ĐỀ THI HỌC KÌ II – Đề số 3

Môn: Toán - Lớp 11

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Mục tiêu

- Ôn tập các kiến thức học kì 2 của chương trình sách giáo khoa Toán 11.

- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm và tự luận Toán học.

- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dàn trải các kiến thức học kì 2 – chương trình Toán 11.

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

PHẦN I.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,25 điểm**)

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	C	D	B	C	A	A	C	B	D	D	B	B

PHẦN II.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là **1 điểm**

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được **0,1** điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được **0,25** điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được **0,50** điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 04 ý trong 1 câu hỏi được **1** điểm.

Câu 1	**Câu 2**	**Câu 3**	**Câu 4**
a) Sai	**a) Đúng**	**a) Đúng**	**a) Sai**
b) Đúng	**b) Đúng**	**b) Đúng**	**b) Đúng**
c) Sai	**c) Đúng**	**c) Đúng**	**c) Đúng**
d) Sai	**d) Sai**	**d) Đúng**	**d) Sai**

PHẦN III.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,5 điểm**)

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	$\frac{7}{4}$	$\frac{-9}{4}$	12 triệu	0	$\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$	$\frac{a\sqrt{6}}{6}$

Câu 1: Đạo hàm của hàm số $f\left(x\right)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{x^3+2x^2+x+4}-2}{x+1} & \text{khi } x\ne -1\\ 0 & \text{khi } x=-1\end{cases}$ tại $x=-1$ là:

A. 0

B. Không tồn tại.

C. $-\dfrac{1}{4}$

D. $\dfrac{1}{2}$

Phương pháp

Sử dụng Định nghĩa đạo hàm :

$f'(x_0)=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{\Delta y}{\Delta x}$ **hoặc** $f'(x_0)=\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$

Cách giải

$$f'(-1)=\lim_{x\to -1}\frac{f(x)-f(-1)}{x-(-1)}=\lim_{x\to -1}\frac{\dfrac{\sqrt{x^3+2x^2+x+4}-2}{x+1}-0}{x+1}=\lim_{x\to -1}\frac{\sqrt{x^3+2x^2+x+4}-2}{\left(x+1\right)^2}$$

$$=\lim_{x\to -1}\frac{x^3+2x^2+x+4-4}{\left(x+1\right)^2(\sqrt{x^3+2x^2+x+4}+2)}=\lim_{x\to -1}\frac{x^3+2x^2+x}{\left(x+1\right)^2(\sqrt{x^3+2x^2+x+4}+2)}$$

$$=\lim_{x\to -1}\frac{x(x^2+2x+1)}{\left(x+1\right)^2(\sqrt{x^3+2x^2+x+4}+2)}=\lim_{x\to -1}\frac{x}{\sqrt{x^3+2x^2+x+4}+2}=\frac{-1}{4}$$

Đáp án C.

Câu 2: Đạo hàm của hàm số $y=\sqrt{4x^2+3x+1}$ là hàm số nào sau đây?

A. $y=12x+3$.

B. $y=\dfrac{8x+3}{\sqrt{4x^2+3x+1}}$.

C. $y=\dfrac{1}{2\sqrt{4x^2+3x+1}}$.

D. $y=\dfrac{8x+3}{2\sqrt{4x^2+3x+1}}$.

Phương pháp

Sử dụng công thức tính đạo hàm của hàm hợp $y'=\left(\sqrt{u}\right)'=\dfrac{u'}{2\sqrt{u}}$

Cách giải

$$y'=\left(\sqrt{4x^2+3x+1}\right)'=\frac{\left(4x^2+3x+1\right)'}{2\sqrt{4x^2+3x+1}}=\frac{8x+3}{2\sqrt{4x^2+3x+1}}$$

Đáp án D.

Câu 3: Cho hàm số $f\left(x\right)=ax^3+bx^2+cx+d$ với $a,b,c,d\in R\,;a>0$ và $\begin{cases}d>2021\\ a+b+c+d-2021<0\end{cases}$. Hỏi phương trình $f\left(x\right)-2021=0$ có mấy nghiệm phân biệt?

