

ĐỀ THI HỌC KÌ II – Đề số 1

Môn: Toán - Lớp 11

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

 Mục tiêu

- Ôn tập các kiến thức học kì 2 của chương trình sách giáo khoa Toán 11.
- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm và tự luận Toán học.
- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dần trải các kiến thức học kì 2 – chương trình Toán 11.

Phần I. Trắc nghiệm. Hãy chọn phương án trả lời đúng và viết chữ cái đứng trước đáp án đó vào bài làm.

Câu 1: Cho số thực $x > 0$, biểu thức $\sqrt[3]{x^2} \sqrt{x}$ bằng

- A. $x^{\frac{6}{5}}$. B. $x^{\frac{5}{6}}$. C. $x^{\frac{3}{2}}$. D. $x^{\frac{4}{5}}$.

Câu 2: Đạo hàm của hàm số $f(x) = \log_2(x^2 + 1)$ là

- A. $f'(x) = \frac{1}{(x^2 + 1)\ln 2}$. B. $f'(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}$. C. $\frac{2x}{(x^2 + 1)\ln 2}$. D. $f'(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$.

Câu 3: Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{x+6}{x+9}$:

- A. $-\frac{3}{(x+9)^2}$. B. $\frac{15}{(x+9)^2}$. C. $\frac{3}{(x+9)^2}$. D. $-\frac{15}{(x+9)^2}$.

Câu 4: Tập nghiệm của phương trình $\log_3(x^2 - 7) = 2$ là

- A. $\{-4; 4\}$ B. $\{4\}$ C. $\{2\}$ D. $\{16\}$

Câu 5: Giải phương trình $f''(x) = 0$, biết $f(x) = x^3 - 3x^2$.

- A. $x = 0$ B. $x = 2$ C. $x = 0, x = 2$ D. $x = 1$

Câu 6: Đạo hàm của hàm số $y = 2x^2 - 3x + 7$ là:

- A. $y' = 4x - 3$ B. $y' = 2x^2 + 7$ C. $y' = 4x + 7$ D. $y' = 2x^2 - 3$

Câu 7: Cho A, B là hai biến cố xung khắc. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

B. $P(A \cup B) = P(A) \cdot P(B)$.

C. $P(A \cup B) = P(A) - P(B)$.

D. $P(A \cap B) = P(A) + P(B)$.

Câu 8: Cho tứ diện OABC có OA,OB,OC đôi một vuông góc và $OA = OB = OC = a$. Thể tích của khối tứ diện OABC bằng

A. $\frac{a^3}{2}$.

B. $\frac{a^3}{3}$.

C. $\frac{a^3}{12}$.

D. $\frac{a^3}{6}$.

Câu 9: Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{1}{2^x} > 8$ là

A. $(-\infty; 3)$.

B. $(-\infty; -3)$.

C. $(3; +\infty)$.

D. $(-3; +\infty)$.

Câu 10: Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC vuông cân tại B, $AB = BC = a$, $SA = a\sqrt{3}$, $SA \perp (ABC)$. Số đo của góc phẳng nhị diện $[S, BC, A]$ là

A. 90° .

B. 30° .

C. 45° .

D. 60° .

Câu 11: Hàm số $y = \cos^2 3x$ có đạo hàm là

A. $y' = 6 \sin 6x$.

B. $y' = 2 \cos 3x$.

C. $y' = -3 \sin 6x$.

D. $y' = -3 \sin 3x$.

Câu 12: Hai người độc lập nhau ném bóng vào rổ. Mỗi người ném vào rổ của mình một quả bóng. Biết rằng xác suất ném bóng trúng vào rổ của từng người tương ứng là $\frac{1}{5}$ và $\frac{2}{7}$. Gọi A là biến cố: "Cả hai cùng ném bóng trúng vào rổ". Khi đó, xác suất của biến cố A là bao nhiêu?

A. $P(A) = \frac{12}{35}$.

B. $P(A) = \frac{1}{25}$.

C. $P(A) = \frac{4}{49}$.

D. $P(A) = \frac{2}{35}$.

Câu 13: Cho hình chóp SABCD có đáy là hình chữ nhật với $AB = a$, $AD = 2a$. Biết $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{15}$. Tính góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$.

A. 30° .

B. 60° .

C. 45° .

D. 90° .

Câu 14: Tìm tọa độ tiếp điểm của các tiếp tuyến Δ với đồ thị của hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$, biết tiếp tuyến đó song song với đường thẳng $2x - y - 1 = 0$.

