

**ĐỀ THI HỌC KÌ II – Đề số 12****Môn: Toán - Lớp 7****Bộ sách Chân trời sáng tạo****BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM****Mục tiêu**

- Ôn tập các kiến thức học kì 2 của chương trình sách giáo khoa Toán 7 – Chân trời sáng tạo.
- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm và tự luận Toán học.
- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dàn trải các kiến thức học kì 2 – chương trình Toán 7.

**Phần trắc nghiệm (3 điểm)**

Em hãy chọn phương án trả lời đúng

**Câu 1:** Trong các phát biểu sau, phát biểu nào đúng?

A.  $\frac{1}{2} = \frac{-2}{4}$ .

B.  $\frac{1}{2} = \frac{5}{10}$ .

C.  $\frac{1}{2} = \frac{3}{4}$ .

D.  $\frac{1}{2} = \frac{-2}{-6}$ .

**Câu 2:** Giá trị x thỏa mãn tỉ lệ thức:  $\frac{6}{x} = \frac{-10}{5}$

A. -30.

B. -3.

C. 3.

D. 30.

**Câu 3:** Trong các công thức sau, công thức nào phát biểu: “Đại lượng y tỉ lệ thuận với đại lượng x theo hệ số tỉ lệ 2”?

A.  $y = 2x$ .

B.  $y = \frac{2}{x}$ .

C.  $y = x + 2$ .

D.  $y = x^2$ .

**Câu 4:** Biểu thức đại số biểu diễn công thức tính diện tích hình thang có 2 đáy độ dài  $a, b$ ; chiều cao  $h$  ( $a, b, h$  có cùng đơn vị đo độ dài)

A.  $ab$ .

B.  $ah$ .

C.  $(a + b)h$ .

D.  $\frac{(a + b)h}{2}$ .

**Câu 5:** Hệ số tự do của đa thức  $-x^7 + 5x^5 - 12x - 22$  là

A.  $-22$ .

B.  $-1$ .

C.  $5$ .

D.  $22$ .

**Câu 6:** Giá trị của đa thức  $g(x) = x^8 + x^4 + x^2 + 1$  tại  $x = -1$  bằng

A.  $-4$ .

B.  $-3$ .

C.  $3$ .

D.  $4$ .

**Câu 7:** Trong các biến cố sau, biến cố nào là biến cố ngẫu nhiên?

A. Trong điều kiện thường nước sôi ở  $100^\circ\text{C}$ .

B. Tháng tư có 30 ngày.

C. Gieo một con xúc xắc 1 lần, số chấm xuất hiện trên mặt con xúc xắc là 7.

D. Gieo hai con xúc xắc 1 lần, tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc là 7.

**Câu 8:** Gieo một đồng xu cân đối, đồng chất 1 lần. Xác suất của biến cố “Đồng xu xuất hiện mặt ngửa” là

A.  $\frac{1}{4}$ .

B.  $\frac{1}{3}$ .

C.  $\frac{1}{2}$ .

D. 1.

**Câu 9:** Cho  $\Delta ABC$  vuông tại A có  $B = 65^\circ$ . Chọn khẳng định đúng.

A.  $AB < BC < AC$ .

B.  $BC > AC > AB$ .

C.  $BC < AC < AB$ .

D.  $AC < AB < BC$ .

**Câu 10:** Cho tam giác ABC có AM là đường trung tuyến, trọng tâm G. Khẳng định nào sau đây đúng?

A.  $AM = 3AG$ .

B.  $AG = 2GM$ .

C.  $3AM = 2AG$ .

D.  $AG = \frac{1}{2}GM$ .

**Câu 11:** Bộ ba số nào là độ dài ba cạnh của một tam giác?

A. 4cm, 5cm, 10cm.

B. 5cm, 5cm, 12cm.

C. 11cm, 11cm, 20cm.

D. 9cm, 20cm, 11cm.

**Câu 12:** Cho  $\Delta ABC$  có  $A = 35^\circ; B = 45^\circ$ . Số đo góc C là:

A.  $70^\circ$ .

B.  $80^\circ$ .

C.  $90^\circ$ .

D.  $100^\circ$ .

**Phần tự luận (7 điểm)**

**Bài 1. (1 điểm)** a) Tính giá trị của biểu thức  $A = (2x + y)(2x - y)$  tại  $x = -2, y = \frac{1}{3}$ .

b) Tìm tất cả các giá trị của  $x$  thoả mãn  $x(3x - 2) - 3x^2 = \frac{3}{4}$ .