A. 0

B. 3
C. 2
D. 1
Phương pháp
Sử dụng ứng dụng tính liên tục của hàm số trong chứng minh phương trình có nghiệm
Cách giải

$g(x)=f(x)-2021=ax^3+bx^2+cx+d-2021$

$g(0)=d-2021>0$

$g(1)=a+b+c+d-2021<0$

Ta có: $\lim\limits_{x\to\infty}\left(ax^3+bx^2+cx+d-2021\right)=+\infty$

Suy ra, tồn tại giá trị $x_1>1$ sao cho $g\left(x_1\right)>0$

Ta có: $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(ax^3+bx^2+cx+d-2021\right)=-\infty$

Suy ra, tồn tại $x_2<0$ sao cho $g\left(x_2\right)>0$

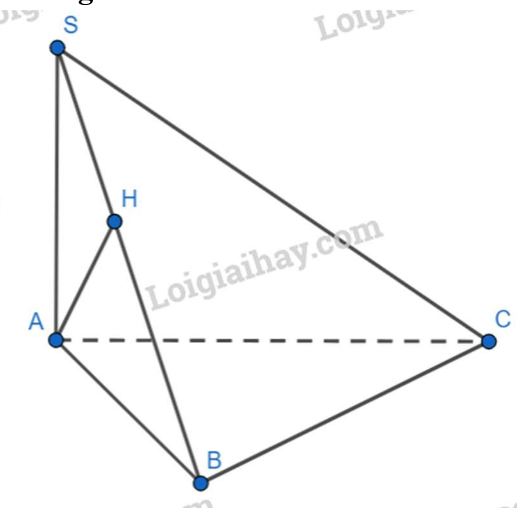
Ta có: $\begin{cases} g\left(x_1\right).g(1)<0 \\ g(0).g(1)<0 \\ g\left(x_2\right).g(0)<0 \end{cases}$

Suy ra, $g\left(x\right)=0$ có ba nghiệm phân biệt

Đáp án B.

Câu 4: Cho hình chóp *S.ABC* có *SA* ⊥ *(ABC)* và *ΔABC* vuông ở *B*. *AH* là đường cao của *ΔSAB*. Khẳng định nào sau đây sai ?
A. $SA\perp BC$
B. $AH\perp BC$
C. $AH\perp AC$
D. $AH\perp SC$

Phương pháp
Sử dụng định lý đường vuông góc với mặt phẳng
Cách giải



Đáp án B,D.

Ta có: $\begin{cases} BC \perp BA \\ BC \perp SA \\ SA, BA \subset (SAB) \\ SA \cap BA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AH$

Mặt khác:

$\begin{cases} AH \perp BC \\ AH \perp SB \\ SB, BC \subset (SBC) \\ SB \cap BC \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBC)$

$\Rightarrow AH \perp BC; AH \perp SC$

Đáp án A: $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp BC$

Đáp án C.

Câu 5: Cho hàm số $y = \dfrac{x-1}{x-2}$, tiếp tuyến tại giao điểm của đồ thị hàm số với trục hoành có phương trình là:

A. $y = -x + 1$

B. $y = -x + 2$

C. $y = -2x + 1$

D. $y = -x - 1$

Phương pháp

Phương trình tiếp tuyến tại điểm $M(x_0, f(x_0))$ là: $y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$

Cách giải

Giao điểm của đồ thị hàm số với trục hoành là $M(1;0)$

$y' = \left(\dfrac{x-1}{x-2}\right)' = \dfrac{-1}{(x-2)^2}$

$y'(1) = -1$

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm M là:

$y = f'(1)(x-1) + 0 = -1(x-1) + 0$

$y = -x + 1$

Đáp án A.

Câu 6: Trong không gian, cho α là góc giữa 2 mặt phẳng *(P)* và *(Q)* nào đó. Hỏi góc α thuộc đoạn nào?

A. $\left[0^0; 90^0\right]$

B. $\left[0^0; 180^0\right]$

C. $\left[90^0; 180^0\right]$

D. $\left[-90^0; 90^0\right]$

Phương pháp

Dựa trên lý thuyết về góc giữa hai mặt phẳng và góc giữa hai đường thẳng:

1. Cho hai mặt phẳng *(P)* và *(Q)*. Lấy các đường thẳng *a, b* tương ứng vuông góc với *(P)* và *(Q)*. Khi đó, góc giữa *a* và *b* không phụ thuộc vào vị trí của *a* và *b* và được gọi là góc giữa hai mặt phẳng *(P)* và *(Q)*.

2. Với hai đường thẳng *a, b* bất kỳ: $0^0 \le (a, b) \le 90^0$

Cách giải

Góc $\alpha \in \left[0^0;90^0\right]$

Đáp án A.

