

ĐỀ CƯƠNG ÔN TẬP HỌC KÌ 2**Môn: Toán - Lớp 7****Bộ sách Kết nối tri thức****BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM****Mục tiêu**

- Ôn tập và củng cố lại các kiến thức, áp dụng giải các dạng bài tập liên quan của chương trình học kì 2 sách giáo khoa Toán 7 – Kết nối tri thức.
- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm và tự luận Toán học.
- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dàn trải các kiến thức học kì 2 – chương trình Toán 7.

A. NỘI DUNG ÔN TẬP**Đại số****1. Tỷ lệ thức và đại lượng tỉ lệ**

- Tỷ lệ thức
- Tính chất của dãy tỉ số bằng nhau
- Đại lượng tỉ lệ thuận
- Đại lượng tỉ lệ nghịch

2. Biểu thức đại số và đa thức một biến

- Biểu thức đại số
- Đa thức một biến
- Phép tính với đa thức một biến (Phép cộng và phép trừ, Phép nhân, Phép chia)

Hình học**1. Quan hệ giữa các yếu tố trong tam giác**

- Quan hệ giữa góc và cạnh đối diện trong tam giác
- Quan hệ giữa đường vuông góc và đường xiên
- Quan hệ giữa ba cạnh của một tam giác
- Sự đồng quy của ba đường trung tuyến, ba đường phân giác trong một tam giác
- Sự đồng quy của ba đường trung trực, ba đường cao trong một tam giác

2. Một số hình khối trong thực tiễn

- Hình hộp chữ nhật và hình lập phương
- Hình lăng trụ đứng tam giác và hình lăng trụ đứng tứ giác

Xác suất

- Làm quen với biến cố
- Làm quen với xác suất của biến cố

B. BÀI TẬP**I. Phần trắc nghiệm**

Câu 1: Từ tỉ lệ thức $\frac{-4}{6} = \frac{8}{-12}$ **không** lập được tỉ lệ thức nào sau đây?

A. $\frac{-12}{6} = \frac{-4}{8}$.

B. $\frac{6}{-4} = \frac{-12}{8}$.

C. $\frac{-4}{8} = \frac{6}{-12}$.

D. $\frac{8}{-4} = \frac{-12}{6}$.

Câu 2: Từ đẳng thức $2.15 = 6.5$, ta có thể lập được tỉ lệ thức nào?

A. $\frac{2}{5} = \frac{5}{15}$.

B. $\frac{2}{15} = \frac{6}{5}$.

C. $\frac{2}{6} = \frac{5}{15}$.

D. $\frac{2}{5} = \frac{15}{6}$.

Câu 3: Cho biết x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận, khi $x = 5$ thì $y = 15$. Hệ số tỉ lệ k của y đối với x là:

A. 10.

B. 75.

C. $\frac{1}{3}$.

D. 3.

Câu 4: Cho y và x là hai đại lượng tỉ lệ nghịch, biết rằng khi $x = -3$ thì $y = 2$. Công thức liên hệ giữa y và x là:

A. $y = \frac{-2}{3}x$.

B. $y = \frac{-6}{x}$.

C. $y = -6x$.

D. $y = \frac{6}{x}$.

Câu 5: Tìm 2 số x, y biết: $\frac{x}{3} = \frac{y}{5}$ và $x + y = -32$

- A. $x = 20; y = 12$.
- B. $x = -12; y = 20$.
- C. $x = -12; y = -20$.
- D. $x = -20; y = -12$.

Câu 6: Có bao nhiêu đơn thức trong các biểu thức sau: $-x\frac{3}{5}x^3$; $2+x$; $6x^3$; x ; $\frac{x}{x-1}$?

- A. 3.
- B. 4.
- C. 1.
- D. 5.

Câu 7: Bậc của đa thức $x^3 - x^2 + 7x - 9$ là

- A. 1.
- B. 2.
- C. -9.
- D. 3.

Câu 8: Đa thức nào là đa thức một biến?

- A. $27x^2 - 3y + 15$.
- B. $2022x^3 - x^2 + 15$.
- C. $5xy - x^3 + 1$.
- D. $xyz - 2xy + 5$.

Câu 9: Thu gọn đa thức $P = x^3y - 5xy^3 + 2x^3y + 5xy^3$ bằng:

- A. $3x^3y - 10xy^3$.
- B. $-x^3y$.
- C. $x^3y + 10xy^3$.
- D. $3x^3y$.

Câu 10: Đa thức $x - 2$ có nghiệm là:

- A. $\frac{1}{2}$.
- B. 0.
- C. $-\frac{1}{2}$.
- D. 2.

Câu 11: Đa thức $Q = -\frac{1}{3}x^4 + 5x^3 - 8x + 9$ có hệ số cao nhất là:

A. -8.

B. 9.

C. $-\frac{1}{3}$.

D. 5.

Câu 12: Biểu thức biểu thị chu vi của hình chữ nhật có chiều dài 9cm và chiều rộng 6cm là

A. $6+9$ (cm).

B. $2.6+9$ (cm).

C. 6.9 (cm).

D. $(6+9).2$ (cm).

Câu 13: Sắp xếp đa thức $6x^3 + 5x^4 - 8x^6 - 3x^2 + 4$ theo lũy thừa giảm dần của biến ta được:

A. $6x^3 + 5x^4 - 8x^6 - 3x^2 + 4$

B. $-8x^6 + 5x^4 - 3x^2 + 4 + 6x^3$

C. $-8x^6 + 5x^4 + 6x^3 + 4 - 3x^2$

D. $-8x^6 + 5x^4 + 6x^3 - 3x^2 + 4$

Câu 14: Cho hai đa thức $f(x) = 5x^4 + x^3 - x^2 + 1$ và $g(x) = -5x^4 - x^2 + 2$.