.....

.....

.....

.....

.....

**Bài 2. (1 điểm)** Học sinh của ba lớp 7A, 7B, 7C làm 40 tấm thiệp để chúc mừng các thầy cô nhân ngày 20-11, biết số học sinh của ba lớp 7A, 7B, 7C theo thứ tự là 45; 42; 33. Hỏi trong ba lớp trên mỗi lớp làm bao nhiêu tấm thiệp, biết số học sinh tỉ lệ với số thiệp cần làm.

.....

.....

.....

.....

.....

**Bài 3. (1 điểm)** Cho hai đa thức  $A(x) = 5x^4 - 7x^2 - 3x - 6x^2 + 11x - 30$  và

$B(x) = -11x^3 + 5x - 10 + 13x^4 - 2 + 20x^3 - 34x$

a) Thu gọn hai đa thức  $A(x)$  và  $B(x)$  và sắp xếp theo lũy thừa giảm dần của biến.

b) Tính  $A(x) - B(x)$ .

.....

.....

.....

.....

.....

**Bài 4. (3 điểm)** Cho tam giác  $ABC$  cân tại  $A$ . Kẻ  $BH \perp AC; CK \perp AB$  ( $H \in AC; K \in AB$ ).

a) Chứng minh tam giác  $AKH$  là tam giác cân

b) Gọi  $I$  là giao của  $BH$  và  $CK; AI$  cắt  $BC$  tại  $M$ . Chứng minh rằng  $IM$  là phân giác của  $\angle BIC$ .

c) Chứng minh: HK // BC.

.....

.....

.....

.....

**Bài 5. (1 điểm)** Tìm tất cả các số nguyên dương  $x, y, z$  thỏa mãn:

$$\frac{2z-4x}{3} = \frac{3x-2y}{4} = \frac{4y-3z}{2} \text{ và } 200 < y^2 + z^2 < 450.$$

.....

.....

.....

.....

----- Hết -----



## Phần trắc nghiệm

Câu 1: B	Câu 2: B	Câu 3: A	Câu 4: D	Câu 5: A	Câu 6: D
Câu 7: D	Câu 8: C	Câu 9: B	Câu 10: B	Câu 11: C	Câu 12: D

**Câu 1:** Trong các phát biểu sau, phát biểu nào đúng?

A.  $\frac{1}{2} = \frac{-2}{4}$ .

B.  $\frac{1}{2} = \frac{5}{10}$ .

C.  $\frac{1}{2} = \frac{3}{4}$ .

D.  $\frac{1}{2} = \frac{-2}{-6}$ .

## Phương pháp

Dựa vào kiến thức về tỉ lệ thức.

## Lời giải

Ta có:

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} \neq \frac{-2}{4} \text{ nên A sai.}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{5}{10} \text{ nên B đúng.}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} \neq \frac{3}{4} \text{ nên C sai.}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{-3}{-6} \neq \frac{-2}{-6} \text{ nên D sai.}$$

## Đáp án B.

**Câu 2:** Giá trị x thỏa mãn tỉ lệ thức:  $\frac{6}{x} = \frac{-10}{5}$

A. -30.

B. -3.

C. 3.

D. 30.

**Phương pháp**

Dựa vào kiến thức về tỉ lệ thức: Nếu  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  thì  $ad = bc$ .

**Lời giải**

Ta có:  $\frac{6}{x} = \frac{-10}{5}$  nên

$$6.5 = (-10).x$$

$$x = \frac{6.5}{-10}$$

$$x = -3$$

**Đáp án B.**

**Câu 3:** Trong các công thức sau, công thức nào phát biểu: “Đại lượng y tỉ lệ thuận với đại lượng x theo hệ số tỉ lệ 2”?

A.  $y = 2x$ .

B.  $y = \frac{2}{x}$ .

C.  $y = x + 2$ .

D.  $y = x^2$ .

**Phương pháp**

Sử dụng kiến thức về hai đại lượng tỉ lệ thuận: Nếu đại lượng y tỉ lệ thuận với đại lượng x theo hệ số tỉ lệ là a thì ta có công thức  $y = ax$

**Lời giải**

Đại lượng y tỉ lệ thuận với đại lượng x theo hệ số tỉ lệ 2 nên  $y = 2x$ .

