = 0 \Leftrightarrow (1-b)(a-1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \end{cases}$$

Với $a = 1$, ta được $2^{2x^2+2x} = 1 \Leftrightarrow 2x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \end{cases}$.

Với $b = 1$, ta được $2^{1-x^2} = 1 \Leftrightarrow 1 - x^2 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Vậy phương trình đã cho có ba nghiệm $x = 0, x = \pm 1$

Câu 15. Biết rằng phương trình $2\log_2 x + \log_{\frac{1}{2}}(1 - \sqrt{x}) = \frac{1}{2}\log_{\sqrt{2}}(x - 2\sqrt{x} + 2)$ có nghiệm duy nhất có dạng $a + b\sqrt{3}$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Tính tổng $S = a + b$.

Phương pháp

Đưa về cùng cơ số

Lời giải chi tiết

Điều kiện: $0 < x < 1$.

Phương trình $\Leftrightarrow \log_2 x^2 - \log_2(1 - \sqrt{x}) = \log_2(x - 2\sqrt{x} + 2)$

$$\Leftrightarrow \log_2 \frac{x^2}{1 - \sqrt{x}} = \log_2(x - 2\sqrt{x} + 2) \Leftrightarrow \frac{x^2}{1 - \sqrt{x}} = x - 2\sqrt{x} + 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2}{1 - \sqrt{x}} = x + 2(1 - \sqrt{x}) \Leftrightarrow \frac{x^2}{(1 - \sqrt{x})^2} = \frac{x}{1 - \sqrt{x}} + 2 \Leftrightarrow \left(\frac{x}{1 - \sqrt{x}}\right)^2 - \left(\frac{x}{1 - \sqrt{x}}\right) - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x}{1-\sqrt{x}} = -1 \quad (\text{vô nghiệm}) \quad \text{hoặc} \quad \frac{x}{1-\sqrt{x}} = 2$$

$$\Leftrightarrow x + 2\sqrt{x} - 2 = 0 \longrightarrow \sqrt{x} = -1 + \sqrt{3} \longrightarrow x = 4 - 2\sqrt{3} \longrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = -2 \end{cases}$$

Vậy $S = a + b = 2$

Câu 16. Gọi a, b lần lượt là nghiệm nhỏ nhất và nghiệm lớn nhất của bất phương trình $3 \cdot 9^x - 10 \cdot 3^x + 3 \leq 0$.
 Tính $P = b - a$.

Phương pháp

Đưa về cùng cơ số và đặt ẩn phụ, đưa về bất phương trình bậc hai ẩn t

Lời giải chi tiết

Bất phương trình tương đương với $3 \cdot 3^{2x} - 10 \cdot 3^x + 3 \leq 0$.

Đặt $t = 3^x, t > 0$. Bất phương trình trở thành $3t^2 - 10t + 3 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{1}{3} \leq t \leq 3$.

$$\longrightarrow \frac{1}{3} \leq 3^x \leq 3 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 1 \longrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 1 \end{cases} \longrightarrow P = b - a = 2.$$

Câu 17. Giải bất phương trình sau : $\log_{\frac{1}{5}}(x^2 - 1) < \log_{\frac{1}{5}}(3x - 3)$.

Phương pháp

Nếu $0 < a < 1$ thì $\log_a f(x) < \log_a g(x) \Leftrightarrow f(x) > g(x)$

Lời giải chi tiết

Điều kiện: $\begin{cases} x^2 - 1 > 0 \\ 3x - 3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1.$

Bất phương trình: $\log_{\frac{1}{5}}(x^2 - 1) < \log_{\frac{1}{5}}(3x - 3) \Leftrightarrow x^2 - 1 > 3x - 3$ (chú ý với cơ số $\frac{1}{5} < 1$)

$$\Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < 1 \end{cases} \xrightarrow{\text{dk: } x > 1} x > 2.$$

Câu 18. Tìm m để phương trình :

a) $4^x - m \cdot 2^{x+1} + 2m = 0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = 2$.

b) $2017^{2x-1} - 2m \cdot 2017^x + m = 0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = 1$.

Phương pháp

Đặt ẩn phụ, đưa bài toán về tìm m để phương trình bậc hai có hai nghiệm dương phân biệt thỏa mãn yêu cầu bài toán

Lời giải chi tiết

a) Phương trình tương đương với $(2^x)^2 - 2m \cdot 2^x + 2m = 0$.