Tính $h(x) = f(x) + g(x)$ và tìm bậc của $h(x)$. Ta được:

A. $h(x) = x^3 - 1$ và bậc của $h(x)$ là 3

B. $h(x) = x^3 - 2x^2 + 3$ và bậc của $h(x)$ là 3

C. $h(x) = x^4 + 3$ và bậc của $h(x)$ là 4

D. $h(x) = x^3 - 2x^2 + 3$ và bậc của $h(x)$ là 5

Câu 15: Tích của hai đơn thức $6x^2$ và $2x$ là

A. $-12x^3$.

B. $12x^3$.

C. $12x^2$.

D. $8x^3$.

Câu 16: Trong một hộp có bốn tấm thẻ ghi số 1; 2; 3; 6. Rút ngẫu nhiên một tấm thẻ từ trong hộp. Đây là biến cố chắc chắn

A. Rút được thẻ ghi số là số nguyên tố.

B. Rút được thẻ ghi số nhỏ hơn 7.

C. Rút được thẻ ghi số lớn hơn 5.

D. Rút được thẻ ghi số lá số chẵn.

Câu 17: Một hộp bút màu có nhiều màu: màu xanh, màu vàng, màu đỏ, màu đen, màu hồng, màu cam. Hỏi nếu rút bất kỳ một cây bút màu thì có thể xảy ra mấy kết quả?

A. 3.

B. 4.

C. 5.

D. 6.

Câu 18: Trong trò chơi ô cửa bí mật, có 3 ô cửa 1; 2; 3 và người ta đặt phần thưởng sau một ô cửa. Người chơi sẽ chọn ngẫu nhiên một ô cửa trong ba ô cửa và nhận phần thưởng sau ô cửa đó. Xác suất để người chơi chọn được ô cửa có phần thưởng là

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{2}{3}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{3}{1}$.

Câu 19: Chọn ngẫu nhiên 1 số trong 4 số sau: 7; 8; 26; 101. Xác suất để chọn được số chia hết cho 5 là:

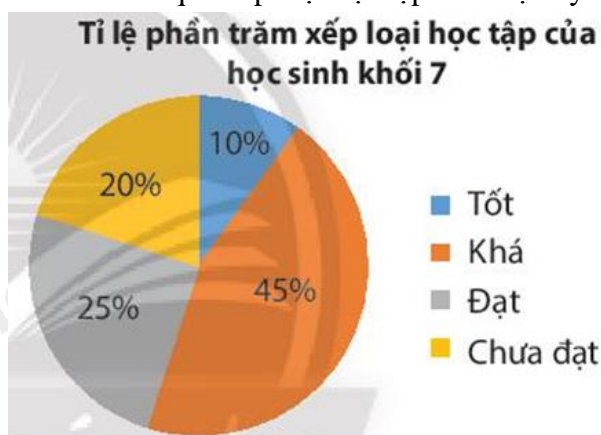
A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 4.

Câu 20: Kết quả xếp loại học tập cuối học kỳ I của học sinh khối 7 được cho ở biểu đồ bên.



Gặp ngẫu nhiên một học sinh khối 7 thì xác suất học sinh đó được xếp loại học lực nào là thấp nhất?

A. Tốt.

B. Khá.

C. Đạt.

D. Chưa đạt.

Câu 21: Cho ΔABC biết rằng $\hat{A} = 80^\circ; \hat{C} = 40^\circ; B = 60^\circ$. Khi đó ta có

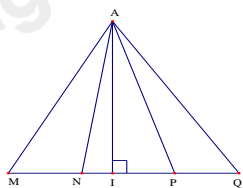
A. $AB < AC < BC$.

B. $AC < BC < AB$.

C. $AB > AC > BC$.

D. $AC > BC > AB$.

Câu 22: Cho hình vẽ, chọn câu sai



A. Đường vuông góc kẻ từ A đến MQ là AI .

B. Đường xiên kẻ từ M đến AI là MA .

C. Đường xiên kẻ từ A đến MQ là AM, AN, AP, AQ .

D. Đường xiên kẻ từ Q đến AI là AQ, AP .

Câu 23: Bộ ba nào sau đây có thể là độ dài ba cạnh của một tam giác?

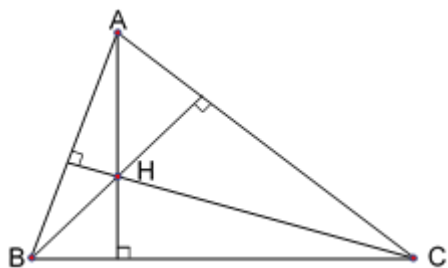
A. $3cm; 3cm; 9cm$.

B. $1, 2cm; 1cm; 2, 4cm$.

C. $4cm; 5cm; 6cm$.

D. $4cm; 4cm; 8cm$.

Câu 24: Các đường cao của tam giác ABC cắt nhau tại H thì



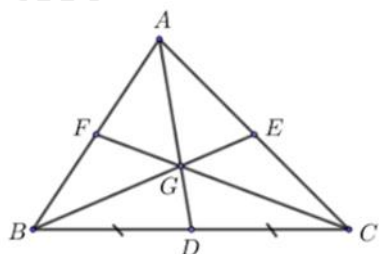
A. điểm H là trọng tâm của tam giác ABC .

B. điểm H cách đều ba cạnh tam giác ABC .

C. điểm H cách đều ba đỉnh A, B, C .

D. điểm H là trực tâm của tam giác ABC .

Câu 25: Cho hình vẽ bên, với G là trọng tâm của ΔABC . Tỉ số của GD và AG là



A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{2}{3}$.