A. $(-2; 3)$

B. $(2; -3)$

C. $(-2; 3)$ và $(0; -1)$

D. $(0; -1)$

Câu 15: Cho khối lăng trụ tam giác đều ABC.A'B'C' có độ dài cạnh đáy bằng a và đường thẳng A'B hợp với mặt đáy một góc 60° . Tính thể tích V của khối lăng trụ ABC.A'B'C'.

A. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{4}$.

B. $V = \sqrt{3}a^3$.

C. $V = \frac{3a^3}{4}$.

D. $V = \frac{a^3}{4}$.

Câu 16: Cho khối chóp có diện tích đáy bằng $7a^2$ và chiều cao bằng 9a. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $9a^3$

B. $21a^3$

C. $84a^3$

D. $63a^3$

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai.

Câu 1: Hai xạ A và B cùng bắn vào một mục tiêu. Xác suất trúng mục tiêu của xạ thủ thứ nhất là 0,7. Xác suất trúng mục tiêu của xạ thủ thứ hai là 0,8.

Gọi A là biến cố: “xạ thủ thứ nhất bắn trúng”,

B là biến cố: “xạ thủ thứ hai bắn trúng”

Các Khẳng định dưới đây đúng hay sai?

a) Khi đó $A \cup B$ là biến cố: “Cả hai xạ thủ đều bắn trúng”

b) Biến cố $A \cup B$ và $A \cap B$ là hai biến cố xung khắc

c) Xác suất để cả hai người bắn trượt là: 0,6

d) Xác suất để có ít nhất một người bắn trúng đích là: 0,94.

Câu 2: Cho khối chóp đều $S \cdot ABCD$ có cạnh đáy là a , các mặt bên tạo với đáy một góc 60° , O là tâm đáy. Khẳng định sau đây đúng hay sai?

a) Thể tích hình chóp là: $\frac{a^3 \sqrt{3}}{2}$

b) Độ dài cạnh bên của hình chóp là: $\frac{a\sqrt{5}}{2}$

c) Khoảng cách $d(O; (SCB))$ bằng: $\frac{a\sqrt{3}}{4}$

d) Khoảng cách $d(AD; SC) = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

Câu 3: Cho hàm số $f(x) = -\frac{m}{3}x^3 + mx^2 - 3x + 9$, $g(x) = 2x^3 - 6x + 1$

a) Phương trình tiếp tuyến của hàm $g(x)$ tại $x = 3$ là: $y = 3x + 107$

b) Phương trình tiếp tuyến của $g(x)$ song song với đường thẳng $y = -6x - 5$ là: $y = -6x + 1$

c) Phương trình $f'(x) = g'(x)$ có hai nghiệm phân biệt với mọi $m \in \mathbb{R}$

d) Để $f'(x) \leq 0 \forall x \in \mathbb{R}$ thì m .

Phần III. Tự luận trả lời ngắn

Câu 1: Cho chuyển động thẳng xác định bởi phương trình $s = t^3 - 3t^2 - 9t$, trong đó $t > 0, t$ tính bằng giây giây và $s(t)$ tính bằng mét. Gia tốc của chuyển động tại thời điểm vận tốc bị triệt tiêu là:.....

Câu 2: Cho A, B là hai biến cố. Biết $P = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{3}{4}$; $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$. Khi đó: $P(A \cup B)$ bằng:

Câu 3: Gọi S là tập hợp gồm 6 số lẻ và 4 số chẵn. Chọn ngẫu nhiên 3 số từ S, xác suất để 3 số chọn ra có tích là số chẵn bằng:.....

Câu 4: Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC \cdot A'B'C'$ có độ dài cạnh đáy bằng a và đường thẳng $A'B$ hợp với mặt đáy một góc 60° . Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC \cdot A'B'C'$ bằng:.....

Câu 5: Phương trình $27^{2x-3} = \left(\frac{1}{3}\right)^{x^2+2}$ có tập nghiệm là:

Câu 6: Cho a và b là hai số thực dương phân biệt, khác 1 và thỏa mãn $\log_a^2(a^2b) \cdot \log_a \frac{b}{a} + 4 = 0$ Giá trị tập của $\log_b a$ bằng:.....

----- Hết -----



Phần I. Trắc nghiệm.