**Đáp án A.**

**Câu 4:** Biểu thức đại số biểu diễn công thức tính diện tích hình thang có 2 đáy độ dài a, b; chiều cao h ( a, b, h có cùng đơn vị đo độ dài)

A.  $ab$ .

B.  $ah$ .

C.  $(a + b)h$ .

D.  $\frac{(a + b)h}{2}$ .

**Phương pháp**

Sử dụng công thức tính diện tích hình thang để viết biểu thức.

**Lời giải**

Biểu thức đại số biểu diễn công thức tính diện tích hình thang có 2 đáy độ dài  $a, b$ ; chiều cao  $h$  ( $a, b, h$  có

cùng đơn vị đo độ dài) là:  $\frac{(a+b).h}{2}$ .

**Đáp án D.**

**Câu 5:** Hệ số tự do của đa thức  $-x^7 + 5x^5 - 12x - 22$  là

A.  $-22$ .

B.  $-1$ .

C.  $5$ .

D.  $22$ .

**Phương pháp**

Hệ số của hạng tử bậc 0 gọi là hệ số tự do của đa thức đó.

**Lời giải**

Hệ số tự do của đa thức  $-x^7 + 5x^5 - 12x - 22$  là  $-22$ .

**Đáp án A.**

**Câu 6:** Giá trị của đa thức  $g(x) = x^8 + x^4 + x^2 + 1$  tại  $x = -1$  bằng

A.  $-4$ .

B.  $-3$ .

C.  $3$ .

D.  $4$ .

**Phương pháp**

Thay  $x = -1$  vào đa thức để tính giá trị.

**Lời giải**

Thay  $x = -1$  vào đa thức  $g(x)$  ta được:

$$g(x) = (-1)^8 + (-1)^4 + (-1)^2 + 1 = 1 + 1 + 1 + 1 = 4$$

**Đáp án D.**

**Câu 7:** Trong các biến cố sau, biến cố nào là biến cố ngẫu nhiên?

A. Trong điều kiện thường nước sôi ở  $100^\circ\text{C}$ .

B. Tháng tư có 30 ngày.

C. Gieo một con xúc xắc 1 lần, số chấm xuất hiện trên mặt con xúc xắc là 7.

D. Gieo hai con xúc xắc 1 lần, tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc là 7.



**Phương pháp**

Dựa vào kiến thức về các loại biến cố.

**Lời giải**

Biến cố “Gieo hai con xúc xắc 1 lần, tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc là 7” là biến cố ngẫu nhiên.

**Đáp án D.**

**Câu 8:** Gieo một đồng xu cân đối, đồng chất 1 lần. Xác suất của biến cố “Đồng xu xuất hiện mặt ngửa” là

A.  $\frac{1}{4}$ .

B.  $\frac{1}{3}$ .

C.  $\frac{1}{2}$ .

D. 1.

**Phương pháp**

Dựa vào kiến thức về xác suất của các biến cố đồng khả năng.

**Lời giải**

Do đồng xu cân đối nên biến cố “Đồng xu xuất hiện mặt ngửa” và “Đồng xu xuất hiện mặt sấp” là đồng khả năng nên xác suất của 2 biến cố này bằng nhau và bằng  $\frac{1}{2}$ .

**Đáp án C.**

**Câu 9:** Cho  $\Delta ABC$  vuông tại A có  $B = 65^\circ$ . Chọn khẳng định đúng.

A.  $AB < BC < AC$ .

B.  $BC > AC > AB$ .

C.  $BC < AC < AB$ .

D.  $AC < AB < BC$ .

**Phương pháp**

Dựa vào mối quan hệ giữa góc và cạnh đối nhau trong một tam giác và định lý tổng ba góc của một tam giác bằng  $180^\circ$ .

**Lời giải**

Tam giác ABC vuông tại A có  $B = 65^\circ$  nên

$$C = 180^\circ - A - B = 180^\circ - 90^\circ - 65^\circ = 25^\circ.$$

Vì  $A > B > C$  ( $90^\circ > 65^\circ > 25^\circ$ ) nên  $BC > AC > AB$ .

**Đáp án B.**

**Câu 10:** Cho tam giác ABC có AM là đường trung tuyến, trọng tâm G. Khẳng định nào sau đây đúng?

A.  $AM = 3AG$ .

B.  $AG = 2GM$ .

C.  $3AM = 2AG$ .

D.  $AG = \frac{1}{2}GM$ .

**Phương pháp**

Dựa vào kiến thức về trọng tâm của tam giác.