C. 2.

D. $\frac{1}{2}$.

Câu 26: Cho ΔABC có: $A = 35^\circ$. Đường trung trực của AC cắt AB ở D. Biết CD là tia phân giác của $\angle ACB$. Số đo các góc $\angle ABC$; $\angle ACB$ là:

A. $\angle ABC = 72^\circ$; $\angle ACB = 73^\circ$.

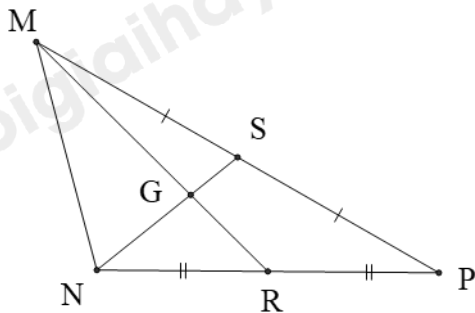
B. $\angle ABC = 73^\circ$; $\angle ACB = 72^\circ$.

C. $\angle ABC = 75^\circ$; $\angle ACB = 70^\circ$.

D. $\angle ABC = 70^\circ$; $\angle ACB = 75^\circ$.

Câu 27: Cho hình vẽ sau.

Biết $MG = 3\text{cm}$. Độ dài đoạn thẳng MR bằng:



A. 4,5 cm.

B. 2 cm.

C. 3 cm.

D. 1 cm.

Câu 28: Giao điểm của ba đường trung tuyến trong một tam giác:

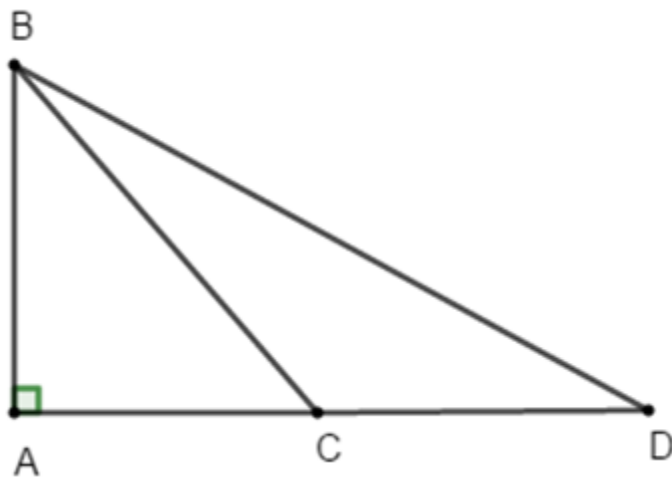
A. Cách đều 3 đỉnh của tam giác đó.

B. Là điểm luôn thuộc một cạnh của tam giác đó.

C. Là trọng tâm của tam giác đó.

D. Cách đều 3 cạnh của tam giác đó.

Câu 29: Cho hình vẽ bên. So sánh AB, BC, BD ta được:



- A. $AB > BC > BD$.
- B. $BD > BC > AB$.
- C. $BC > BD > AB$.
- D. $BD < AB < CB$.

Câu 30: Độ dài hai cạnh của một tam giác là 3cm và 11cm. Trong các số đo sau, số đo nào sau đây là độ dài cạnh thứ 3 của tam giác:

- A. 8 cm.
- B. 7cm.
- C. 6cm.
- D. 9cm.

Câu 31: Số đỉnh của hình hộp chữ nhật là:

- A. 12.
- B. 8.
- C. 6.
- D. 4.

Câu 32: Các mặt bên của hình lăng trụ đứng là:

- A. Các hình bình hành.
- B. Các hình thang cân.
- C. Các hình chữ nhật.
- D. Các hình vuông.

Câu 33: Hãy chọn câu **sai**. Hình hộp chữ nhật ABCD. A'B'C'D' có:

- A. 6 cạnh.
- B. 12 cạnh.
- C. 8 đỉnh.
- D. 6 mặt.

Câu 34: Hình hộp chữ nhật có ba kích thước lần lượt là: a , $2a$, $\frac{a}{2}$. Thể tích của hình hộp chữ nhật đó là:

- A. a^2 .
- B. $4a^2$.
- C. $2a^2$.
- D. a^3 .

Câu 35: Cho hình lăng trụ đứng tứ giác có chiều cao 7cm và thể tích 84cm^3 . Diện tích mặt đáy của lăng trụ bằng bao nhiêu?

- A. 588cm.
- B. 12cm^2 .
- C. 588cm^2 .
- D. 12cm.

II. Phần tự luận

Bài 1. Cho $A(x) = 2x^4 + 4x^3 - 3x^2 - 4x + 1$.

- a) Xác định bậc, hạng tử tự do, hạng tử cao nhất của đa thức.
- b) Tìm $B(x)$ biết $A(x) + B(x) = 2x^3 - x^2 + 5$
- c) Tính $A(x) : (x^2 - 1)$.

Bài 2. Cho $A(x) = 4x^2 + 4x + 1$.

- a) Xác định bậc, hạng tử tự do, hạng tử cao nhất của đa thức.
- b) Tìm $B(x)$ biết $A(x) + B(x) = 5x^2 + 5x + 1$.
- c) Tính $A(x) : (2x + 1)$.

Bài 3. Tìm x trong các tỉ lệ thức sau:

a) $x : 27 = -2 : 3,6$

b) $\frac{2x+1}{-27} = \frac{-3}{2x+1}$

Bài 4. Biết x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch với nhau được liên hệ theo công thức $y = -\frac{16}{x}$

- a) Tìm hệ số a ?
- b) Tính y khi $x = -4; x = 8$.

Bài 5. Để hưởng ứng phong trào làm xanh môi trường học tập, học sinh lớp 7 cần phải trồng và chăm sóc 40 cây xanh. Lớp 7A có 36 học sinh, lớp 7B có 45 học sinh, lớp 7C có 39 học sinh. Hỏi mỗi lớp phải trồng và chăm sóc bao nhiêu cây xanh, biết rằng số cây xanh tỉ lệ với số học sinh.

Bài 6. Để ủng hộ các bạn vùng bão lũ Miền Trung học sinh ba lớp 7A, 7B, 7C của trường THCS A tham gia ủng hộ vở viết. Biết rằng số vở viết ủng hộ được của mỗi lớp lần lượt tỉ lệ với các số 2; 3; 4 và tổng số vở viết ủng hộ được của ba lớp là 360. Hỏi mỗi lớp ủng hộ được bao nhiêu quyển vở?