1.B	2.C	3.C	4.A	5.D	6.A	7.A	8.D
9.B	10.D	11.C	12.D	13.B	14.A	15.C	16.B

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai

Câu 1	Câu 2	Câu 3
a) Sai	a) Sai	a) Sai
b) Sai	b) Đúng	b) Đúng
c) Sai	c) Đúng	c) Sai
d) Đúng	d) Sai	d)

Phần III. Tự luận trả lời ngắn

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	12	1	$\frac{5}{6}$	$\frac{3a^3}{4}$	$\{1; -7\}$	$\{0; -3\}$

Câu 1 (TH): Cho số thực $x > 0$, biểu thức $\sqrt[3]{x^2} \sqrt{x}$ bằng

A. $x^{\frac{6}{5}}$.

B. $x^{\frac{5}{6}}$.

C. $x^{\frac{3}{2}}$.

D. $x^{\frac{4}{5}}$.

Phương pháp:

Với $a > 0$ thì $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$

Lời giải:

$$\sqrt[3]{x^2} \sqrt{x} = \sqrt[3]{x^2 \cdot x^{\frac{1}{2}}} = \sqrt[3]{x^{\frac{5}{2}}} = x^{\frac{5}{6}}$$

Chọn B.

Câu 2 (TH):

Phương pháp: Đạo hàm của hàm số $f(x) = \log_2(x^2 + 1)$ là

A. $f'(x) = \frac{1}{(x^2 + 1) \ln 2}$.

B. $f'(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}$.

C. $\frac{2x}{(x^2 + 1) \ln 2}$.

D. $f'(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$.

Đạo hàm của hàm số logarit

Lời giải:

$$\text{Ta có: } f'(x) = \frac{2x}{(x^2 + 1) \ln 2}$$

Chọn C.

Câu 3 (NB): Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{x+6}{x+9}$:

A. $-\frac{3}{(x+9)^2}$

B. $\frac{15}{(x+9)^2}$

C. $\frac{3}{(x+9)^2}$

D. $-\frac{15}{(x+9)^2}$

Phương pháp:

Sử dụng công thức $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$.

Lời giải:

Ta có: $y' = \frac{(x+9) - (x+6)}{(x+9)^2} = \frac{3}{(x+9)^2}$.

Chú ý khi giải:

Có thể sử dụng công thức tính nhanh: $\left(\frac{ax+b}{cx+d}\right)' = \frac{ad-bc}{(cx+d)^2}$.

Chọn C.

Câu 4 (NB): Tập nghiệm của phương trình $\log_3(x^2 - 7) = 2$ là

A. $\{-4; 4\}$

B. $\{4\}$

C. $\{2\}$

D. $\{16\}$

Phương pháp:

$$\log_a x = b \Leftrightarrow x = a^b$$

Lời giải:

$$\log_3(x^2 - 7) = 2 \Leftrightarrow x^2 - 7 = 3^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 7 = 9$$

$$\Leftrightarrow x^2 = 16$$

$$\Leftrightarrow x = \pm 4(tm)$$

$$\text{Vậy } S = \{-4; 4\}$$

Chọn A.

Câu 5 (TH): Giải phương trình $f''(x) = 0$, biết $f(x) = x^3 - 3x^2$.

A. $x = 0$

B. $x = 2$

C. $x = 0, x = 2$

D. $x = 1$

Phương pháp:

Sử dụng công thức $(x^n)' = nx^{n-1}$ ($x \neq -1$).

Lời giải:

$$f'(x) = 3x^2 - 6x \Rightarrow f''(x) = 6x - 6$$

$$\Rightarrow f''(x) = 0 \Leftrightarrow 6x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = 1$$

Chọn D.

Câu 6 (NB): Đạo hàm của hàm số $y = 2x^2 - 3x + 7$ là:

A. $y' = 4x - 3$

B. $y' = 2x^2 + 7$

C. $y' = 4x + 7$

D. $y' = 2x^2 - 3$

Phương pháp:

Sử dụng công thức đạo hàm của các hàm cơ bản.

Lời giải:

Ta có: $y = 2x^2 - 3x + 7 \Rightarrow y' = 4x - 3$

Chọn A.

Câu 7 (TH): Cho A, B là hai biến cố xung khắc. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

B. $P(A \cup B) = P(A) \cdot P(B)$.

C. $P(A \cup B) = P(A) - P(B)$.

D. $P(A \cap B) = P(A) + P(B)$.

Phương pháp:

Cho hai biến cố A, B bất kì ta có: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Lời giải:

Ta có $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.

Vì A, B là hai biến cố xung khắc nên $A \cap B = \emptyset$. Từ đó suy ra $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

Chọn A.

