ĐỀ THI HỌC KÌ II – Đề số 2

Môn: Toán - Lớp 11

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Mục tiêu

- Ôn tập các kiến thức học kì 2 của chương trình sách giáo khoa Toán 11.

- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm và tự luận Toán học.

- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dàn trải các kiến thức học kì 2 – chương trình Toán 11.

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

PHẦN I.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,25 điểm**)

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	C	C	A	A	B	C	D	A	B	B	C	B

PHẦN II.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là **1 điểm**

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được **0,1** điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được **0,25** điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được **0,50** điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 04 ý trong 1 câu hỏi được **1** điểm.

Câu 1	**Câu 2**	**Câu 3**	**Câu 4**
a) Đúng	**a) Đúng**	**a) Sai**	**a) Sai**
b) Đúng	**b) Sai**	**b) Đúng**	**b) Đúng**
c) Sai	**c) Đúng**	**c) Đúng**	**c) Sai**
d) Đúng	**d) Sai**	**d) Đúng**	**d) Đúng**

PHẦN III.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,5 điểm**)

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	$\frac{2}{3}$	0	32	**2**	$\sqrt{2}$	$M(-1+\sqrt{3};2-\sqrt{3})$, $M(-1-\sqrt{3};2+\sqrt{3})$

Câu 1: Cho hàm số $f(x)=\frac{x^3}{3}-\frac{3}{2}x^2-4x+6$. Phương trình $f'(x)=0$ có nghiệm là

A. $x=-1$

B. $x=1,\ x=4$

C. $x=-1,\ x=4$

D. $x=0,\ x=3$

Phương pháp

Sử dụng công thức đạo hàm.

Cách giải

$$f'(x)=\left(\frac{x^3}{3}-\frac{3}{2}x^2-4x+6\right)'=3x^2-3x-4=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-1\\x=4\end{array}\right.$$

Đáp án C.

Câu 2: Gọi (d) là tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=f(x)=-x^3+x$ tại điểm $M(-2;6)$. Phương trình của (d) là

A. y = -11x +30.

B. y = 13x + 34.

C. y = -11x – 16.

D. y = 13x – 18.

Phương pháp

Phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C): $y=f(x)=-x^3+x$ tại điểm $M(x_0;f(x_0))$. là:

$y=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$

Trong đó:

$M(x_0;f(x_0))$ gọi là tiếp điểm.

$k=f'(x_0)$ là hệ số góc.

Cách giải

$y'=f'(x)=\left(-x^3+x\right)'=-3x^2+1$

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị $y=f(x)=-x^3+x$ tại điểm $M(x_0;f(x_0))$.

$y'=f'(-2)(x+2)+6=-11(x+2)+6=-11x-16$

Đáp án C.

Câu 3: Tính $\lim\limits_{x\to 3}\frac{\sqrt{x+1}-2}{9-x^2}$ bằng

A. $-\frac{1}{24}$

B. $-\frac{1}{6}$

C. $\frac{1}{6}$

D. $\frac{1}{24}$

Phương pháp

Phân tích tử thức và mẫu thức sao cho xuất hiện nhân tử chung

Cách giải

$$\lim_{x\to3}\frac{\sqrt{x+1}-2}{9-x^2}=\lim_{x\to3}\frac{x-3}{\left(9-x^2\right)\left(\sqrt{x+1}+2\right)}=\lim_{x\to3}\frac{-1}{(x+3)\left(\sqrt{x+1}+2\right)}=\frac{-1}{24}$$

Đáp án A.

Câu 4: Cho $u=u(x),v=v(x),v(x)\neq0$; với k là hằng số. Hãy chọn khẳng định **sai**?

A. $\left(\frac{1}{v}\right)'=-\frac{v'}{v}$

B. $(k.u)'=k.u'$

C. $(k.u)'=k.u'$

D. $(u.v)'=u'.v+u.v'$

Phương pháp

Áp dụng công thức tính đạo hàm

Cách giải

$\left(\frac{1}{v}\right)'=-\frac{v'}{v^2}$

$(k.u)'=k.u'$

$(k.u)'=k.u'$

$(u.v)'=u'.v+u.v'$

Đáp án A.