Bài 7. Lan và Hoa mỗi người gieo một con xúc xắc.

a) Biến cố “Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc là một số lớn hơn 1” là biến cố gì?

b) Biến cố “Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 7” là biến cố gì?

Bài 8. Chọn ngẫu nhiên một số trong bốn số 11;12;13 và 14. Tìm xác suất để:

a) Chọn được số chia hết cho 5.

b) Chọn được số có hai chữ số.

c) Chọn được số nguyên tố.

d) Chọn được số chia hết cho 6.

Bài 9. Một hộp có 12 chiếc thẻ cùng loại, mỗi thẻ được ghi một trong các số 1,2,3,.....,12; hai thẻ khác nhau thì ghi hai số khác nhau. Rút ngẫu nhiên một thẻ trong hộp. Xét biến cố “Số xuất hiện trên thẻ được rút ra 1 số là hợp số”. Tìm xác suất của biến cố trên.

Bài 10. Cho ΔMNP vuông tại M có $MN < MP$, kẻ đường phân giác NI của góc MNP (I thuộc MP). Kẻ IK vuông góc với NP tại K.

a) Chứng minh $\Delta IMN = \Delta IKN$

b) Chứng minh $MI < IP$.

c) Gọi Q là giao điểm của đường thẳng IK và đường thẳng MN, đường thẳng NI cắt QP tại D. Chứng minh $ND \perp QP$ và ΔQIP cân tại I.

Bài 11. Cho ΔMNP cân tại M ($M < 90^\circ$). Kẻ $NH \perp MP$ ($H \in MP$), $PK \perp MN$ ($K \in MN$). NH và PK cắt nhau tại E.

a) Chứng minh $\Delta NHP = \Delta PKN$

b) Chứng minh ΔENP cân.

c) Chứng minh ME là đường phân giác của góc NMP.

Bài 12. Biết rằng nếu độ dài mỗi cạnh của hộp hình lập phương tăng thêm 2 cm thì diện tích phải sơn 6 mặt bên ngoài của hộp đó tăng thêm 216 cm^2 . Tính Độ dài cạnh của chiếc hộp hình lập phương đó?

Bài 13*. Tính giá trị của biểu thức: $N = xy^2z^3 + x^2y^3z^4 + x^3y^4z^5 + \dots + x^{2022}y^{2023}z^{2024}$, tại $x = -1, y = -1, z = -1$

Bài 14*. Cho biểu thức $A = \frac{3}{4} + \frac{8}{9} + \frac{15}{16} + \dots + \frac{9999}{10000}$. Chứng minh rằng $A < 99$

Bài 15*. Cho ba số x, y, z khác 0 thỏa mãn $\frac{y+z-x}{x} = \frac{z+x-y}{y} = \frac{x+y-z}{z}$.

Tính giá trị biểu thức $P = \left(1 + \frac{x}{y}\right) \left(1 + \frac{y}{z}\right) \left(1 + \frac{z}{x}\right)$.

----- Hết -----

**I. Phần trắc nghiệm**

Câu 1. A	Câu 2. C	Câu 3. D	Câu 4. B	Câu 5. C
Câu 6. A	Câu 7. D	Câu 8. B	Câu 9. D	Câu 10. D
Câu 11. C	Câu 12. D	Câu 13. D	Câu 14. B	Câu 15. B
Câu 16. B	Câu 17. D	Câu 18. C	Câu 19. A	Câu 20. A
Câu 21. A	Câu 22. D	Câu 23. C	Câu 24. D	Câu 25. D
Câu 26. C	Câu 27. A	Câu 28. C	Câu 29. B	Câu 30. D
Câu 31. B	Câu 32. C	Câu 33. A	Câu 34. D	Câu 35. B

II. Phần tự luận

Bài 1. Cho $A(x) = 2x^4 + 4x^3 - 3x^2 - 4x + 1$.

- Xác định bậc, hạng tử tự do, hạng tử cao nhất của đa thức.
- Tìm $B(x)$ biết $A(x) + B(x) = 2x^3 - x^2 + 5$
- Tính $A(x) : (x^2 - 1)$.

Phương pháp

- Dựa vào kiến thức về bậc, hạng tử tự do, hạng tử cao nhất để trả lời.
- Áp dụng quy tắc cộng, trừ đa thức một biến để tìm $B(x)$.
- Áp dụng quy tắc chia đa thức cho đa thức để tính.

Lời giải

a) Bậc của đa thức là 4.

Hạng tử tự do là 1.

Hạng tử cao nhất của đa thức là $2x^4$.

b) Ta có: $A(x) + B(x) = 2x^3 - x^2 + 5$

$$\begin{aligned} B(x) &= (2x^3 - x^2 + 5) - A(x) \\ &= (2x^3 - x^2 + 5) - (2x^4 + 4x^3 - 3x^2 - 4x + 1) \\ &= 2x^3 - x^2 + 5 - 2x^4 - 4x^3 + 3x^2 + 4x - 1 \\ &= -2x^4 + (2x^3 - 4x^3) + (-x^2 + 3x^2) + 4x + (5 - 1) \\ &= -2x^4 - 2x^3 + 2x^2 + 4x + 4 \end{aligned}$$

Vậy $B(x) = -2x^4 - 2x^3 + 2x^2 + 4x + 4$

c) Ta có:

$$A(x) : (x^2 - 1) = (2x^4 + 4x^3 - 3x^2 - 4x + 1) : (x^2 - 1)$$

$$\begin{array}{r}
 2x^4 + 4x^3 - 3x^2 - 4x + 1 \\
 - 2x^4 \\
 \hline
 4x^3 - x^2 - 4x + 1 \\
 - 4x^3 \\
 \hline
 - x^2 + 1 \\
 - x^2 + 1 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 x^2 - 1 \\
 \hline
 2x^2 + 4x - 1
 \end{array}$$

Vậy $A(x) : (x^2 - 1) = 2x^2 + 4x - 1$

Bài 2. Cho $A(x) = 4x^2 + 4x + 1$.

a) Xác định bậc, hạng tử tự do, hạng tử cao nhất của đa thức.

b) Tìm $B(x)$ biết $A(x) + B(x) = 5x^2 + 5x + 1$.

c) Tính $A(x) : (2x + 1)$.