**Lời giải**

Vì G là trọng tâm của tam giác ABC nên  $AG = \frac{2}{3}AM$  suy ra  $GM = AM - AG = AM - \frac{2}{3}AM = \frac{1}{3}AM$ .

$$\text{Suy ra } \frac{GM}{AG} = \frac{\frac{1}{3}AM}{\frac{2}{3}AM} = \frac{1}{2} \text{ hay } AG = 2GM.$$

**Đáp án B.**

**Câu 11:** Bộ ba số nào là độ dài ba cạnh của một tam giác?

A. 4cm, 5cm, 10cm.

B. 5cm, 5cm, 12cm.

C. 11cm, 11cm, 20cm.

D. 9cm, 20cm, 11cm.

**Phương pháp**

Dựa vào quan hệ giữa các cạnh của một tam giác.

**Lời giải**

Ta có:

$4 + 5 = 9 < 10$ , ba độ dài 4cm, 5cm, 10cm không thỏa mãn một bất đẳng thức tam giác nên không là độ dài ba cạnh của một tam giác.

$5 + 5 = 10 < 12$ , ba độ dài 5cm, 5cm, 12cm không thỏa mãn một bất đẳng thức tam giác nên không là độ dài ba cạnh của một tam giác.

$11 > 20 - 11 = 9$ , ba độ dài 11cm, 11cm, 20cm thỏa mãn điều kiện của bất đẳng thức tam giác nên đây có thể là độ dài ba cạnh của một tam giác.

$11 = 20 - 9$ , ba độ dài 9cm, 20cm, 11cm không thỏa mãn một bất đẳng thức tam giác nên không là độ dài ba cạnh của một tam giác.

**Đáp án C.**

**Câu 12:** Cho  $\triangle ABC$  có  $A = 35^\circ; B = 45^\circ$ . Số đo góc C là:

A.  $70^\circ$ .

B.  $80^\circ$ .

C.  $90^\circ$ .

D.  $100^\circ$ .

**Phương pháp**

Dựa vào định lí tổng ba góc của một tam giác bằng  $180^\circ$ .

**Lời giải**

Số đo góc C là:

$$\begin{aligned} C &= 180^\circ - A - B \\ &= 180^\circ - 35^\circ - 45^\circ \\ &= 100^\circ \end{aligned}$$

**Đáp án D.**

**Phần tự luận.**

**Bài 1. (1 điểm)** a) Tính giá trị của biểu thức  $A = (2x + y)(2x - y)$  tại  $x = -2, y = \frac{1}{3}$ .

b) Tìm tất cả các giá trị của  $x$  thỏa mãn  $x(3x - 2) - 3x^2 = \frac{3}{4}$ .

**Phương pháp**

a) Thay  $x = -2, y = \frac{1}{3}$  vào A để tính giá trị biểu thức.

b) Sử dụng các phép tính với đa thức một biến để tìm giá trị của x.

**Lời giải**

a) Tại  $x = -2, y = \frac{1}{3}$  ta có

$$\begin{aligned}
 A &= \left[ 2 \cdot (-2) + \frac{1}{3} \right] \left[ 2 \cdot (-2) - \frac{1}{3} \right] \\
 &= \left( -4 + \frac{1}{3} \right) \left( -4 - \frac{1}{3} \right) \\
 &= \frac{-11}{3} \cdot \frac{-13}{3} \\
 &= \frac{143}{9}.
 \end{aligned}$$

$$\text{b) } x(3x - 2) - 3x^2 = \frac{3}{4}$$

$$3x^2 - 2x - 3x^2 = \frac{3}{4}$$

$$-2x = \frac{3}{4}$$

$$x = \frac{-3}{8}.$$

$$\text{Vậy } x = \frac{-3}{8}.$$

**Bài 2. (1 điểm)** Học sinh của ba lớp 7A, 7B, 7C làm 40 tấm thiệp để chúc mừng các thầy cô nhân ngày 20-11, biết số học sinh của ba lớp 7A, 7B, 7C theo thứ tự là 45; 42; 33. Hỏi trong ba lớp trên mỗi lớp làm bao nhiêu tấm thiệp, biết số học sinh tỉ lệ với số thiệp cần làm.