Câu 7: Cho hàm số $f(x)=\dfrac{2x-3}{x-1}$, các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. Hàm số liên tục tại $x=2$

B. Hàm số liên tục tại $x=3$

C. Hàm số liên tục tại $x=1$

D. Hàm số liên tục tại $x=-1$

Phương pháp

1.Hàm số $y=f(x)$ xác định trên $K, x_0 \in K$. Khi đó, $y=f(x)$ liên tục tại x_0 khi $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=f(x_0)$

2. Hàm số $y=f(x)$ gián đoạn (không liên tục) tại điểm x_0 khi tồn tại 1 điểm x_0 làm cho hàm số $f(x_0)$ không liên tục.

Cách giải

Hàm số $f(x)=\dfrac{2x-3}{x-1}$ xác định trên $R\setminus\{1\}$

Nên hàm số không liên tục tại $x=1$

Đáp án C.

Câu 8: Biết rằng $\lim\limits_{x\to 2}\left(x^2-2x+m+1\right)=11$. Hỏi m thuộc khoảng nào trong các khoảng sau?

A. $(12;18)$

B. $(9;12)$

C. $(5;8)$

D. $(8;10)$

Phương pháp

Tính $\lim\limits_{x\to 2}\left(x^2-2x+m+1\right)$ theo m

Cách giải

$\lim\limits_{x\to 2}\left(x^2-2x+m+1\right)=2^2-2.2+m+1=m+1$

Ta có: $\lim\limits_{x\to 2}\left(x^2-2x+m+1\right)=11$ nên $m+1=11 \Leftrightarrow m=10$

Đáp án B.

Câu 9: Cho hàm số $y=\sin x-\cos x-2x$. Bất phương trình $y'<0$ có tập nghiệm T là :

A. $T=\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$

B. $T=\left(\dfrac{\pi}{2};2\pi\right)$

C. $T=(-2\pi;2\pi)$

D. $T=R$

Phương pháp

Sử dụng công thức đạo hàm của hàm lượng giác và hàm hợp

Cách giải

$y' = (\sin x - \cos x - 2x)' = \cos x + \sin x - 2 < 0$

$\Leftrightarrow \sqrt{2}\sin(x + \frac{\pi}{4}) - 2 < 0$

$\Leftrightarrow \sin(x + \frac{\pi}{4}) < \sqrt{2}$

Mặt khác, do $-1 \le \sin(x + \frac{\pi}{4}) \le 1, \forall x \in R$ nên $\sin(x + \frac{\pi}{4}) < \sqrt{2}$ đúng $\forall x \in R$

Vậy BPT nghiệm đúng $\forall x \in R$

Đáp án D.

Câu 10: Cho hình chóp *S.ABCD* có *SA* ⊥ *(ABCD)* và đáy *ABCD* là hình vuông. Hỏi *mp(SCD)* vuông góc với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau ?

A. $mp(SBD)$

B. $mp(SAC)$

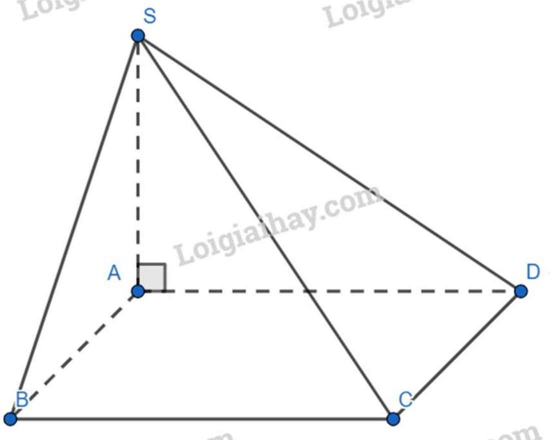
C. $mp(SAB)$

D. $mp(SAD)$

Phương pháp

Sử dụng định lý hai mặt phẳng vuông góc với nhau

Cách giải



Ta có:

$$\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \\ SA, AD \subset (SAD) \\ SA \cap AD \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD)$$

$CD \subset (SCD) \Rightarrow (SCD) \perp (SAD)$

Đáp án D.