Đặt $t = 2^x > 0$, phương trình trở thành $t^2 - 2mt + 2m = 0$. (*)

Để phương trình đã cho có hai nghiệm \Leftrightarrow phương trình (*) có hai nghiệm dương

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' \geq 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 2m \geq 0 \\ 2m > 0 \\ 2m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 2.$$

Theo định lí Viet, ta có $2^{x_1} \cdot 2^{x_2} = 2m \Leftrightarrow 2^{x_1+x_2} = 2m \Leftrightarrow 4 = 2m \Leftrightarrow m = 2$ (thỏa mãn).

b) Phương trình $\Leftrightarrow \frac{1}{2017}(2017^x)^2 - 2m \cdot 2017^x + m = 0$

$$\Leftrightarrow (2017^x)^2 - 4034m \cdot 2017^x + 2017m = 0.$$

Giả sử phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 .

Theo Viet, ta có $2017^{x_1} \cdot 2017^{x_2} = 2017m \Leftrightarrow 2017^{x_1+x_2} = 2017m \Leftrightarrow 2017 = 2017m \Leftrightarrow m = 1$.

Thử lại với $m = 1$ ta thấy thỏa mãn

3. Đạo hàm

Câu 19. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ bởi $f(x) = \begin{cases} x^3 - 4x^2 + 3x & \text{khi } x \neq 1 \\ x^2 - 3x + 2 & \text{khi } x = 1 \\ 0 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Tính $f'(1)$.

Phương pháp

Sử dụng công thức tính đạo hàm theo định nghĩa

Lời giải chi tiết

$$\text{Xét } \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 4x^2 + 3x}{x^2 - 3x + 2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x(x-1)(x-3)}{(x-1)(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x(x-3)}{x-2} = 2.$$

Ta thấy: $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) \neq f(1)$. Do đó, hàm số không liên tục tại điểm $x = 1$.

Vậy hàm số không tồn tại đạo hàm tại điểm $x = 1$.

Câu 20. Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{2x+5}{x^2+3x+3}$.

Phương pháp

Sử dụng công thức tính đạo hàm của hàm hợp

Lời giải chi tiết

$$\begin{aligned} \text{Ta có } y' &= \frac{(2x+5)'(x^2+3x+3) - (2x+5)(x^2+3x+3)'}{(x^2+3x+3)^2} \\ &= \frac{2(x^2+3x+3) - (2x+5)(2x+3)}{(x^2+3x+3)^2} = \frac{-2x^2 - 10x - 9}{(x^2+3x+3)^2}. \end{aligned}$$

Câu 21. Cho hàm số $f(x) = k\sqrt[3]{x} + \sqrt{x}$. Với giá trị nào của k thì $f'(1) = \frac{3}{2}$?

Phương pháp

Sử dụng công thức tính đạo hàm của hàm hợp

Lời giải chi tiết

$$\text{Ta có } (\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}} \text{ và } (\sqrt[3]{u})' = \frac{u'}{3\sqrt[3]{u^2}}.$$

$$\text{Do đó } f'(x) = \frac{k}{3\sqrt[3]{x^2}} + \frac{1}{2\sqrt{x}} \longrightarrow f'(1) = \frac{3}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{3}k + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{3}k = 1 \Leftrightarrow k = 3.$$

Câu 22. Tính đạo hàm của hàm số $y = \cos(\tan x)$.

Phương pháp

Sử dụng công thức tính đạo hàm của hàm hợp

Lời giải chi tiết

$$\text{Ta có } y' = -(\tan x)' \sin(\tan x) = -\frac{1}{\cos^2 x} \cdot \sin(\tan x)$$

Câu 23. Cho hàm số $y = x \cdot \cos x$. Tính giá trị biểu thức $M = xy + xy'' - 2(y' - \cos x)$.