### Phương pháp

Gọi số tấm thiệp của ba lớp 7A, 7B, 7C lần lượt là  $x, y, z$  ( $x, y, z \in \mathbb{N}^*$ )

Viết phương trình dựa vào đề bài.

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau để tìm  $x, y, z$ .

### Lời giải

Gọi số tấm thiệp của ba lớp 7A, 7B, 7C lần lượt là  $x, y, z$  ( $x, y, z \in \mathbb{N}^*$ )

Vì có 40 tấm thiệp nên  $x + y + z = 40$

Vì số học sinh tỉ lệ với số thiệp cần làm nên ta có  $\frac{x}{45} = \frac{y}{42} = \frac{z}{33}$ .

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có:

$$\frac{x}{45} = \frac{y}{42} = \frac{z}{33} = \frac{x + y + z}{45 + 42 + 33} = \frac{40}{120} = \frac{1}{3}$$

Từ đó ta tính được  $(x, y, z) = (15; 14; 11)$ .

Vậy số tấm thiệp của ba lớp 7A, 7B, 7C lần lượt là 15; 14; 11.

**Bài 3. (1 điểm)** Cho hai đa thức  $A(x) = 5x^4 - 7x^2 - 3x - 6x^2 + 11x - 30$  và

$$B(x) = -11x^3 + 5x - 10 + 13x^4 - 2 + 20x^3 - 34x$$

a) Thu gọn hai đa thức  $A(x)$  và  $B(x)$  và sắp xếp theo lũy thừa giảm dần của biến.

b) Tính  $A(x) - B(x)$ .

### Phương pháp

Thực hiện tính toán với đa thức một biến.

### Lời giải

$$a) A(x) = 5x^4 - 7x^2 - 3x - 6x^2 + 11x - 30$$

$$= 5x^4 + (-7x^2 - 6x^2) + (-3x + 11x) - 30$$

$$= 5x^4 - 13x^2 + 8x - 30$$

$$B(x) = -11x^3 + 5x - 10 + 13x^4 - 2 + 20x^3 - 34x$$

$$= 13x^4 + (-11x^3 + 20x^3) + (5x - 34x) + (-10 - 2)$$

$$= 13x^4 + 9x^3 - 29x - 12$$

$$b) A(x) - B(x) = (5x^4 - 13x^2 + 8x - 30) - (13x^4 + 9x^3 - 29x - 12)$$

$$= 5x^4 - 13x^2 + 8x - 30 - 13x^4 - 9x^3 + 29x + 12$$

$$= (5x^4 - 13x^4) - 9x^3 - 13x^2 + (8x + 29x) + (-30 + 12)$$

$$= -8x^4 - 9x^3 - 13x^2 + 37x - 18$$

**Bài 4. (3 điểm)** Cho tam giác  $ABC$  cân tại  $A$ . Kẻ  $BH \perp AC; CK \perp AB$  ( $H \in AC; K \in AB$ ).

a) Chứng minh tam giác  $AKH$  là tam giác cân

b) Gọi  $I$  là giao của  $BH$  và  $CK; AI$  cắt  $BC$  tại  $M$ . Chứng minh rằng  $IM$  là phân giác của  $\angle BIC$ .

c) Chứng minh:  $HK \parallel BC$ .

### Phương pháp

a) Chứng minh  $\triangle ABH = \triangle ACK$  theo trường hợp cạnh huyền – góc nhọn. suy ra  $AH = AK$  nên tam giác  $AKH$  là tam giác cân.

b) Chứng minh  $\angle P_1 = \angle N_1$  nên  $\triangle AKI = \triangle AHI$  theo trường hợp cạnh huyền – cạnh góc vuông suy ra

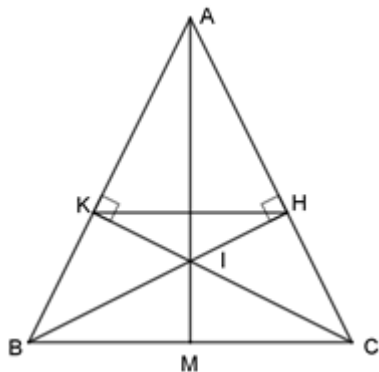
$$AIK = AIH$$

Từ đó ta có  $CIM = BIM$  nên  $IM$  là phân giác của góc  $BIC$

c) Từ tam giác cân  $ABC$  và  $AHK$  ta có  $ABC = \frac{180^\circ - A}{2}$ ,  $AKH = \frac{180^\circ - A}{2}$  nên  $ABC = AKH$ .