Câu 5: Đạo hàm của hàm số $y=\frac{2x-1}{1-x}$ là

A. $y'=\frac{3}{(-x+1)^2}$

B. $y'=\frac{1}{(x-1)^2}$

C. $y'=\frac{-1}{(1-x)^2}$

D. $y'=\frac{-3}{(1-x)^2}$

Phương pháp

Sử dụng công thức tính đạo hàm của hàm phân thức: $y'=\left(\dfrac{ax+b}{cx+d}\right)'=\dfrac{ad-bc}{(cx+d)^2}$

Cách giải

$y'=\left(\dfrac{2x-1}{1-x}\right)'=\left(\dfrac{2x-1}{-x+1}\right)'=\dfrac{1}{(-x+1)^2}$

Đáp án B.

Câu 6: Cho hàm số: $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-1}{x-1} & khi\ x\neq 1\\ m & khi\ x=1\end{cases}$. Để f(x) liên tục tại điểm $x_0 = 1$ thì m bằng:

A. -1

B. 1

C. 2

D. 0

Phương pháp

Điều kiện để hàm số liên tục tại $x=x_0$:

$\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=f(x_0)$

Cách giải

Hàm số đã cho xác định trên R

Ta có:

$f(1)=m$

$\lim\limits_{x\to 1} f(x)=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-1}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{1}{x+1}=\dfrac{1}{2}$

Hàm số liên tục tại $x=1$ khi $f(1)=\lim\limits_{x\to 1} f(x)\Leftrightarrow m=\dfrac{1}{2}$

Vậy khi $m =$ 2 thì hàm số liên tục tại $x=1$

Đáp án C.

Câu 7: Tìm đạo hàm của hàm số sau $y=x^4-3x^2+2x-1$

A. $y'=4x^3-3x+2$

B. $y'=4x^4-6x+2$

C. $y'=4x^3-6x+3$

D. $y'=4x^3-6x+2$

Phương pháp

Sử dụng công thức tính đạo hàm của hàm hợp

Cách giải

$y'=4x^3-6x+2$

Đáp án D.

Câu 8: Cho hàm số $f(x)=\dfrac{ax^2+4x+3}{3x-2ax^2},(a\in R,a\neq 0)$. Khi đó $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ bằng

A. $-\frac{1}{2}$

B. $+\infty$

C. $\frac{a}{3}$

D. $-\infty$

Phương pháp

Nhận dạng: $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{f(x)}{g(x)}$

TH$_1$: Nếu *f(x)* , *g(x)* là các đa thức thì chia cả tử và mẫu cho lũy thừa cao nhất của *x*.
TH$_2$: Nếu *f(x)* , *g(x)* chứa căn thì có thể chia cả tử và mẫu cho lũy thừa cao nhất của *x* hoặc nhân lượng liên hợp

Cách giải

$$\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{ax^2+4x+3}{3x-2ax^2}=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x^2(a+\frac{4}{x}+\frac{3}{x^2})}{x^2(-2a+\frac{3}{x})}=\frac{a}{-2a}=\frac{-1}{2}$$

Đáp án A.

Câu 9: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và SA vuông góc mặt đáy (ABC), $SB=2a$, $AB=a$ (tham khảo hình vẽ). Tính góc giữa SB và $mp(ABC)$

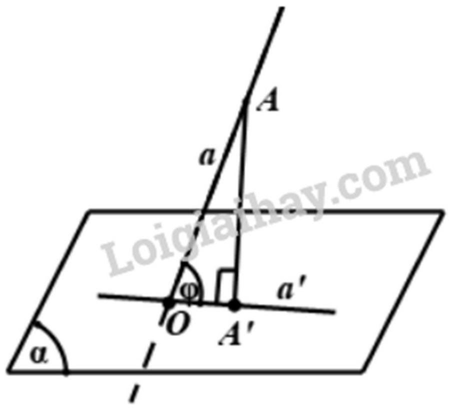
A. 90°.