Phương pháp

a) Dựa vào kiến thức về bậc, hạng tử tự do, hạng tử cao nhất để trả lời.

b) Áp dụng quy tắc cộng, trừ đa thức một biến để tìm $B(x)$.

c) Áp dụng quy tắc chia đa thức để tính.

Lời giải

a) Bậc của đa thức là 2.

Hạng tử tự do là 1.

Hạng tử cao nhất của đa thức là 4.

b) Ta có: $A(x) + B(x) = 5x^2 + 5x + 1$

$$B(x) = (5x^2 + 5x + 1) - (4x^2 + 4x + 1)$$

$$= 5x^2 + 5x + 1 - 4x^2 - 4x - 1$$

$$= (5x^2 - 4x^2) + (5x - 4x) + (1 - 1)$$

$$= x^2 + x$$

$$\text{Vậy } B(x) = x^2 + x$$

c) Ta có: $A(x) : (2x + 1) = (4x^2 + 4x + 1) : (2x + 1)$

$$\begin{array}{r|l}
 4x^2 + 4x + 1 & 2x + 1 \\
 \hline
 4x^2 + 2x & 2x + 1 \\
 \hline
 2x + 1 & \\
 \hline
 2x + 1 & \\
 \hline
 0 &
 \end{array}$$

Vậy $A(x):(2x+1) = 2x+1$

Bài 3. Tìm x trong các tỉ lệ thức sau:

a) $x : 27 = -2 : 3,6$

b) $\frac{2x+1}{-27} = \frac{-3}{2x+1}$

Phương pháp

Dựa vào kiến thức về tỉ lệ thức:

+ Nếu $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ thì $ad = bc$.

+ Nếu $ad = bc$ (với $a, b, c, d \neq 0$) thì ta có các tỉ lệ thức:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}; \frac{a}{c} = \frac{b}{d}; \frac{b}{a} = \frac{d}{c}; \frac{c}{a} = \frac{d}{b}.$$

Lời giải

a) $x : 27 = -2 : 3,6$

$$\frac{x}{27} = \frac{-5}{9}$$

$$x = \frac{-5 \cdot 27}{9}$$

$$x = -15$$

Vậy $x = -15$.

b) $\frac{2x+1}{-27} = \frac{-3}{2x+1}$

$$(2x+1)^2 = 81$$

$$(2x+1)^2 = 9^2$$

$$\begin{cases} 2x+1=9 \\ 2x+1=-9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x=8 \\ 2x=-10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x=8 \\ 2x=-10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x=8 \\ 2x=-10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=4 \\ x=-5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=4 \\ x=-5 \end{cases}$$

Vậy $x = 4$ hoặc $x = -5$.

Bài 4. Biết x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch với nhau được liên hệ theo công thức $y = -\frac{16}{x}$

a) Tìm hệ số a ?

b) Tính y khi $x = -4; x = 8$.

Phương pháp

a) Dựa vào kiến thức về hai đại lượng tỉ lệ nghịch.

b) Thay x vào công thức để tìm y .

Lời giải

a) Ta có: $y = -\frac{16}{x}$ hay $xy = -16$ nên hệ số a là -16 .

b) Thay $x = -4$ vào công thức $y = -\frac{16}{x}$ ta được: $y = -\frac{16}{-4} = 4$

Thay $x = 8$ vào công thức $y = -\frac{16}{x}$ ta được: $y = -\frac{16}{8} = -2$

Vậy $y = 4$ khi $x = -4$; $y = -2$ khi $x = 8$.

Bài 5. Để hưởng ứng phong trào làm xanh môi trường học tập, học sinh lớp 7 cần phải trồng và chăm sóc 40 cây xanh. Lớp 7A có 36 học sinh, lớp 7B có 45 học sinh, lớp 7C có 39 học sinh. Hỏi mỗi lớp phải trồng và chăm sóc bao nhiêu cây xanh, biết rằng số cây xanh tỉ lệ với số học sinh.

Phương pháp

Gọi số cây xanh mà mỗi lớp phải trồng và chăm sóc lần lượt là $x; y; z$ ($x; y; z \in \mathbb{N}^*$, $x; y; z < 40$)

Viết phương trình dựa vào đề bài.

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau để tìm x, y, z .

Lời giải

Gọi số cây xanh mà mỗi lớp phải trồng và chăm sóc lần lượt là $x; y; z$ ($x; y; z \in \mathbb{N}^*$, $x; y; z < 40$)

Vì số cây phải trồng và chăm sóc là 40 nên $x + y + z = 40$

Vì số cây xanh tỉ lệ với số học sinh nên ta có: $\frac{x}{36} = \frac{y}{45} = \frac{z}{39}$.

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có:

$$\frac{x}{36} = \frac{y}{45} = \frac{z}{39} = \frac{x+y+z}{36+45+39} = \frac{40}{120} = \frac{1}{3}$$

Từ đó ta tính được $(x, y, z) = (12; 15; 13)$.

Vậy số cây ba lớp 7A, 7B, 7C phải trồng và chăm sóc lần lượt là 12; 15; 13.

Bài 6. Đề ủng hộ các bạn vùng bão lũ Miền Trung học sinh ba lớp 7A, 7B, 7C của trường THCS A tham gia ủng hộ vở viết. Biết rằng số vở viết ủng hộ được của mỗi lớp lần lượt tỉ lệ với các số 2; 3; 4 và tổng số vở viết ủng hộ được của ba lớp là 360. Hỏi mỗi lớp ủng hộ được bao nhiêu quyển vở?