Mà hai góc này ở vị trí đồng vị nên  $HK \parallel BC$ .

**Lời giải**



a) Xét  $\triangle ABH$  và  $\triangle ACK$  có:

$$\angle AHB = \angle AKC = 90^\circ \text{ (vì } BH \perp AC; CK \perp AB)$$

$$AB = AC \text{ (}\triangle ABC \text{ cân);}$$

góc  $A$  chung;

Do đó:  $\triangle ABH = \triangle ACK$  (cạnh huyền – góc nhọn).

$$\Rightarrow AH = AK \Rightarrow \triangle AHK \text{ cân tại } A \text{ (đpcm).}$$

b) Xét  $\triangle AKI$  và  $\triangle AHI$  có:  $\angle AKI = \angle AHI = 90^\circ$  (vì  $BH \perp AC; CK \perp AB$ )

$$AK = AH \text{ (}\triangle AHK \text{ cân tại } A);$$

cạnh  $AI$  chung;

Do đó:  $\triangle AKI = \triangle AHI$  (cạnh huyền – cạnh góc vuông).

$$\Rightarrow \angle AIK = \angle AIH.$$

Mà:  $\angle AIK = \angle CIM; \angle AIH = \angle BIM$  (2 góc đối đỉnh).

Do đó:  $CIM = BIM \Rightarrow IM$  là phân giác của góc  $BIC$  (đpcm).

$$\text{c) } \triangle ABC \text{ cân tại } A \text{ nên: } \angle ABC = \frac{180^\circ - A}{2}.$$

$$\triangle AHK \text{ cân tại } A \text{ nên: } \angle AKH = \frac{180^\circ - A}{2}.$$

Suy ra  $\angle ABC = \angle AKH$ .

Mà 2 góc này ở vị trí đồng vị.

Do đó:  $KH \parallel BC$  (đpcm).

**Bài 5. (1 điểm)** Tìm tất cả các số nguyên dương  $x, y, z$  thỏa mãn:

$$\frac{2z-4x}{3} = \frac{3x-2y}{4} = \frac{4y-3z}{2} \text{ và } 200 < y^2 + z^2 < 450.$$

**Phương pháp**

Biến đổi  $\frac{2z-4x}{3} = \frac{3x-2y}{4} = \frac{4y-3z}{2}$  thành  $\frac{6z-12x}{9} = \frac{12x-8y}{16} = \frac{8y-6z}{4}$ .

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau để suy ra  $\frac{2z-4x}{3} = \frac{3x-2y}{4} = \frac{4y-3z}{2} = 0$

Từ đó ta có  $6z = 12x = 8y$ .

Đặt  $6z = 12x = 8y = 24k (k > 0) \Rightarrow (x; y; z) = (2k; 3k; 4k)$

Tìm  $k$  dựa vào  $200 < y^2 + z^2 < 450$

Từ đó tính được  $x, y, z$ .

**Lời giải**

Ta có  $\frac{2z-4x}{3} = \frac{3x-2y}{4} = \frac{4y-3z}{2}$  nên

$$\frac{3(z-4x)}{3 \cdot 3} = \frac{4(3x-2y)}{4 \cdot 4} = \frac{2(4y-3z)}{2 \cdot 2}$$

$$\frac{6z-12x}{9} = \frac{12x-8y}{16} = \frac{8y-6z}{4}$$

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau, ta có:

$$\frac{6z-12x}{9} = \frac{12x-8y}{16} = \frac{8y-6z}{4} = \frac{6z-12x+12x-8y+8y-6z}{9+16+4} = \frac{0}{29} = 0$$

$$\text{Do đó } \begin{cases} 6z-12x=0 \\ 12x-8y=0 \text{ hay } 6z=12x=8y. \\ 8y-6z=0 \end{cases}$$

Đặt  $6z = 12x = 8y = 24k (k > 0)$  ta được  $(x; y; z) = (2k; 3k; 4k)$

Theo giả thiết  $200 < y^2 + z^2 < 450$  hay  $200 < 9k^2 + 16k^2 < 450$

suy ra  $200 < 25k^2 < 450 \Rightarrow k \in \{3; 4\}$

Từ đó tìm được  $(x; y; z) \in \{(6; 9; 12); (8; 12; 16)\}$