B. 60°.

C. 45°.

D. 30°.

Phương pháp

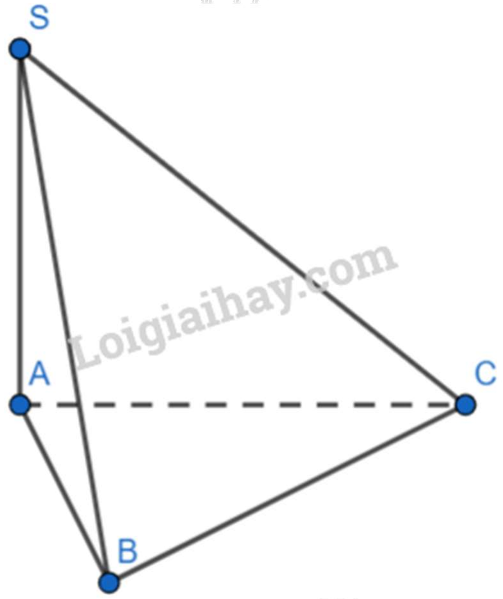


Bước 1: Tìm giao điểm O của đường thẳng *a* và (α)

Bước 2: Xác định hình chiếu *A'* của điểm *A* xuống (α)

Bước 3: Suy ra: $(AO,(\alpha))=(AO,A'O)=\widehat{AOA'}$

Cách giải



Do $SA \perp (ABC)$ nên A là hình chiếu của S lên (ABC)

Ta có: $\left(SB,(ABC)\right) = (SB, AB)$

Xét ΔSAB vuông tại A có:

$$\tan\left(SB, AB\right) = \tan\widehat{SBA} = \frac{SA}{AB} = \frac{\sqrt{SB^2 - AB^2}}{AB} = \frac{a\sqrt{3}}{a} = \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \widehat{SBA} = 60^0$$

Đáp án B.

Câu 10: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $(SDC) \perp (SAC)$

B. $(SCD) \perp (SAD)$

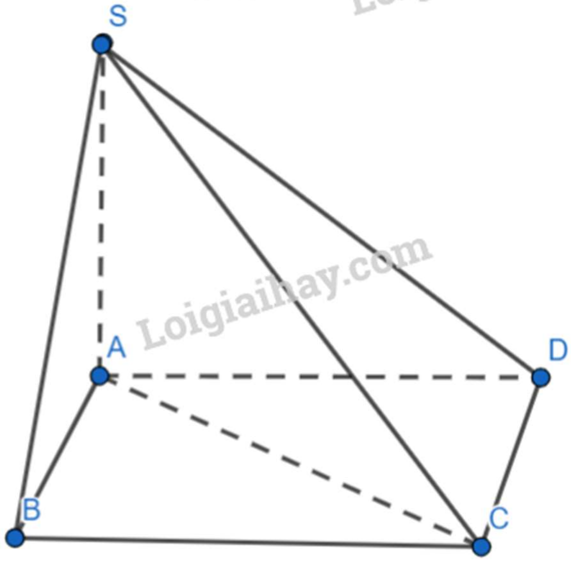
C. $(SBD) \perp (SAC)$

D. $(SBC) \perp (SAC)$

Phương pháp

Sử dụng định lý đường thẳng vuông góc với mặt phẳng và hai mặt phẳng vuông góc với nhau

Cách giải



Ta có:

$$\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \\ SA, AD \subset (SAD) \\ SA \cap AD \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD)$$

$CD \subset (SCD) \Rightarrow (SCD) \perp (SAD)$

Đáp án B.