Câu 11: Cho hình chóp *S.ABCD* có đáy *ABCD* là hình vuông cạnh a, *SA* vuông góc với mặt đáy *ABCD* và C. Hỏi khoảng cách từ điểm *A* tới mặt phẳng *(SBC)* bằng:

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$

B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

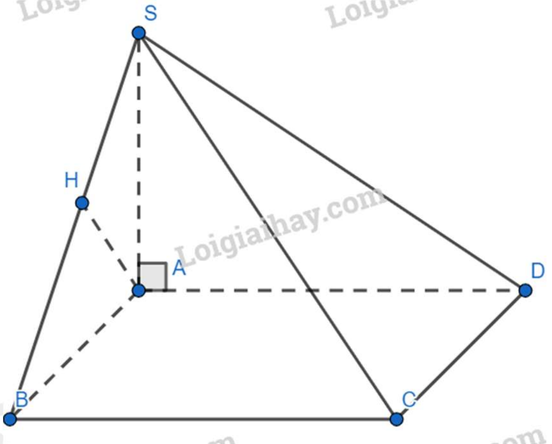
C. $\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$

D. $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$

Phương pháp

Hạ $AH \perp SB \Rightarrow d(A,(SBC)) = AH$

Cách giải



Ta có:

$$\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \\ AB, SA \subset (SAB) \\ AB \cap SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AH$$

Mặt khác,

$$\begin{cases} AH \perp SB \\ AH \perp BC \\ SB, BC \subset (SBC) \\ SB \cap BC \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBC)$$

$\Rightarrow d(AH,(SBC)) = AH$

Xét tam giác SAB vuông tại A ta có :

$$AH = \frac{SA.AB}{\sqrt{SA^2 + AB^2}} = \frac{a\sqrt{3}.a}{\sqrt{(a\sqrt{3})^2 + a^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow d(AH,(SBC)) = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Đáp án B.

Câu 12: Cho hình chóp tứ giác đều *S.ABCD*. Đáy *ABCD* là hình vuông tâm *O*, gọi *I* là trung điểm của cạnh *AD*. Hỏi góc giữa 2 mặt phẳng *(SAD)* và *(ABCD)* là:

A. $\widehat{SIO}$

B. $\widehat{SOI}$

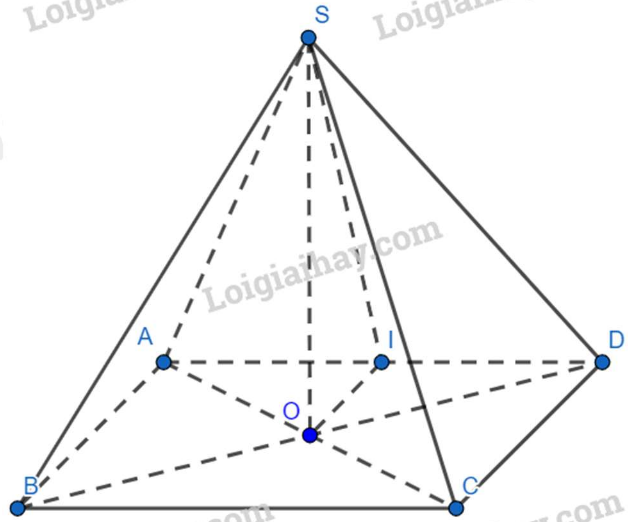
C. $\widehat{OSI}$

D. $\widehat{SAO}$

Phương pháp

Sử dụng phương tính xác định góc giữa hai mặt phẳng

Cách giải



Xét tam giác ADC có: OI là đường trung bình

Suy ra: $OI//CD$ (tính chất đường trung bình)

Do $ABCD$ là hình vuông nên $CD \perp AD$

Suy ra: $OI \perp AD$

Ta có:

$$\begin{cases} AD \perp OI - cmt \\ AD \perp SO \ (SO \perp (ABCD)) \\ OI, SO \subset (SOI) \\ OI \cap SO \end{cases} \Rightarrow AD \perp (SOI)$$

$\Rightarrow AD \perp SI$

Ta có:

$$\begin{cases} (SAD) \cap (ABCD) = AD \\ SI \subset (SAD), SI \perp AD \\ OI \subset (ABCD), OI \perp AD \end{cases} \Rightarrow \left((SAD),(ABCD)\right) = (SI, OI)$$

Xét tam giác SOI vuông tại O: $(SI, OI) = \widehat{SOI}$

Đáp án B.

Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Một chất điểm chuyển động có phương trình chuyển động là $s = s(t) = 2t^2 + t - 1$ (t được tính bằng giây, s được tính bằng mét)

a) Đạo hàm của hàm số $s(t)$ tại thời điểm t_0 là: $t_0 + 4$

b) Vận tốc tức thời của chuyển động tại thời điểm $t = 2$ là $9\,(m/s)$

c) Vận tốc tức thời của chuyển động tại thời điểm $t = 5$ là 12 (m/s)

d) Vận tốc trung bình của chất điểm trong khoảng thời gian từ $t = 0$ tới $t = 2s$ là 5 (m/s)

Phương pháp

Phương trình vận tốc của chất điểm: $v(t) = s'(t)$

Phương trình gia tốc của chất điểm: $a(t) = v'(t)$

Cách giải

a) Đạo hàm của hàm số $s(t)$ tại thời điểm t_0

Ta có:

$$f'(t_0)=\lim_{t\to t_0}\frac{f(t)-f(t_0)}{t-t_0}=\lim_{t\to t_0}\left(\frac{2t^2+t-1-(2t_0{}^2+t_0-1)}{t-t_0}\right)$$
$$=\lim_{t\to t_0}\left(\frac{(t-t_0)\left[2\left(t+t_0\right)+1\right]}{t-t_0}\right)=\lim_{t\to t_0}\left[2\left(t+t_0\right)+1\right]=4t_0+1$$

b) Phương trình vận tốc của chất điểm là: $v(t)=s'=s'(t)=4t+1$

Vận tốc tức thời của chuyển động tại thời điểm t = 2 (s) là: $v(2)=4.2+1=9\ (m/s)$

c) Vận tốc tức thời của chuyển động tại thời điểm t = 5 (s) là: $v(5)=4.5+1=21\ (m/s)$

d) Trong khoảng thời gian từ $t=0$ tới $t=2s$ thì chất điểm di chuyển được quãng đường: $4.2+2-1=9(m)$

Suy ra vận tốc trung bình của chất điểm trong khoảng thời gian 2s kể từ thời điểm $t=0$ là:

$$\bar{v}=\frac{\Delta s}{\Delta t}=\frac{9-0}{2-0}=4,5(m/s)$$

Đáp án:

a) Sai

b) Đúng

c) Sai

d) Sai

Câu 2: Cho hàm số có đồ thị (C): $y=f(x)=x^2+2x-4(C)$

a) Hệ số góc của tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ $x_0=1$ thuộc (C) là $k=2$

b) Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ $x_0=0$ thuộc (C) là $y=2x-4$

c) Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm có tung độ $y_0=-1$ là: $y=4x-5$ hoặc $y=-4x-13$

d) Phương trình tiếp tuyến của (C) biết hệ số góc của tiếp tuyến $k=-4$ là $y=-4x-13$

Phương pháp

Bước 1: Gọi M(x_0; f(x_0)) là tọa độ tiếp điểm của tiếp tuyến của (C) thì f'(x_0) = k

Bước 2: Giải phương trình f'(x_0) = k với ẩn là x_0.

Bước 3: Phương trình tiếp tuyến của (C) có dạng y = k(x – x_0) + f(x_0).

Cách giải

$y'=f'(x)=\left(x^2+2x-4\right)'=2x+2$

a) Hệ số góc của tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ $x_0=1$ là $k=y'(1)=4$

b) Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ $x_0=0$ thuộc (C) là:

$y=y'(0)(x-0)+y(0)\Leftrightarrow y=2x-4$

c) Với $y_0=-1\Rightarrow y=x_0^2+2x_0-4=-1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_0=1\\x_0=-3\end{array}\right.$. Vậy có hai tiếp điểm thuộc (C) có tung độ $y_0=-1$ là $\left(1;-1\right)$ và $\left(-3;-1\right)$. Nên ta có:

Phương trình tiếp tuyến tại điểm $\left(1;-1\right)$ là: $y=y'(1)(x-1)+y(1)\Leftrightarrow y=4x-5$

Phương trình tiếp tuyến tại điểm $\left(-3;-1\right)$ là: $y=y'(-3)(x+3)+y(-3)\Leftrightarrow y=-4x-13$

d)Gọi $M\left(a;b\right)$ là tiếp điểm của tiếp tuyến của đồ thị (C) với hệ số góc $k=-4$

$\Rightarrow y'(a)=-4\Leftrightarrow 2a+2=-4\Leftrightarrow a=-3\Rightarrow b=-1$

Suy ra phương trình tiếp tuyến với hệ số góc $k=-4$ là $y=-4(x+3)-1\Leftrightarrow y=-4x-13$

Đáp án

a) Đúng

b) **Đúng**
c) **Đúng**
d) **Sai**

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông tâm O và SA vuông góc với đáy. Gọi H, I, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên SB, SC, SD.