Phương pháp

Sử dụng công thức tính đạo hàm của hàm hợp

Lời giải chi tiết

$$\text{Ta có } y' = \cos x - x \cdot \sin x \longrightarrow y'' = -2 \sin x - x \cdot \cos x.$$

$$\text{Khi đó } xy + xy'' = x^2 \cos x + x(-2 \sin x - x \cos x) = -2x \sin x.$$

$$\text{Và } 2(y' - \cos x) = 2(\cos x - x \sin x - \cos x) = -2x \sin x.$$

$$\text{Vậy } xy + xy'' = 2(y' - \cos x) \Rightarrow M = 0.$$

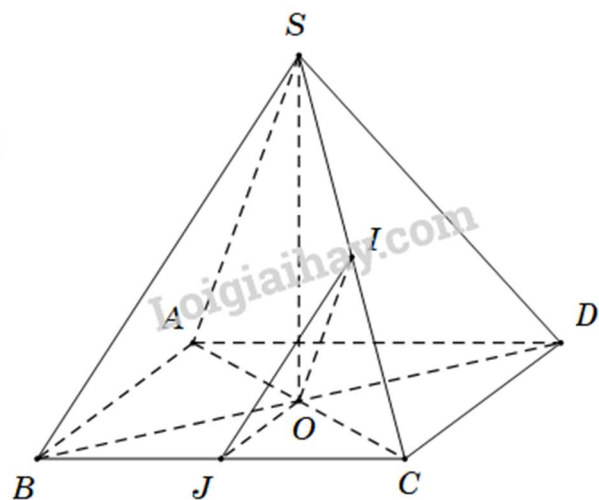
4. Quan hệ vuông góc trong không gian

Câu 24. Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Gọi I và J lần lượt là trung điểm của SC và BC . Tính số đo của góc (IJ, CD) ?

Phương pháp

Kẻ đường thẳng cắt IJ và song song với CD

Lời giải chi tiết



Gọi O là tâm của hình thoi $ABCD \Rightarrow OJ$ là đường trung bình của $\triangle BCD$.

Suy ra
$$\begin{cases} OJ \parallel CD \\ OJ = \frac{1}{2}CD \end{cases}$$

Vì $CD \parallel OJ \Rightarrow (IJ, CD) = (IJ, OJ)$.

Xét tam giác IOJ , có
$$\begin{cases} IJ = \frac{1}{2}SB = \frac{a}{2} \\ OJ = \frac{1}{2}CD = \frac{a}{2} \\ IO = \frac{1}{2}SA = \frac{a}{2} \end{cases} \Rightarrow \triangle IOJ \text{ đều.}$$

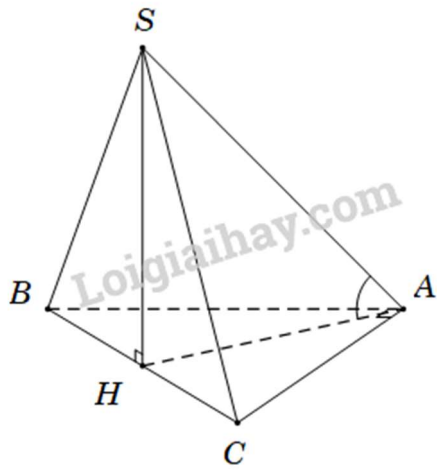
Vậy $(IJ, CD) = (IJ, OJ) = \widehat{IJO} = 60^\circ$

Câu 25. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $\widehat{ABC} = 60^\circ$, tam giác SBC là tam giác đều có cạnh bằng $2a$ và nằm trong mặt phẳng vuông với đáy. Tính góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng đáy (ABC)

Phương pháp

$$\widehat{(SA, (ABC))} = \widehat{(SA, AH)} = \widehat{SAH}$$

Lời giải chi tiết



Gọi H là trung điểm của BC , suy ra $SH \perp (ABC)$.

Vì $SH \perp (ABC)$ nên HA là hình chiếu của SA trên mặt phẳng (ABC) .

Do đó $(\widehat{SA, (ABC)}) = (\widehat{SA, AH}) = \widehat{SAH}$.

Tam giác SBC đều cạnh $2a$ nên $SH = a\sqrt{3}$.

Tam giác ABC vuông tại A nên $AH = \frac{1}{2}BC = a$.

Tam giác vuông SAH , có $\tan \widehat{SAH} = \frac{SH}{AH} = \sqrt{3}$, suy ra $\widehat{SAH} = 60^\circ$.