Câu 8 (NB): Cho tứ diện OABC có OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OA = OB = OC = a$. Thể tích của khối tứ diện OABC bằng

A. $\frac{a^3}{2}$.

B. $\frac{a^3}{3}$.

C. $\frac{a^3}{12}$.

D. $\frac{a^3}{6}$.

Phương pháp:

$$V_{O.ABC} = \frac{1}{3} OA \cdot S_{OBC} = \frac{1}{6} OA \cdot OB \cdot OC$$

Lời giải:

Từ giả thiết ta thấy $OA \perp (OBC)$ và OBC là tam giác vuông nên thể tích cần tìm là:

$$V_{O.ABC} = \frac{1}{3} OA \cdot S_{OBC} = \frac{1}{6} OA \cdot OB \cdot OC = \frac{a^3}{6}$$

Chọn D.

Câu 9 (NB): Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{1}{2^x} > 8$ là

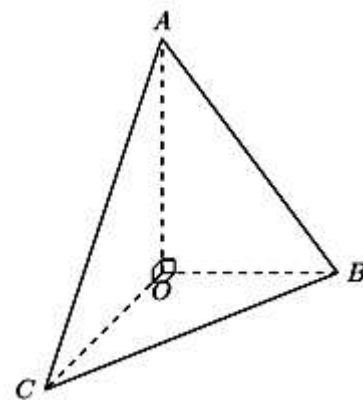
A. $(-\infty; 3)$.

B. $(-\infty; -3)$.

C. $(3; +\infty)$.

D. $(-3; +\infty)$.

Phương pháp:



$$a^x < b \Leftrightarrow x > \log_a b \text{ với } 0 < a < 1$$

$$a^x < b \Leftrightarrow x < \log_a b \text{ với } a > 1$$

Lời giải:

$$\frac{1}{2^x} > 8 \Leftrightarrow 2^{-x} > 2^3 \Leftrightarrow -x > 3 \Leftrightarrow x < -3$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $(-\infty; -3)$

Chọn B.

Câu 10 (VD): Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC vuông cân tại B, $AB = BC = a$, $SA = a\sqrt{3}$, $SA \perp (ABC)$.

Số đo của góc phẳng nhị diện $[S, BC, A]$ là

- A. 90° . B. 30° . C. 45° . D. 60° .

Phương pháp:

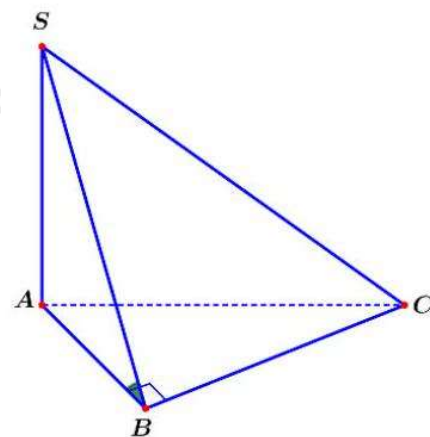
Xác định góc giữa hai mặt phẳng tạo thành.

Lời giải:

Ta có:
$$\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB.$$

Khi đó:
$$\begin{cases} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ BC \perp AB \\ BC \perp SB \end{cases} \Rightarrow [S, BC, A] = \angle SBA.$$

Xét vuông tại A, ta có:
$$\tan \widehat{SBA} = \frac{SA}{AB} = \frac{a\sqrt{3}}{a} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SBA} = 60^\circ.$$



Chọn D.

Câu 11 (TH): Hàm số $y = \cos^2 3x$ có đạo hàm là

- A. $y' = 6 \sin 6x$. B. $y' = 2 \cos 3x$. C. $y' = -3 \sin 6x$. D. $y' = -3 \sin 3x$.

Phương pháp:

Sử dụng quy tắc tính đạo hàm hàm hợp.

Lời giải:

Ta có:
$$y' = 2 \cos 3x \cdot (-\sin 3x) \cdot 3 = -6 \sin 3x \cdot \cos 3x = -3 \sin 6x$$

Chọn C.

Câu 12 (TH): Hai người độc lập nhau ném bóng vào rổ. Mỗi người ném vào rổ của mình một quả bóng.

Biết rằng xác suất ném bóng trúng vào rổ của từng người tương ứng là $\frac{1}{5}$ và $\frac{2}{7}$. Gọi A là biến cố: "Cả hai cùng ném bóng trúng vào rổ". Khi đó, xác suất của biến cố A là bao nhiêu?