Phương pháp

Gọi số quyển vở ba lớp ủng hộ được lần lượt là a, b, c ($a, b, c \in N^*$).

Viết các biểu thức theo a, b, c .

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau để tìm a, b, c .

Lời giải

Gọi số quyển vở ba lớp ủng hộ được lần lượt là a, b, c ($a, b, c \in N^*$).

Theo đề bài ta có: $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4}$ và $a + b + c = 360$

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau:

$$\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4} = \frac{a+b+c}{9} = \frac{360}{9} = 40$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 40 \cdot 2 = 80 \\ b = 40 \cdot 3 = 120 \\ c = 40 \cdot 4 = 160 \end{cases}$$

Vậy số quyển vở ba lớp 7A, 7B, 7C ủng hộ được lần lượt là 80, 120, 160.

Bài 7. Lan và Hoa mỗi người gieo một con xúc xắc.

- a) Biến cố “Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc là một số lớn hơn 1” là biến cố gì?
 b) Biến cố “Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 7” là biến cố gì?

Phương pháp

Xác định số kết quả xảy ra của biến cố đó, ta xác định được biến cố đó là biến cố gì.

- +) Biến cố chắc chắn: là biến cố biết trước được luôn xảy ra.
 +) Biến cố không thể: là biến cố biết trước được không bao giờ xảy ra.
 +) Biến cố ngẫu nhiên: là biến cố không thể biết trước được có xảy ra hay không.

Lời giải

a) Vì 1 con xúc xắc có số chấm là: 1; 2; 3; 4; 5; 6.

Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc có giá trị nhỏ nhất là: $1 + 1 = 2 > 1$.

Biến cố “Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc là một số lớn hơn 1” là biến cố chắc chắn.

b) Biến cố này là biến cố ngẫu nhiên vì ta không thể biết trước nó có xảy ra hay không. Chẳng hạn, nếu ta gieo được hai con xúc xắc là 3 và 4 thì biến cố xảy ra; còn nếu gieo hai con xúc xắc là 2 và 4 thì biến cố không xảy ra.

Bài 8. Chọn ngẫu nhiên một số trong bốn số 11; 12; 13 và 14. Tìm xác suất để:

- a) Chọn được số chia hết cho 5.
 b) Chọn được số có hai chữ số.
 c) Chọn được số nguyên tố.
 d) Chọn được số chia hết cho 6.

Phương pháp

Kiểm tra khả năng xảy ra của biến cố.

Lời giải

- a) Không có số nào chia hết cho 5 nên xác suất để chọn được số chia hết cho 5 là 0.
- b) Cả 4 số đều là số có hai chữ số nên xác suất để chọn được số có hai chữ số là 1.
- c) Có hai số (11; 13) là số nguyên tố nên xác suất để chọn được số nguyên tố là $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$.
- d) Có một số (12) chia hết cho 6 nên xác suất để chọn được số chia hết cho 6 là $\frac{1}{4}$.

Bài 9. Một hộp có 12 chiếc thẻ cùng loại, mỗi thẻ được ghi một trong các số 1, 2, 3, ..., 12; hai thẻ khác nhau thì ghi hai số khác nhau. Rút ngẫu nhiên một thẻ trong hộp. Xét biến cố “Số xuất hiện trên thẻ được rút ra 1 số là hợp số”. Tìm xác suất của biến cố trên.

Phương pháp

Tính số kết quả thuận lợi cho biến cố A, B, C.

Xác suất của biến cố bằng tỉ số giữa số kết quả thuận lợi cho biến cố với tổng số kết quả có thể.

Lời giải

Có 6 kết quả có thể xảy ra khi lấy ngẫu nhiên 1 thẻ từ hộp, đó là: 2; 3; 5; 8; 13; 21.

+) Có 4 số lẻ là 3; 5; 13; 21 nên số kết quả thuận lợi cho biến cố A là 4.

Xác suất của biến cố A: “Số ghi trên thẻ là số lẻ” là: $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.

+) Có 4 số nguyên tố là: 2; 3; 5; 13 nên số kết quả thuận lợi cho biến cố B là 4.

Xác suất của biến cố B: “Số ghi trên thẻ là số nguyên tố” là: $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.

+) Không có số chính phương trong các số trên nên số kết quả thuận lợi cho biến cố C là 0.

Xác suất của biến cố C: “Số ghi trên thẻ là số chính phương” là: $\frac{0}{6} = 0$.

Bài 10. Cho $\triangle MNP$ vuông tại M có $MN < MP$, kẻ đường phân giác NI của góc MNP (I thuộc MP). Kẻ IK vuông góc với NP tại K.

a) Chứng minh $\triangle IMN = \triangle IKN$

b) Chứng minh $MI < IP$.

c) Gọi Q là giao điểm của đường thẳng IK và đường thẳng MN, đường thẳng NI cắt QP tại D. Chứng minh $ND \perp QP$ và $\triangle QIP$ cân tại I.