a) $CD \perp (SAD)$

b) $SC \perp (SAC)$

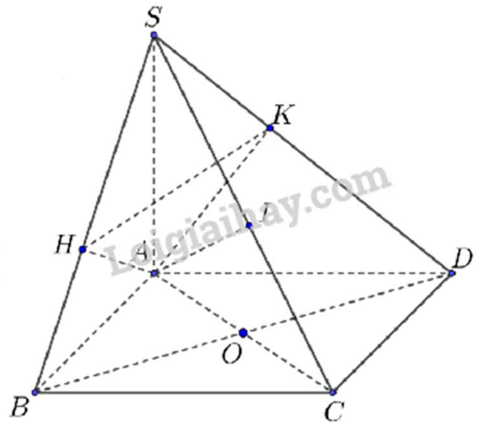
c) $SC \perp HK$

d) $HK \perp AI$

Phương pháp

Sử dụng định lý đường thẳng vuông góc với mặt phẳng

Cách giải



a) Do ABCD là hình vuông nên $CD \perp AD \subset (SAD)(1)$

$SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp CD(2)$

Trong (SAD): $SA \cap AD = A, (3)$

Từ (1), (2) và (3) nên $CD \perp (SAD)$

b) Do ABCD là hình vuông nên $BD \perp AC(4)$

$SA \perp (ABCD); BD \subset (ABCD) \Rightarrow SA \perp BD$ (5)

Trong (SAC): $SA \cap AC = A, (6)$

Từ (4), (5) và (6) nên $BD \perp (SAC)$

c)Ta có: $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \\ AB, SA \subset (SAB) \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB)$ mà $AH \subset (SAB) \Rightarrow AH \perp BC$

Lại có $AH \perp SB$ nên theo hệ quả, ta được $AH \perp SC$

Theo câu (a), $CD \perp (SAD)$ mà $AK \subset (SAD)$ nên $AK \perp CD$

Lại có AK là đường cao của tam giác $SAD \Rightarrow AK \perp SD$

Nên theo hệ quả $AK \perp SC$

Trong tam giác AKH: $AH \perp SC, AK \perp SC$ nên theo hệ quả $HK \perp SC$

d)Ta có: $\Delta SAB = \Delta SAD\,(c.g.c) \Rightarrow \dfrac{SH}{SB} = \dfrac{SK}{SD} \Rightarrow HK // BD(7)$

Theo câu (a), $BD \perp (SAC)$ mà $AI \subset (SAC) \Rightarrow BD \perp AI\,(8)$

Từ (7) và (8), $HK \perp AI$

Đáp án

a) Đúng
b) Đúng
c) Đúng
d) Đúng

Câu 4: Gieo ngẫu nhiên một con súc sắc cân đối và đồng chất hai lần.

a) Không gian mẫu là Ω = {(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6), (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6), (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6), (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6)}.

b) Số phần tử của biến cố A: "Tổng số chấm xuất hiện trong hai lần gieo không bé hơn 10" là $n(A)=6$ VÀ Số phần tử của biến cố B: "Mặt 5 chấm xuất hiện ít nhất một lần" là $n(B)=11$

c) Xác suất của biến cố A là $P(A)=\dfrac{1}{6}$

d) Xác suất của biến cố B là $P(B)=\dfrac{5}{36}$

Phương pháp

Sử dụng các quy tắc tính xác suất của biến cố.

Cách giải

a)Phép thử T: "Gieo một con xúc xắc cân đối và đồng chất hai lần"

Ω={(i,j)|i,j=1,2,3,4,5,6}

Ω = {(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6), (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6), (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6), (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6), (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)}

b) A = {(4, 6), (5, 5), (5, 6), (6, 4), (6, 5), (6, 6)} nên n(A) = 6

B = {(1, 5), (2, 5), (3, 5), (4, 5), (5, 5), (6, 5), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6)} nên n(B) = 11

c) $P(A)=\dfrac{6}{36}=\dfrac{1}{6}$

d) $P(B)=\dfrac{11}{36}$

Đáp án

a) Sai
b) Đúng
c) Đúng
d) Sai

Phần III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6

Câu 1. Tính giới hạn: $I=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{x+3}-2x}{x^2-3x+2}$

Phương pháp

Sử dụng phương pháp nhân liên hợp và phân tích thành nhân tử

Cách giải

$$I=\lim\limits_{x\to 1}\frac{\sqrt{x+3}-2x}{x^2-3x+2}=I=\lim\limits_{x\to 1}\frac{x+3-4x^2}{\left(\sqrt{x+3}+2x\right)(x-1)(x-2)}$$

$$I=\lim\limits_{x\to 1}\frac{(x-1)(-4x-3)}{\left(\sqrt{x+3}+2x\right)(x-1)(x-2)}$$

$$I=\lim_{x\to 1}\frac{(-4x-3)}{\left(\sqrt{x+3}+2x\right)(x-2)}$$

$$I=\frac{7}{4}$$

Đáp án

$\frac{7}{4}$

Câu 2 . Cho hàm số : $f(x)=\sin^3\left(\frac{\pi}{3}-2x\right)$. Tính $f'\left(\frac{\pi}{3}\right)$.