- A. $P(A) = \frac{12}{35}$. B. $P(A) = \frac{1}{25}$. C. $P(A) = \frac{4}{49}$. D. $P(A) = \frac{2}{35}$.

Phương pháp:

A,B là hai biến cố độc lập nên: $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$.

Lời giải:

Gọi A là biến cố: "Cả hai cùng ném bóng trúng vào rổ."

Gọi X là biến cố: "người thứ nhất ném trúng rổ" $\Rightarrow P(X) = \frac{1}{5}$.

Gọi Y là biến cố: "người thứ hai ném trúng rổ" $\Rightarrow P(Y) = \frac{2}{7}$.

Ta thấy biến cố X,Y là 2 biến cố độc lập nhau, theo công thức nhân xác suất ta có:

$$P(A) = P(X \cdot Y) = P(X) \cdot P(Y) = \frac{1}{5} \cdot \frac{2}{7} = \frac{2}{35}$$

Chọn D.

Câu 13 (VD): Cho hình chóp SABCD có đáy là hình chữ nhật với $AB = a, AD = 2a$. Biết $SA \perp (ABCD)$

và $SA = a\sqrt{15}$. Tính góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$.

- A. 30° . B. 60° . C. 45° . D. 90° .

Phương pháp:

Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng là góc giữa đường thẳng và hình chiếu của nó trên mặt phẳng.

Lời giải:

Do $SA \perp (ABCD)$ nên

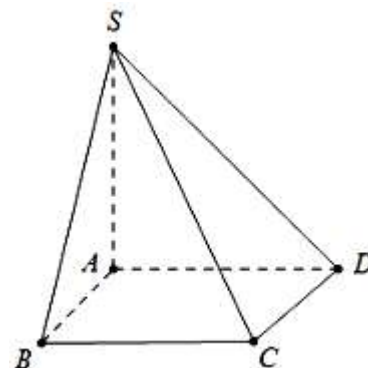
$$(\widehat{SC, (ABD)}) = (\widehat{SC, (ABCD)}) = (\widehat{SC, AC}) = \widehat{SCA}$$

Xét tam giác vuông SAC, ta có:

$$\tan \widehat{SCA} = \frac{SA}{AC} = \frac{SA}{\sqrt{AB^2 + BC^2}} = \frac{a\sqrt{15}}{\sqrt{a^2 + (2a)^2}} = \sqrt{3}$$

Suy ra $\widehat{SCA} = 60^\circ$.

Chọn B.



Câu 14 (VD): Tìm tọa độ tiếp điểm của các tiếp tuyến Δ với đồ thị của hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$, biết tiếp tuyến đó

song song với đường thẳng $2x - y - 1 = 0$.

- A. $(-2; 3)$ B. $(2; -3)$ C. $(-2; 3)$ và $(0; -1)$ D. $(0; -1)$

Phương pháp:

Hai đường thẳng song song khi chúng có hệ số góc bằng nhau. Giải phương trình tìm hoành độ tiếp điểm và suy ra tọa độ tiếp điểm.

Lời giải:

a) ĐKXD: $x \neq -1$

Ta có $y = \frac{x-1}{x+1} \Rightarrow y' = \frac{2}{(x+1)^2}$.

Vì tiếp tuyến cần tìm song song với đường thẳng $2x - y - 1 = 0 \Leftrightarrow y = 2x - 1$. Khi đó ta có

$$\frac{2}{(x+1)^2} = 2 \Leftrightarrow (x+1)^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}$$

Với $x = 0 \Rightarrow y = -1 \Rightarrow$ Phương trình tiếp tuyến là $y = 2(x-0) - 1 = 2x - 1$ (loại)

Với $x = -2 \Rightarrow y = 3 \Rightarrow$ Phương trình tiếp tuyến là $y = 2(x+2) + 3 = 2x + 7$ (thỏa mãn) \Rightarrow Tọa độ tiếp điểm là $(-2; 3)$.

Vậy tọa độ tiếp điểm cần tìm là $(-2; 3)$.

Chọn A.

Câu 15 (TH): Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh đáy bằng a và đường thẳng $A'B$ hợp với mặt đáy một góc 60° . Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

- A. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{4}$. B. $V = \sqrt{3}a^3$. C. $V = \frac{3a^3}{4}$. D. $V = \frac{a^3}{4}$.