Phương pháp

a) Chứng minh $\triangle IMN = \triangle IKN$ (cạnh huyền - góc nhọn)

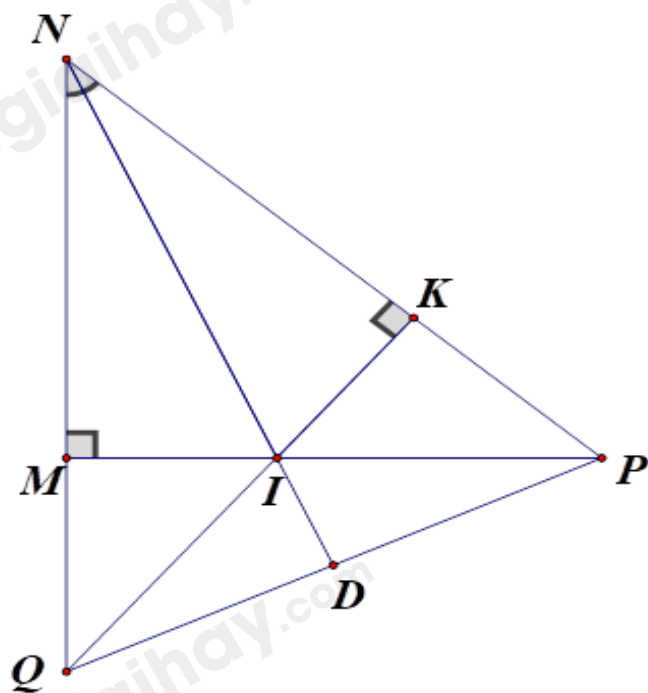
b) Chứng minh $IM = IK$, $IP > IK$ nên $IP > IM$.

c) Chứng minh I là trực tâm của tam giác QNP nên $ND \perp QP$.

Chứng minh $\triangle NQP$ cân tại N nên $DQ = DP$.

$\triangle QIP$ có ID vừa là đường cao, vừa là đường trung tuyến nên $\triangle QIP$ cân tại I

Lời giải



a) Xét $\triangle IMN$ và $\triangle IKN$ có:

$$\angle IMN = \angle IKN = 90^\circ$$

NI chung

$$\angle MNI = \angle KNI \text{ (NI là đường phân giác NI của góc MNP)}$$

suy ra $\triangle IMN = \triangle IKN$ (cạnh huyền - góc nhọn) (đpcm)

b) Vì $\triangle IMN = \triangle IKN$ nên $IM = IK$ (hai cạnh tương ứng) (1)

Vì $\triangle IKP$ vuông tại K nên $IP > IK$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $IP > IM$ (đpcm)

c) Xét $\triangle NQP$ có đường cao QK và PM cắt nhau tại I nên I là trực tâm của tam giác NQP.

Do đó $ND \perp QP$ (đpcm)

Vì $\triangle NQP$ có ND vừa là đường cao vừa là đường phân giác nên $\triangle NQP$ cân tại N.

Suy ra ND là đường trung tuyến của tam giác NQP hay $QD = DP$.

Xét $\triangle QIP$ có ID vừa là đường cao vừa là đường trung tuyến nên $\triangle QIP$ cân tại I.

Bài 11. Cho $\triangle MNP$ cân tại M ($M < 90^\circ$). Kẻ $NH \perp MP$ ($H \in MP$), $PK \perp MN$ ($K \in MN$). NH và PK cắt nhau tại E.

a) Chứng minh $\triangle NHP = \triangle PKN$

b) Chứng minh $\triangle ENP$ cân.

c) Chứng minh ME là đường phân giác của góc NMP.

Phương pháp

a) Chứng minh $\triangle NHP = \triangle PKN$ theo trường hợp cạnh huyền – góc nhọn.

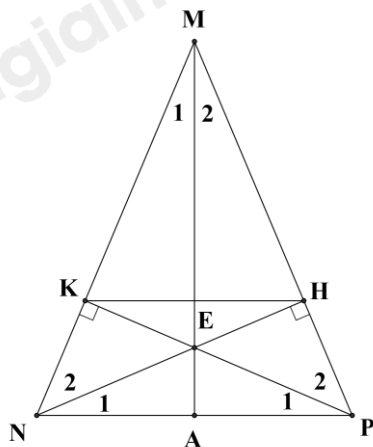
b) Chứng minh $\angle P_1 = \angle N_1$ nên $\triangle ENP$ cân.

c) Chứng minh $MK = MH$.

Chứng minh $\triangle MEK = \triangle MEH$ (cạnh huyền – cạnh góc vuông) suy ra $M_1 = M_2$.

Do đó ME là đường phân giác của góc NMP.

Lời giải



a) Xét ΔNHP và ΔPKN vuông tại H và K có:

$$NPH = PNK \text{ (vì } \Delta MNP \text{ cân tại M)}$$

NP chung

Suy ra $\Delta NHP = \Delta PKN$ (cạnh huyền – góc nhọn) (đpcm)

b) Vì $\Delta NHP = \Delta PKN$ nên $N_1 = P_1$.

Do đó ΔENP cân tại E (đpcm)

c) Ta có:

$$MK = MN - NK \text{ (vì K thuộc MN)}$$

$$MH = MP - HP \text{ (vì H thuộc MP)}$$

Mà $MN = MP$ (vì ΔMNP cân tại M)

$$NK = PH \text{ (vì } \Delta NHP = \Delta PKN)$$

suy ra $MK = MH$.

Xét ΔMEK và ΔMEH vuông tại K và H có:

ME là cạnh chung

$$MK = MH \text{ (cmt)}$$

Suy ra $\Delta MEK = \Delta MEH$ (ch – cv)

Suy ra $M_1 = M_2$ suy ra ME là tia phân giác của góc NMP (đpcm)

Bài 12. Biết rằng nếu độ dài mỗi cạnh của hộp hình lập phương tăng thêm 2 cm thì diện tích phải sơn 6 mặt bên ngoài của hộp đó tăng thêm 216 cm^2 . Tính Độ dài cạnh của chiếc hộp hình lập phương đó?

Phương pháp

Tính diện tích phải sơn của một mặt tăng thêm.

Gọi độ dài của chiếc hộp ban đầu là x .

Sử dụng công thức tính diện tích hình vuông để viết biểu thức tìm x .

Lời giải

Diện tích phải sơn một mặt của hình hộp tăng thêm là:

$$216: 6 = 36 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Gọi độ dài cạnh của hình hộp lập phương là x (cm) ($x > 0$)

Diện tích phải sơn một mặt của hình hộp tăng thêm:

$$(x+2)^2 - x^2 = 36$$

$$x^2 + 4x + 4 - x^2 = 36$$

$$4x + 4 = 36$$

$$4x = 32$$

$$x = 8$$

Vậy độ dài cạnh của chiếc hộp lập phương bằng 8 cm.