Câu 11: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thoi tâm O và SA = SC, SB = SD. Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. $AC \perp (SBD)$

B. $AB \perp (SAD)$

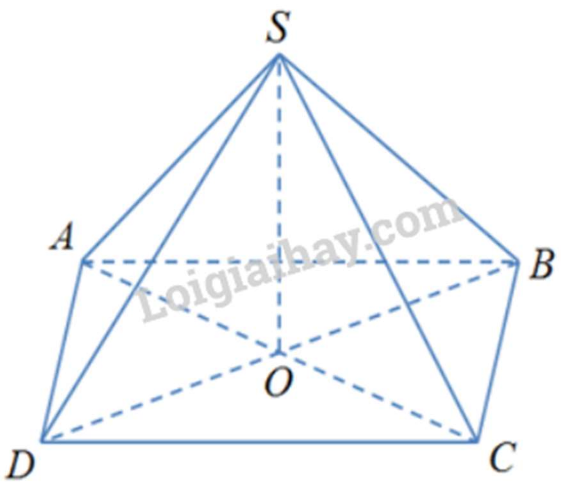
C. $AC \perp (SBD)$

D. $SO \perp (ABCD)$

Phương pháp

Sử dụng định lý đường thẳng vuông góc với mặt phẳng

Cách giải



Ta có:

$$\begin{cases} AC \perp BD \\ AC \perp SO \\ BD, SO \subset (SBD) \\ BD \cap SO \end{cases} \Rightarrow AC \perp (SBD)$$

Đáp án C.

Câu 12: Với hàm số $g(x) = \dfrac{(2x+1)(2-3x)^2}{x-1}; g'(2)$ bằng

A. 232.

B. 72.

C. 152.

D. -75.

Phương pháp

Sử dụng phương tính đạo hàm của hàm hợp

Cách giải

$$g'(x) = \left[\frac{(2x+1)(2-3x)^2}{x-1}\right]' = \left(\frac{18x^3 - 15x^2 - 4x + 4}{x-1}\right)'$$

$$= \frac{(18x^3 - 15x^2 - 4x + 4)'(x-1) - (18x^3 - 15x^2 - 4x + 4)(x-1)'}{(x-1)^2}$$

$$= \frac{36x^3 - 69x^2 + 30x}{(x-1)^2}$$

$g'(2) = 72$

Đáp án B.

Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Trong một chiếc hộp có 20 viên bi, trong đó có 8 viên bi màu đỏ, 7 viên bi màu xanh và 5 viên bi màu vàng. Lấy ngẫu nhiên ra 3 viên bi

a) Xác suất để 3 viên bi lấy ra đều màu đỏ là $\dfrac{14}{285}$

b) Xác suất để 3 viên bi lấy ra có không quá hai màu là $\dfrac{43}{57}$.

c) Xác suất để 3 viên bi lấy ra đều có màu vàng là $\dfrac{1}{7}$.

d) Xác suất để 3 viên bi lấy ra có đủ cả ba màu là $\dfrac{14}{57}$.

Phương pháp

Cách 1: Liệt kê các phần tử của không gian mẫu và biến cố rồi chúng ta đếm.

Cách 2: Sử dụng các quy tắc đếm để xác định số phần tử của không gian mẫu và biến cố.

Cách giải

Không gian mẫu: $(\Omega) = C_{20}^3 = 1140$

a) Gọi A là biến cố: "3 viên bi lấy ra đều màu đỏ"; $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{C_8^3}{C_{20}^3}=\dfrac{56}{1140}=\dfrac{14}{285}$

b) B là biến cố: "3 viên bi lấy ra có không quá hai màu"

TH1: Số cách lấy ra 3 viên bi lấy ra chỉ có một màu: $C_8^3+C_7^3+C_5^3=101$

TH2: Số cách lấy ra 3 viên bi lấy ra chỉ có đúng hai màu: $\left[C_{15}^3-\left(C_8^3+C_7^3\right)\right]+\left[C_{13}^3-\left(C_8^3+C_5^3\right)\right]+\left[C_{12}^3-\left(C_5^3+C_7^3\right)\right]=759$

Nên: $P(B)=\dfrac{n(B)}{n(\Omega)}=\dfrac{101+759}{1140}=\dfrac{43}{57}$

c) C là biến cố: "3 viên bi lấy ra đều có màu vàng"; $P(C)=\dfrac{n(C)}{n(\Omega)}=\dfrac{C_5^3}{C_{20}^3}=\dfrac{10}{1140}=\dfrac{1}{114}$

d) D là biến cố: "3 viên bi lấy ra có đủ cả ba màu": $P(D)=\dfrac{n(D)}{n(\Omega)}=\dfrac{C_8^1.C_7^1.C_5^1}{C_{20}^3}=\dfrac{280}{1140}=\dfrac{14}{57}$