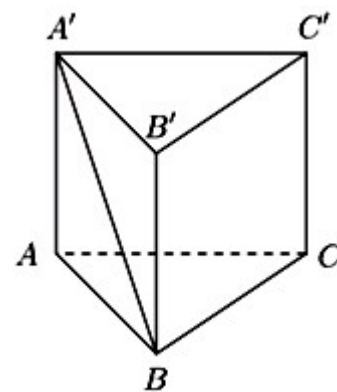
Lời giải:

Ta có: $AA' \perp (ABC) \Rightarrow (A'B, (ABC)) = (A'B, AB) = \widehat{A'BA}$

Theo giả thiết $\widehat{A'BA} = 60^\circ$

Lại có: $\tan 60^\circ = \frac{AA'}{AB} \Rightarrow AA' = AB \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$

Thể tích khối lăng trụ đã cho là $V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{ABC} = a\sqrt{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3a^3}{4}$



Chọn C.

Câu 16 (NB): Cho khối chóp có diện tích đáy bằng $7a^2$ và chiều cao bằng $9a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. $9a^3$ B. $21a^3$ C. $84a^3$ D. $63a^3$

Phương pháp:

Thể tích của khối chóp có diện tích đáy B , chiều cao h là $V = \frac{1}{3}h.B$

Lời giải:

Thể tích của khối chóp là $V = \frac{1}{3} \cdot 7a^2 \cdot 9a = 21a^3$

Chọn B.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai.

Câu 1: Hai xạ A và B cùng bắn vào một mục tiêu. Xác suất trúng mục tiêu của xạ thủ thứ nhất là 0,7 . Xác suất trúng mục tiêu của xạ thủ thứ hai là 0,8 .

Gọi A là biến cố: “xạ thủ thứ nhất bắn trúng”,

B là biến cố: “xạ thủ thứ hai bắn trúng”

Các Khẳng định dưới đây đúng hay sai?

a) Khi đó $A \cup B$ là biến cố: “Cả hai xạ thủ đều bắn trúng”

b) Biến cố $A \cup B$ và $A \cap B$ là hai biến cố xung khắc

c) Xác suất để cả hai người bắn trượt là: 0,6

d) Xác suất để có ít nhất một người bắn trúng đích là: 0,94.

Phương pháp:

Dùng kiến thức về biến cố, biến cố đối, biến cố xung khắc, xác suất của biến cố

Lời giải:

a) Sai. Vì $A \cup B$ là biến cố: “xạ thủ A bắn trúng hoặc xạ thủ B bắn trúng”.

b) Sai. Vì biến cố $A \cap B$ nằm trong $A \cup B$.

c) Sai. Vì xác suất để A và B bắn trượt lần lượt là: 0,3 và 0,4. Xác suất cả hai người bắn trượt là: 0,06

d) Đúng. Vì xác suất để có ít nhất một người bắn trúng đích là biến cố đối của biến cố cả hai người đều bắn trượt: $1 - 0,06 = 0,94$

Câu 2: Cho khối chóp đều $S \cdot ABCD$ có cạnh đáy là a , các mặt bên tạo với đáy một góc 60° , O là tâm đáy. Khẳng định sau đây đúng hay sai?

a) Thể tích hình chóp là: $\frac{a^3 \sqrt{3}}{2}$

b) Độ dài cạnh bên của hình chóp là: $\frac{a\sqrt{5}}{2}$

c) Khoảng cách $d(O; (SCB))$ bằng: $\frac{a\sqrt{3}}{4}$

d) Khoảng cách $d(AD; SC) = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

Phương pháp:

a) Thể tích của khối chóp có diện tích đáy B , chiều cao h là $V = \frac{1}{3} h.B$

b) Áp dụng định lí Pytago

c) Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông

d) $d(AD; SC) = 2d(O; (SCB))$

Lời giải:

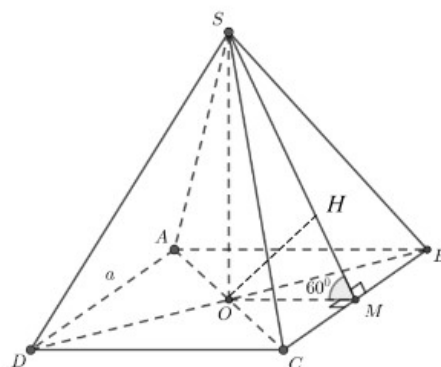
a) Sai.

Gọi M là trung điểm BC , Góc giữa mặt bên (SBC) và mặt phẳng $(ABCD)$ là góc $\widehat{SMO} = 60^\circ$.