Bài 13*. Tính giá trị của biểu thức: $N = xyz^2z^3 + x^2y^3z^4 + x^3y^4z^5 + \dots + x^{2022}y^{2023}z^{2024}$, tại $x = -1, y = -1, z = -1$

Phương pháp

Biến đổi N thành $N = xyz \cdot yz^2 + x^2y^2z^2 \cdot yz^2 + x^3y^3z^3 \cdot yz^2 + \dots + x^{2022}y^{2022}z^{2022} \cdot yz^2$

Thay giá trị của yz^2 theo $y = -1, z = -1$ vào N để rút gọn N .

Thay giá trị của xyz theo $x = -1, y = -1, z = -1$ để tính giá trị của N .

Lời giải

Ta có $N = xyz \cdot yz^2 + x^2y^2z^2 \cdot yz^2 + x^3y^3z^3 \cdot yz^2 + \dots + x^{2022}y^{2022}z^{2022} \cdot yz^2$

Tại $y = -1, z = -1$ ta được $yz^2 = -1 \cdot (-1)^2 = -1$.

Thay vào N , ta được:

$$\begin{aligned} N &= -xyz - x^2y^2z^2 - x^3y^3z^3 - \dots - x^{2022}y^{2022}z^{2022} \\ &= -(xyz) - (xyz)^2 - (xyz)^3 - \dots - (xyz)^{2022} \end{aligned}$$

Tại $x = -1, y = -1, z = -1$ ta được $xyz = (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) = -1$.

Thay vào N , ta được:

$$\begin{aligned} N &= -(-1) - (-1)^2 - (-1)^3 - \dots - (-1)^{2022} \\ N &= 1 - 1 + 1 - 1 + \dots + 1 - 1 = 0 \end{aligned}$$

Vậy $N = 0$

Bài 14*. Cho biểu thức $A = \frac{3}{4} + \frac{8}{9} + \frac{15}{16} + \dots + \frac{9999}{10000}$. Chứng minh rằng $A < 99$

Phương pháp

Biến đổi các phân số trong A thành hiệu của 1 trừ đi phân số có tử số là 1. (ví dụ: $\frac{3}{4} = 1 - \frac{1}{4}$).

Nhóm các số 1 thành 1 nhóm, các phân số còn lại thành một nhóm, ta được

$$A = 99 - \left(\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{100^2} \right).$$

Chứng minh $\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{100^2} > 0$ nên $A = 99 - \left(\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{100^2} \right) < 99$ hay $A < 99$.

Lời giải

Ta có:

$$A = \frac{3}{4} + \frac{8}{9} + \frac{15}{16} + \dots + \frac{9999}{10000}$$

$$\begin{aligned}
 &= \left(1 - \frac{1}{4}\right) + \left(1 - \frac{1}{9}\right) + \left(1 - \frac{1}{16}\right) + \dots + \left(1 - \frac{1}{10000}\right) \\
 &= \left(1 - \frac{1}{2^2}\right) + \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) + \left(1 - \frac{1}{4^2}\right) + \dots + \left(1 - \frac{1}{100^2}\right) \\
 &= 99 - \left(\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{100^2}\right) = 99 - B
 \end{aligned}$$

với $B = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{100^2} > 0$ nên $A < 99$.

Bài 15*. Cho ba số x, y, z khác 0 thỏa mãn $\frac{y+z-x}{x} = \frac{z+x-y}{y} = \frac{x+y-z}{z}$.

Tính giá trị biểu thức $P = \left(1 + \frac{x}{y}\right) \left(1 + \frac{y}{z}\right) \left(1 + \frac{z}{x}\right)$.

Phương pháp

Quy đồng mẫu biểu thức P ta được $P = \frac{x+y}{y} \cdot \frac{y+z}{z} \cdot \frac{z+x}{x}$

Ta có hai trường hợp:

TH1: $x + y + z = 0$

Ta có $x + y = -z; y + z = -x; z + x = -y$, thay vào P để tính giá trị của P.

TH2: $x + y + z \neq 0$

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau với $\frac{y+z-x}{x} = \frac{z+x-y}{y} = \frac{x+y-z}{z}$, ta suy ra $y+z=2x; z+x=2y; x+y=2z$. Thay vào P, ta tính được giá trị của P.

Lời giải

Ta có: $P = \left(1 + \frac{x}{y}\right) \left(1 + \frac{y}{z}\right) \left(1 + \frac{z}{x}\right) = \frac{x+y}{y} \cdot \frac{y+z}{z} \cdot \frac{z+x}{x}$.

TH1: Nếu $x + y + z = 0$ thì $x + y = -z; y + z = -x; z + x = -y$.

Thay vào P ta được: $P = \frac{-z}{y} \cdot \frac{-x}{z} \cdot \frac{-y}{x} = -1$.

TH2: Nếu $x + y + z \neq 0$

Theo bài ra ta có: $\frac{y+z-x}{x} = \frac{z+x-y}{y} = \frac{x+y-z}{z}$

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta được

$$\frac{y+z-x}{x} = \frac{z+x-y}{y} = \frac{x+y-z}{z}$$

$$= \frac{y+z-x+z+x-y+x+y-z}{x+y+z}$$

$$= \frac{x+y+z}{x+y+z} = 1$$

Suy ra $\frac{y+z-x}{x} = \frac{z+x-y}{y} = \frac{x+y-z}{z} = 1$ hay $y+z-x=x; z+x-y=y; x+y-z=z$

$$\Rightarrow y+z=2x; z+x=2y; x+y=2z.$$

Thay vào P, ta được $P = \frac{2z}{y} \cdot \frac{2x}{z} \cdot \frac{2y}{x} = 8.$

Vậy $P = -1$ hoặc $P = 8.$