Đáp án:

a) Đúng

b) Đúng

c) Sai

d) Đúng

Câu 2: Cho hàm số có đồ thị (C): $y=f(x)=\dfrac{x-2}{x-1}$

a) Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm M có tung độ bằng 4 là : $y=9x-2$

b) Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm M là giao của đồ thị hàm số với trục hoành là $y=x+2$

c) Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm M là giao của đồ thị hàm số với trục tung là: $y=x+2$

d) Phương trình tiếp tuyến của (C) biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $(d): y=-x+1$ là $y=-\dfrac{2}{5}x+1$

Phương pháp

Bước 1: Gọi $M(x_0; f(x_0))$ là tọa độ tiếp điểm của tiếp tuyến của (C) thì $f'(x_0) = k$

Bước 2: Giải phương trình $f'(x_0) = k$ với ẩn là x_0.

Bước 3: Phương trình tiếp tuyến của (C) có dạng $y = k(x - x_0) + f(x_0)$.

Cách giải

$y'=f'(x)=\left(\dfrac{x-2}{x-1}\right)'=\dfrac{1}{(x-1)^2}$

a) Gọi $M(x_0;y_0)$ là tiếp điểm. M có tung độ bằng 4 nên $M(\dfrac{2}{3};4)$

Gọi k là hệ số góc của tiếp tuyển tại M nên $k=f'\left(\dfrac{2}{3}\right)=9$

Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm $M(\dfrac{2}{3};4)$ là $y=9(x-\dfrac{2}{3})+4$ *hay* $y=9x-2$

b) Gọi $M(x_0;y_0)$ là tiếp điểm. M là giao của đồ thị với trục hoành nên $M(2;0)$

Gọi k là hệ số góc của tiếp tuyển tại M nên $k=f'(2)=1$

Phương trình tiếp tuyến của (C) (C) tại điểm $M(2;0)$ là $y=x-2$

c) Gọi $M(x_0;y_0)$ là tiếp điểm.

M là giao điểm của đồ thị với trục tung nên $M(0;2)$

Gọi k là hệ số góc của tiếp tuyến tại M. Khi đó $k = f'(0) = 1$

Phương trình tiếp tuyến tại M là: $y = (x-0)+2$ *hay* $y = x+2$

d) Gọi k là hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị (C)

Do tiếp tuyến vuông góc với $(d): y = -x+1$ nên $-1.k = -1 \Leftrightarrow k = 1$

Gọi $M(x_0, y_0) \in (C)$ mà tiếp tuyến của (C) tại M có hệ số góc $k = 1$

$$f'(x_0) = 1 \Rightarrow \frac{1}{(x-1)^2} = 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0 = 2 \\ x_0 = 0 \end{array}\right.$$

* Với $x_0 = 2$ ta có $y_0 = f(2) = 0 \Rightarrow M_1(2;0) \in (C)$

Phương trình tiếp tuyến của (C) tại $M_1(2;0)$) là $y = x-2$

* Với $x_0 = 0$ ta có $y_0 = f(0) = 2 \Rightarrow M_2(0;2) \in (C)$

Phương trình tiếp tuyến của (C) tại $M_2(0;2)$ là $y = x+2$

Đáp án

a) **Đúng**
b) **Sai**
c) **Đúng**
d) **Sai**

Câu 3: Cho hình chóp S.ABC có SA ⊥ (ABC), SA = *h*. Gọi M, N, P tương ứng là trung điểm của SA, SB, SC.

a) $d((MNP),(ABC)) = h$

b) $d(NP,(ABC)) = \dfrac{h}{2}$

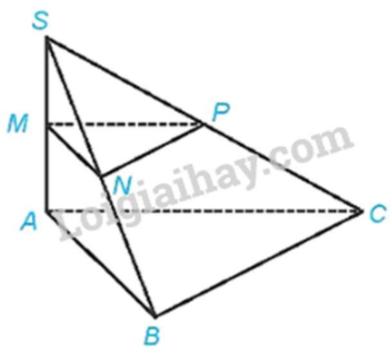
c) $d(A,(SBC)) = \dfrac{ah}{\sqrt{a^2+h^2}}$

d) $(MNP)//(ABC)$

Phương pháp

Sử dụng phương pháp tính khoảng cách từ điểm đến mặt phẳng và khoảng cách từ đường thẳng đến mặt phẳng