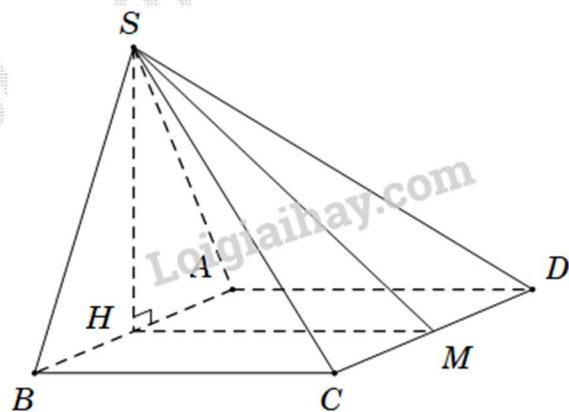
Câu 26. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a$, $BC = 2a$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Mặt phẳng (α) đi qua S vuông góc với AB . Tính diện tích S của thiết diện tạo bởi (α) với hình chóp đã cho

Phương pháp

Xác định thiết diện tạo bởi (α) với hình chóp

Thiết diện là tam giác vuông

Lời giải chi tiết



Gọi H là trung điểm $AB \Rightarrow SH \perp AB$. Suy ra:

$SH \subset (\alpha)$.

$SH \perp (ABCD)$ (do $(SAB) \perp (ABCD)$ theo giao tuyến AB).

Kẻ $HM \perp AB$ ($M \in CD$) $\Rightarrow HM \subset (\alpha)$.

Do đó thiết diện là tam giác SHM vuông tại H .

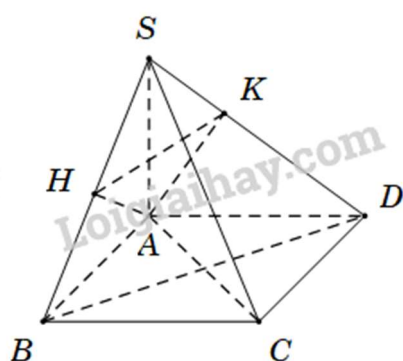
Ta có $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $HM = BC = 2a$. Vậy $S_{\Delta SHM} = \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot 2a = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Câu 27. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Cạnh bên $SA = x$ và vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Xác định x để hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) tạo với nhau một góc 60° .

Phương pháp

Sử dụng phương pháp xác định góc giữa hai mặt phẳng

Lời giải chi tiết



Từ A kẻ AH vuông góc với SB ($H \in SB$).

Ta có $\begin{cases} SA \perp BC \\ AB \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AH$ mà $AH \perp SB$ suy ra $AH \perp (SBC)$.

Từ A kẻ AK vuông góc với SD ($K \in SD$), tương tự, chứng minh được $SK \perp (SCD)$.

Khi đó $SC \perp (AHK)$ suy ra $\widehat{(SBC);(SCD)} = \widehat{(AH;AK)} = \widehat{HAK} = 60^\circ$.

Lại có $\Delta SAB = \Delta SAD \Rightarrow AH = AK$ mà $\widehat{HAK} = 60^\circ$ suy ra tam giác AHK đều.

Tam giác SAB vuông tại S , có $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} \Rightarrow AH = \frac{xa}{\sqrt{x^2 + a^2}}$.

Suy ra $SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \frac{x^2}{\sqrt{x^2 + a^2}} \Rightarrow \frac{SH}{SB} = \frac{x^2}{x^2 + a^2}$.

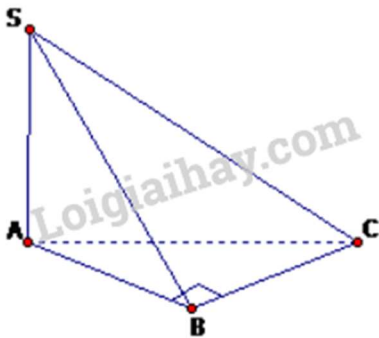
Vì $HK \parallel BD$ suy ra $\frac{SH}{SB} = \frac{HK}{BD} \Leftrightarrow \frac{x^2}{x^2 + a^2} = \frac{xa}{\sqrt{x^2 + a^2} \cdot a\sqrt{2}} \Leftrightarrow \frac{x}{\sqrt{x^2 + a^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow x = a$.

Câu 28. Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông tại B , $AB = a\sqrt{2}$, $AC = a\sqrt{3}$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SB = a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$

Phương pháp

Công thức tính thể tích chóp $V = \frac{1}{3}h.S_{ABC}$

Lời giải chi tiết



Tam giác ABC vuông tại B nên

$$BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = a$$

$$\Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot BC = \frac{1}{2}a\sqrt{2} \cdot a = \frac{a^2\sqrt{2}}{2}$$

Tam giác SAB vuông tại A có $SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = a$

$$\text{Vậy thể tích khối chóp S.ABC là } V_{S.ABC} = \frac{1}{3}S_{ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \frac{a^2\sqrt{2}}{2} a = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$$