Phương pháp

Sử dụng công thức tính đạo hàm của hàm hợp

Cách giải

$$f(x)=\sin^3\left(\frac{\pi}{3}-2x\right)\Rightarrow f'(x)=3\sin^2\left(\frac{\pi}{3}-2x\right).\left[\sin\left(\frac{\pi}{3}-2x\right)\right]'$$

$$f'(x)=3\sin^2\left(\frac{\pi}{3}-2x\right).\cos\left(\frac{\pi}{3}-2x\right).\left(\frac{\pi}{3}-2x\right)'$$

$$f'(x)=3\sin^2\left(\frac{\pi}{3}-2x\right).\cos\left(\frac{\pi}{3}-2x\right).(-2)$$

$$f'(x)=-6\sin^2\left(\frac{\pi}{3}-2x\right).\cos\left(\frac{\pi}{3}-2x\right)$$

$$f'\left(\frac{\pi}{3}\right)=-\frac{9}{4}$$

Đáp án

$-\frac{9}{4}$

Câu 3. Sau khi đỗ Đại học bạn Nam được bố mua cho chiếc xe máy để sử dụng. Xe có giá trị ban đầu là 20 triệu, sau mỗi năm giá trị xe giảm 10% so với năm trước đó. Hỏi sau bao nhiêu năm thì giá trị của xe còn lại là 12 triệu.

Phương pháp

Cách giải

Gọi giá trị của xe năm thứ n là $x_n=12.000.000$ đ, giá trị xe ban đầu là $x_0=20.000.000$ đ và với hao mòn $r=10\%$

Sau một năm giá trị của xe còn lại là: $x_1=x_0-rx_0=x_0(1-r)$

Sau hai năm, giá trị của còn lại là: $x_2=x_1-rx_1=x_1(1-r)=x_0(1-r)^2$

Sau n năm, giá trị của xe còn lại là: $x_n=x_{n-1}-rx_{n-1}=x_{n-1}(1-r)=x_0(1-r)^n$

Do đó, ta có: $n=\log_{(1-r)}\frac{x_n}{x_0}=\log_{(1-10\%)}\frac{12.000.000}{20.000.000}=4.848\approx 5$ năm

Vậy sau 5 năm thì giá trị còn lại của xe là 12.000.000 đ

Đáp án

12.000.000 đ

Câu 4. Tìm *a* để hàm số $f\left(x\right)=\begin{cases}\dfrac{x^3-2x^2+3x-2}{x-1}; & khi\, x\neq 1\\ 2x+a; & khi\, x=1\end{cases}$ liên tục trên R

Phương pháp

Bước 1: Tính $f(x_0)=f_2(x_0)$

Bước 2: Tính $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=\lim\limits_{x\to x_0}f_1(x)=L$

Bước 3: Nếu $f_2(x_0)=L$ thì hàm số f(x) liên tục tại x_0

Nếu $f_2(x_0)\neq L$ thì hàm số f(x) không liên tục tại x_0.

(Đối với bài toán tìm tham số m để hàm số liên tục tại x_0, ta thay bước 3 thành: Giải phương trình $L = f_2(x_0)$, tìm m)

Cách giải

Ta có hàm số liên tục trên $(-\infty;1)$ va $(1;+\infty)$.

Để hs liên tục trên R thì phải liên tục tại $x=1\Rightarrow\lim\limits_{x\to 1}f(x)=f(1)$

$$\lim\limits_{x\to 1}f(x)=\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^3-2x^2+3x-2}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1}(x^2-x+2)=2$$

$f(1)=2+a$

Ta có $\lim\limits_{x\to 1}f(x)=f(1)\Leftrightarrow 2+a=2\Leftrightarrow a=0$.