Cách giải



a) Xét tam giác SAB có M là trung điểm của SA, N là trung điểm của SB nên MN là đường trung bình của tam giác SAB. Suy ra $MN//AB$, do đó $MN//(ABC)$

Xét tam giác SBC có N là trung điểm của SB, P là trung điểm của SC nên PN là đường trung bình của tam giác SBC. Suy ra $PN//BC$, do đó $PN//(ABC)$

Khi đó, $d((MNP),(ABC)) = d(M,(ABC))$

Vì $SA \perp (ABC)$ nên $MA \perp (ABC)$. Do đó $d(M,(ABC)) = MA$

Vì M là trung điểm SA nên $AM=\frac{SA}{2}=\frac{h}{2}$

Do đó $d((MNP),(ABC))=\frac{h}{2}$

b) Vì $PN//(ABC)$ nên $d(NP,(ABC))=d(N,(ABC))$

Vì $MN//(ABC)$ nên $d(N,(ABC))=d(M,(ABC))=MA=\frac{h}{2}$

Vậy $d(N,(ABC))=\frac{h}{2}$

c) Vì tam giác ABC là tam giác vuông tại B nên $BC\perp AB$

Vì $SA\perp(ABC)$ nên $SA\perp BC$ mà $BC\perp AB$ nên $BC\perp(SAB)$, suy ra $(SBC)\perp(SAB)$

Kẻ $AH\perp SB$ tại H

Vì $\begin{cases}(SBC)\perp(SAB)\\(SBC)\cap(SAB)=SB\\AH\subset(SAB)\\AH\perp SB\end{cases}\Rightarrow AH\perp(SBC)$

Khi đó $d(A,(SBC))=AH$

Vì $SA\perp(SBC)$ nên $SA\perp AB$

Xét tam giác SAB vuông tại A, AH là đường cao, có:

$$\frac{1}{AH^2}=\frac{1}{SA^2}+\frac{1}{AB^2}=\frac{1}{h^2}+\frac{1}{a^2}=\frac{a^2+h^2}{a^2h^2}\Rightarrow AH=\frac{ah}{\sqrt{a^2+h^2}}$$

Vậy $d(A,(SBC))=\frac{ah}{\sqrt{a^2+h^2}}$

d) $MN//(ABC)$ mà $MN\subset(MNP)\Rightarrow(MNP)//(ABC)$

Đáp án

a) Sai

b) Đúng

c) Đúng

d) Đúng

Câu 4: Cho hàm số $y=\sin x$

a) Đạo hàm của hàm số là $y'=-cosx$

b) Biểu thức $y'(\frac{\pi}{2})=0$

c) Biểu thức $y''(\frac{\pi}{2})=0$

d) Biểu thức $y^{(2024)}=\sin(x+1012\pi)$

Phương pháp

Sử dụng công thức tính đạo hàm của hàm số lượng giác

Cách giải

a) $y'=(\sin x)'=cosx$

b) $y'(\frac{\pi}{2})=\cos\frac{\pi}{2}=0$

$y''=(cosx)'=-\sin x$

c) $y''\left(\frac{\pi}{2}\right)=-1$

d) $y^{(n)}=\sin(x+n\frac{\pi}{2})$

$y^{(2024)}=\sin(x+1012\pi)$

Đáp án

a) Sai

b) Đúng

c)Sai

d) Đúng

Phần III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6

Câu 1. Tính giới hạn: $\lim\limits_{x\to 2}\frac{\sqrt{4x+1}-3}{x-2}$

Phương pháp

Sử dụng phương pháp nhân liên hợp và phân tích thành nhân tử

Cách giải

$$\lim\limits_{x\to 2}\frac{\sqrt{4x+1}-3}{x-2}=\lim\limits_{x\to 2}\frac{4x-8}{(x-2)\left(\sqrt{4x+1}+3\right)}=\lim\limits_{x\to 2}\frac{4(x-2)}{(x-2)\left(\sqrt{4x+1}+3\right)}=\lim\limits_{x\to 2}\frac{4}{\left(\sqrt{4x+1}+3\right)}=\frac{2}{3}$$