Xét ΔSOM có $OM = \frac{a}{2}$, $\widehat{SMO} = 60^\circ$ thì

$$SO = OM \cdot \tan \widehat{SMO} = \frac{a}{2} \cdot \sqrt{3} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Nên $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{OS_{AGCD}} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{6}$ (đvtt).



b) Đúng.

Đúng. Xét ΔSOB vuông tại O ta có:

$$SB = \sqrt{OM^2 + OB^2} = \sqrt{\frac{3a^2}{4} + \frac{2a^2}{4}} = \frac{\sqrt{5}a}{2}.$$

c) Đúng.

Kẻ OH vuông góc với SM khi đó $d(O; (SCB)) = OH$

Xét ΔSOM vuông tại O có: $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OM^2} = \frac{16}{3a^2} \Rightarrow OH = \frac{a\sqrt{3}}{4}$

d) Sai

Vì $AD // CB$ mà $CB \subset (SBC)$ nên

$$d(AD; SC) = d(AD; (SCB)) = d(A; (SCB)) = 2d(O; (SCB)) = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Câu 3: Cho hàm số $f(x) = -\frac{m}{3}x^3 + mx^2 - 3x + 9$, $g(x) = 2x^3 - 6x + 1$

a) Phương trình tiếp tuyến của hàm $g(x)$ tại $x = 3$ là: $y = 3x + 107$

b) Phương trình tiếp tuyến của $g(x)$ song song với đường thẳng $y = -6x - 5$ là: $y = -6x + 1$

c) Phương trình $f'(x) = g'(x)$ có hai nghiệm phân biệt với mọi $m \in \mathbb{R}$

d) Đề $f'(x) \leq 0 \forall x \in \mathbb{R}$ thì m .

Phương pháp:

a) Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm có hoành độ $x = x_0$ là

$$y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$$

b) Hai đường thẳng song song khi chúng có hệ số góc bằng nhau

c) Phương trình bậc hai có 2 nghiệm phân biệt khi $\Delta > 0$ hoặc $\Delta' > 0$

d) Chia trường hợp rồi tìm các giá trị m thỏa mãn

Lời giải:

a) Sai

$$\text{Ta có: } g'(x) = 6x^2 - 6 \Rightarrow g'(3) = 48$$

$$\text{Ta có } x = 3 \Rightarrow g(3) = 37 \Rightarrow A(3;37)$$

$$\text{Phương trình tiếp tuyến qua điểm } A(3;37) \text{ là: } y = 48(x-3) + 37 \Rightarrow y = 3x - 107$$

b) Đúng.

Phương trình tiếp tuyến của $g(x)$ song song với đường thẳng $y = -6x - 5$ nên ta có hệ số góc bằng -6

$$\Rightarrow g'(x) = 6x^2 - 6 = -6 \Leftrightarrow x = 0 \Rightarrow g(0) = 1 \text{ vậy } B(0;1)$$

$$\text{Phương trình tiếp tuyến qua điểm } B(0;1) \text{ là: } y = -6(x-0) + 1 = -6x + 1$$

c) Sai

$$\text{Ta có } f'(x) = g'(x)$$

$$\Leftrightarrow -mx^2 + 2mx - 3 = 6x^2 - 6$$

$$\Leftrightarrow (m+6)x^2 - 2mx - 3 = 0$$

Để phương trình có hai nghiệm phân biệt thì

$$\begin{cases} m+6 \neq 0 \\ \Delta' = m^2 + 3(m+6) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -6 \\ \Delta' = m^2 + 3(m+6) > 0, \forall m \in \mathbb{R} \end{cases}$$

Vậy để phương trình có hai nghiệm phân biệt thì $m \neq -6$.

d) Tìm tất cả các giá trị của m để $f'(x) \leq 0 \forall x \in \mathbb{R}$.

$$f(x) = -\frac{m}{3}x^3 + mx^2 - 3x + 9$$

$$\Rightarrow f'(x) = -mx^2 + 2mx - 3$$

$$f'(x) \leq 0 \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow -mx^2 + 2mx - 3 \leq 0 \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\text{TH1: } m = 0 \Rightarrow f'(x) = -3 \leq 0 \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\text{TH2: } m \neq 0$$

$$-mx^2 + 2mx - 3 \leq 0 \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -m < 0 \\ \Delta' = m^2 - 3m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ 0 \leq m \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m \leq 3$$

Vậy $0 \leq m \leq 3$.