Đáp án

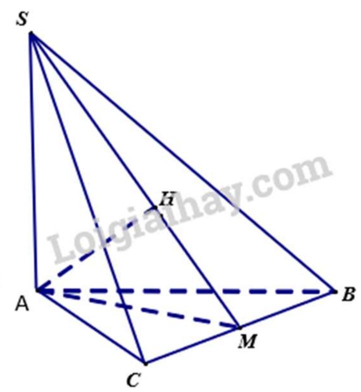
0

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và ABC là tam giác đều cạnh bằng a. Biết khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng $a\sqrt{\dfrac{6}{11}}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$

Phương pháp

Sử dụng phương pháp tính góc giữa hai mặt phẳng

Cách giải



Gọi M là trung điểm của BC thì $AM\perp BC$

Dựng AH vuông góc với SM (H thuộc SM)

Vì $SA\perp\left(ABC\right)$ nên $SA\perp BC$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow BC\perp\left(SAM\right)$

$\Rightarrow AH \perp BC$

Từ (a) và (b) $\Rightarrow AH \perp (SBC)$

$\Rightarrow d(A,(SBC)) = AH = a\sqrt{\frac{6}{11}}$

Xét ΔSAM ta có

$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{(AM)^2} \Leftrightarrow \frac{1}{\left(a\sqrt{\frac{6}{11}}\right)^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2}$

$\Rightarrow SA = \sqrt{2}a$

Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}S_{\Delta ABC}.SA = \frac{1}{3}.\frac{\sqrt{3}}{4}a^2.\sqrt{2}a = \frac{\sqrt{6}}{12}a^3$

Đáp án

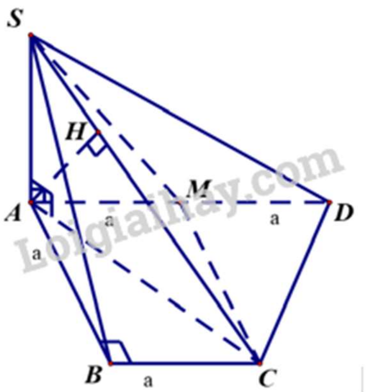
$\frac{\sqrt{6}}{12}a^3$

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và $B.$ Biết $AD = 2a, AB = BC = SA = a.$ Cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy, gọi M là trung điểm của $AD.$ Tính khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (SCD) theo $a.$

Phương pháp

Sử dụng phương pháp tính khoảng cách từ điểm đến mặt phẳng

Cách giải



Ta có:

$\frac{d(M,(SCD))}{d(A,(SCD))} = \frac{DM}{DA} = \frac{1}{2} \Rightarrow d(M,(SCD)) = \frac{1}{2}d(A,(SCD)).$

Vì M là trung điểm của AD nên có: $AM = MD = \frac{1}{2}AD = a.$

Tứ giác $ABCM$ có: $BC // AM$ (gt) và $BC = AM = a$ nên nó là hình bình hành.

Suy ra: $CM = AB = a.$

Tam giác ACD có CM là đường trung tuyến và $CM = AM = MD = \frac{1}{2}AD$ nên tam giác ACD là tam giác vuông tại $C.$

Suy ra: $CD \perp AC.$

Ta có:

$$\begin{cases} CD \perp AC\ (cmt) \\ CD \perp SA\ \left(do\ SA \perp (ABCD)\right) \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAC).$$

Ta có:

$$\begin{cases} CD \perp (SAC) \\ CD \subset (SCD) \end{cases} \Rightarrow (SCD) \perp (SAC).$$

Trong mặt phẳng (SAC), kẻ $AH \perp SC\ (H \in SC)$.

Ta có:

$$\begin{cases} (SCD) \perp (SAC) \\ (SCD) \cap (SAC) = SC \\ AH \perp SC \\ AH \subset (SAC) \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SCD).$$

Suy ra: $d\left(A,(SCD)\right) = AH$.

Tam giác ABC vuông cân tại B có $AB = BC = a$ nên $AC = a\sqrt{2}$.

Tam giác SAC vuông tại A $\left(do\, SA \perp (ABCD)\right)$ có :

$$AH = \frac{AS.AC}{\sqrt{AS^2 + AC^2}} = \frac{a.a\sqrt{2}}{\sqrt{a^2 + 2a^2}} = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

Suy ra: $d\left(A,(SCD)\right) = AH = \dfrac{a\sqrt{6}}{3}$.

Suy ra: $d\left(M,(SCD)\right) = \dfrac{1}{2}.\dfrac{a\sqrt{6}}{3} = \dfrac{a\sqrt{6}}{6}$.

Vậy $d\left(M,(SCD)\right) = \dfrac{a\sqrt{6}}{6}$.

Đáp án

$\dfrac{a\sqrt{6}}{6}$.