Đáp án

$\frac{2}{3}$

Câu 2 . Cho hàm số: $y=\left(x^4-1\right)^4$. Tính $y'(1)$

Phương pháp

Sử dụng công thức tính đạo hàm của hàm hợp

Cách giải

$y'=\left[\left(x^4-1\right)^4\right]'=4.\left(x^4-1\right)^3.4x^3=16x^3\left(x^4-1\right)^3$

$y'(1)=0$

Đáp án

$y'(1)=0$

Câu 3. Với mức tiêu thụ thức ăn cho cá hàng ngày của hộ gia đình A không đổi như dự định thì lượng thức ăn dự trữ sẽ hết sau 50 ngày. Nhưng trên thực tế, mức tiêu thụ thức ăn tăng thêm 3% từ ngày đầu tiên và cứ tiếp tục như vậy, ngày sau tăng thêm 3% so với ngày kề trước đó. Hỏi thực tế, lượng thức ăn dự trữ đó sẽ hết sau bao nhiêu ngày? (làm tròn đến hàng đơn vị).

Phương pháp

Lượng thức ăn mà trang trại ăn hết ở ngày thứ k là: $M(1+r\%)^{k-1}, k\in N^*$

Trong đó:

M: là lượng thứ ăn trang trại ăn hết trong mỗi ngày

r (%): là % mức tiêu thụ thức ăn tăng thêm mỗi ngày

Cách giải

Theo dự định, mỗi ngày, trang trại ăn hết: $1:50=\frac{1}{50}$ (lượng thức ăn)

Lượng thức ăn mà trang trại ăn hết ở ngày thứ k là: $\frac{1}{50}(1+3\%)^{k-1}, k \in N^*$

Xác định số tự nhiên n nhỏ nhất để:

$$\frac{1}{50}+\frac{1}{50}(1+3\%)+\frac{1}{50}(1+3\%)^2+...+\frac{1}{50}(1+3\%)^{n-1}\ge 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{50}(1+1,03+1,03^2+...+1,03^{n-1})\ge 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{50}.\frac{1,03^{n-1}-1}{1,03-1}\ge 1 \Leftrightarrow 1,03^{n-1}-1\ge 1,5 \Leftrightarrow 1,03^{n-1}\ge 2,5 \Leftrightarrow n-1\ge \log_{1,03}2,5 \Leftrightarrow n\ge 31,99 \Rightarrow n_{Min}=32$$

Đáp án

32

Câu 4. Tìm m để hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-3x+2}{x-1} & khi\ x\ne 1\\ 1-mx & khi\ x=1\end{cases}$ liên tục tại điểm $x_0=1$

Phương pháp

Bước 1: Tính $f(x_0)=f_2(x_0)$

Bước 2: Tính $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=\lim\limits_{x\to x_0} f_1(x)=L$

Bước 3: Nếu $f_2(x_0)=L$ thì hàm số f(x) liên tục tại x_0

Nếu $f_2(x_0)\ne L$ thì hàm số f(x) không liên tục tại x_0.

(Đối với bài toán tìm tham số m để hàm số liên tục tại x_0, ta thay bước 3 thành: Giải phương trình L = $f_2(x_0)$, tìm m)

Cách giải

Hàm số đã cho xác định trên R

Ta có: $f(1)=1-m$

$$\lim_{x\to 1} f(x)=\lim_{x\to 1}\frac{x^2-3x+2}{x-1}=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x-2)}{x-1}=\lim_{x\to 1}(x-2)=-1$$

Để hàm số liên tục tại x = 1 khi $f(1)=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-3x+2}{x-1}\Leftrightarrow 1-m=-1\Leftrightarrow m=2$