Phần III. Tự luận trả lời ngắn

Câu 1: Cho chuyển động thẳng xác định bởi phương trình $s = t^3 - 3t^2 - 9t$, trong đó $t > 0, t$ tính bằng giây giây và $s(t)$ tính bằng mét. Gia tốc của chuyển động tại thời điểm vận tốc bị triệt tiêu là:

Phương pháp:

Ta có: $s(t)'' = v(t)' = a(t)$

Lời giải:

$$s = t^3 - 3t^2 - 9t \Rightarrow v(t) = 3t^2 - 6t - 9 \Rightarrow a(t) = 6t - 6$$

$$v = 0 \Rightarrow 3t^2 - 6t - 9 = 0 \Leftrightarrow t = 3.$$

$$\text{Vậy } a(3) = 6 \cdot 3 - 6 = 12 \text{ (m/s}^2\text{)}.$$

Câu 2: Cho A, B là hai biến cố. Biết $P = \frac{1}{2}, P(B) = \frac{3}{4}; P(A \cap B) = \frac{1}{4}$. Khi đó: $P(A \cup B)$ bằng:

Phương pháp:

Cho hai biến cố A, B bất kì ta có: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Lời giải:

A, B là hai biến cố bất kỳ ta luôn có:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{2} + \frac{3}{4} - \frac{1}{4} = 1$$

Câu 3: Gọi S là tập hợp gồm 6 số lẻ và 4 số chẵn. Chọn ngẫu nhiên 3 số từ S, xác suất để 3 số chọn ra có tích là số chẵn bằng:.....

Phương pháp:

Dùng biến cố đối

Lời giải:

$$n_{\Omega} = C_{10}^3 = 120$$

Gọi A là biến cố: "Chọn được 3 số tự nhiên có tích là 1 số chẵn"

\bar{A} : "Chọn được 3 số tự nhiên có tích là 1 số lẻ".

Để chọn được 3 số tự nhiên có tích là 1 số lẻ thì cả 3 số phải cùng lẻ

$$\Rightarrow n_{\bar{A}} = C_6^3 = 20 \Rightarrow n_A = 120 - 20 = 100.$$

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{100}{120} = \frac{5}{6}.$$

Câu 4: Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC \cdot A'B'C'$ có độ dài cạnh đáy bằng a và đường thẳng $A'B$ hợp với mặt đáy một góc 60° . Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC \cdot A'B'C'$ bằng:.....

Phương pháp:

Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy B, chiều cao h là $V = h \cdot B$

Lời giải:

Ta có: $AA' \perp (ABC) \Rightarrow (A'B, (ABC)) = (A'B, AB) = \widehat{A'BA}$

Theo giả thiết $\widehat{A'BA} = 60^\circ$

Lại có: $\tan 60^\circ = \frac{AA'}{AB} \Rightarrow AA' = AB \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$

Thể tích khối lăng trụ đã cho là $V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{ABC} = a\sqrt{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3a^3}{4}$

Câu 5: Phương trình $27^{2x-3} = \left(\frac{1}{3}\right)^{x^2+2}$ có tập nghiệm là:.....

Phương pháp:

$a^x = a^y \Leftrightarrow x = y$

Lời giải:

Ta có: $27^{2x-3} = \left(\frac{1}{3}\right)^{x^2+2} \Leftrightarrow 3^{6x-9} = 3^{-x^2-2}$

$\Leftrightarrow 6x-9 = -x^2-2 \Leftrightarrow x^2+6x-7=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-7 \end{cases}$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $\{1; -7\}$

Câu 6: Cho a và b là hai số thực dương phân biệt, khác 1 và thỏa mãn $\log_a^2(a^2b) \cdot \log_a \frac{b}{a} + 4 = 0$ Giá trị tập của $\log_b a$ bằng:.....

Phương pháp:

Sử dụng công thức logarit để giải phương trình

Lời giải:

$\log_a^2(a^2b) \cdot \log_a \frac{b}{a} + 4 = 0$

$\Leftrightarrow (\log_a a^2 + \log_a b)^2 \cdot (\log_a b - \log_a a) = -4$

$\Leftrightarrow (2 + \log_a b)^2 \cdot (\log_a b - 1) = -4$

$\Leftrightarrow (\log_a^2 b + 4 \log_a b + 4)(\log_a b - 1) = -4$

$\Leftrightarrow \log_a^3 b + 4 \log_a^2 b + 4 \log_a b - \log_a^2 b - 4 \log_a b - 4 = -4$

$\Leftrightarrow \log_a^3 b + 3 \log_a^2 b = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_a b = 0 \\ \log_a b = -3 \end{cases}$$

Vậy $S = \{0; -3\}$.