Đáp án

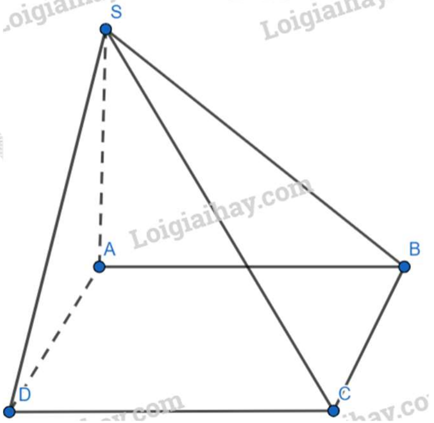
2

Câu 5. Cho hình chóp S.ABCD đáy là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA $\perp$ (ABCD) và SA = $a\sqrt{2}$. Tính tan của góc giữa hai mp (SBC) và (ABCD).

Phương pháp

Sử dụng phương pháp tính góc giữa hai mặt phẳng

Cách giải



$\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA\ (Do\ SA \perp (ABCD)) \\ AB, SA \subset (SAB) \\ AB \cap SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB)$ $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp AB$

$\Rightarrow BC \perp SB$

Ta có: $\begin{cases} (SBC) \cap (ABCD) = BC \\ SB \subset (SBC), SB \perp BC \\ AB \subset (ABCD), AB \perp BC \end{cases} \Rightarrow \left((SBC),(ABCD)\right) = (SB, AB)$

Do $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp AB$. Xét tam giác SAB vuông tại A có:

$$\tan(SB, AB) = \tan \widehat{SBA} = \frac{SA}{AB} = \frac{a\sqrt{2}}{a} = \sqrt{2}$$

Đáp án

$\sqrt{2}$

Câu 6. Cho hàm số $y = \dfrac{2x-1}{x+1}$. Tìm tọa độ điểm M thuộc đồ thị sao cho khoảng cách từ điểm $I(-1;2)$ tới tiếp tuyến của đồ thị tại M là lớn nhất.

Phương pháp

Lập biểu thức tính khoảng cách từ điểm $I(-1;2)$ tới tiếp tuyến của đồ thị

Sử dụng BĐT Cauchy để tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

Cách giải

Giả sử $M(x_0; 2 - \dfrac{3}{x_0+1}) \in (C)$. PTTT của (C) tại M là:

$$y = \frac{3}{(x_0+1)^2}(x - x_0) + 2 - \frac{3}{x_0+1} \quad (\Delta)$$

$$(\Delta): \frac{3}{(x_0+1)^2}x - y + \left[\frac{3x_0}{(x_0+1)^2} + 2 - \frac{3}{x_0+1}\right] = 0$$

Hay $(\Delta): \dfrac{3}{(x_0+1)^2}x - y + 2 - \dfrac{3}{(x_0+1)^2} = 0$

$$d(I,\Delta) = \frac{\left|\frac{3}{(x_0+1)^2}x_0 - (2 - \frac{3}{x_0+1}) + 2 - \frac{3}{(x_0+1)^2}\right|}{\sqrt{\frac{9}{(x_0+1)^4} + 1}} = \frac{6|x_0+1|}{\sqrt{9 + (x_0+1)^4}} = \frac{6}{\sqrt{\frac{9}{(x_0+1)^2} + (x_0+1)^2}}$$

Áp dụng BĐT Cauchy: $\frac{9}{(x_0+1)^2}+(x_0+1)^2 \ge 2\sqrt{9}=6 \Rightarrow d \le \sqrt{6}$

Dấu "=" xảy ra khi $\frac{9}{(x_0+1)^2}=(x_0+1)^2 \Leftrightarrow x_0=-1\pm\sqrt{3}$

Vậy có hai điểm cần tìm là $M(-1+\sqrt{3};2-\sqrt{3})$ hoặc $M(-1-\sqrt{3};2+\sqrt{3})$

Đáp án

$M(-1+\sqrt{3};2-\sqrt{3})$ hoặc $M(-1-\sqrt{3};2+\sqrt{3})$