

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH ĐỒNG NAI
ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2023 – 2024

Môn Toán

Thời gian làm bài: 120 phút

Câu 1: 1) Giải phương trình $x^2 + 8x + 15 = 0$.

2) Giải phương trình $x^4 - 3x^2 - 4 = 0$.

3) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x + 3y = 13 \\ x - 3y = 2 \end{cases}$.

Câu 2: Rút gọn biểu thức $A = \sqrt{(\sqrt{2} - 1)^2} - \frac{1}{3}\sqrt{18}$.

Câu 3: 1) Vẽ đồ thị hàm số $y = -2x^2$.

2) Tìm tham số thực m để đồ thị hàm số $y = -2x^2$ và đường thẳng $y = x - m$ có điểm chung.

3) Cho phương trình $3x^2 + 5x - 1 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Tính giá trị biểu thức

$$T = 6x_1 - 7x_1x_2 + 6x_2.$$

Câu 4: 1) Hai vòi nước cùng chảy vào một bể cạn (không có nước) sau 40 phút thì đầy bể.

Nếu mở vòi thứ nhất chảy trong 15 phút rồi khóa lại, sau đó mở vòi thứ hai chảy tiếp trong 20 phút thì lúc này lượng nước trong bể chiếm $\frac{5}{12}$ thể tích của bể nước. Hỏi nếu mở riêng

từng vòi thì thời gian để mỗi vòi chảy đầy bể là bao lâu?

2) Một hình nón có bán kính đáy $r = 6cm$, độ dài đường sinh $l = 10cm$. Tính thể tích của hình nón đó.

Câu 5: Cho tam giác ABC vuông tại A, trên cạnh AB lấy điểm M (M khác A, M khác B). Từ điểm M vẽ đường thẳng MN vuông góc với BC (N thuộc BC), đường thẳng MN cắt đường thẳng AC tại K.

1) Chứng minh tứ giác AMNC nội tiếp.

2) Chứng minh $\angle ABK = \angle ACM$.

3) Đoạn thẳng BK cắt đường tròn đường kính BM tại điểm D (D khác B). Gọi I là tâm và

r là bán kính của đường tròn nội tiếp tam giác BKC. Chứng minh $\frac{1}{r} = \frac{1}{KN} + \frac{1}{CD} + \frac{1}{AB}$.

----- HẾT -----

**Câu 1 (VD):****Phương pháp:**

1) Bước 1: Tính $\Delta = b^2 - 4ac$

Bước 2: So sánh Δ với 0

- $\Delta < 0 \Rightarrow$ phương trình (1) vô nghiệm

- $\Delta = 0 \Rightarrow$ phương trình (1) có nghiệm kép $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$

- $\Delta > 0 \Rightarrow$ phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt, ta dùng công thức nghiệm sau:

2) Đặt ẩn đưa về phương trình bậc hai rồi giải.

3) Sử dụng phương pháp thế hoặc trừ vế.

Cách giải:

1) **Giải phương trình** $x^2 + 8x + 15 = 0$.

Ta có $\Delta' = 4^2 - 1.15 = 1 > 0$ phương trình có hai nghiệm phân biệt

$$\begin{cases} x_1 = \frac{-4 + \sqrt{1}}{1} = -3 \\ x_2 = \frac{-4 - \sqrt{1}}{1} = -5 \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{-5; -3\}$.

2) **Giải phương trình** $x^4 - 3x^2 - 4 = 0$.

Đặt $x^2 = t$ ($t \geq 0$) phương trình trở thành $t^2 - 3t - 4 = 0$.

Ta có $\Delta = (-3)^2 - 4.1.(-4) = 9 + 16 = 25 > 0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt:

$$\begin{cases} t_1 = \frac{3 - \sqrt{25}}{2.1} = -1 \quad (ktm) \\ t_2 = \frac{3 + \sqrt{25}}{2.1} = 4 \quad (tm) \end{cases}$$

Trở lại phép đặt ta có: $t = 4 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \pm 2$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{2; -2\}$.

3) **Giải hệ phương trình** $\begin{cases} 2x + 3y = 13 \\ x - 3y = 2 \end{cases}$.

Cộng vế với vế ta được:

$$\begin{cases} 3x = 15 \\ x - 3y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x - 3y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ -3y = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x; y) = (5; 1)$.

Câu 2 (VD):

Phương pháp:

Với A là một biểu thức ta có $\sqrt{A^2} = |A|$ nghĩa là:

$$-\sqrt{A^2} = A \text{ nếu } A \geq 0.$$

$$-\sqrt{A^2} = -A \text{ nếu } A < 0.$$

Cách giải:

Rút gọn biểu thức $A = \sqrt{(\sqrt{2}-1)^2} - \frac{1}{3}\sqrt{18}$.

Ta có:

$$A = \sqrt{(\sqrt{2}-1)^2} - \frac{1}{3}\sqrt{18}$$

$$A = |\sqrt{2}-1| - \frac{1}{3}\sqrt{3^2 \cdot 2}$$

$$A = \sqrt{2}-1 - \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot \sqrt{2} \text{ (do } \sqrt{2}-1 > 0)$$

$$A = \sqrt{2}-1 - \sqrt{2}$$

$$A = -1$$

Vậy $A = -1$.

Câu 3 (NB):

Phương pháp:

- 1) Vẽ đồ thị.
- 2) Tìm tọa độ giao điểm.
- 3) Sử dụng định lí vi - et

Cách giải:

- 1) Vẽ đồ thị hàm số $y = -2x^2$.

Ta có bảng giá trị sau:

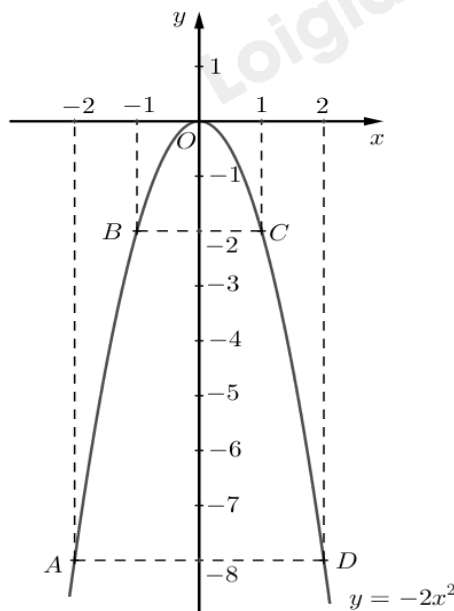
x	-2	-1	0	1	2
$y = -2x^2$	-8	-2	0	-2	-8

⇒ Đồ thị hàm số là đường cong parabol đi qua các điểm

$$O(0;0); A(-2;-8); B(-1;-2); C(1;-2); D(2;-8)$$

Hệ số $a = -2 < 0$ nên parabol có bề cong hướng xuống. Đồ thị hàm số nhận Oy làm trục đối xứng.

Ta vẽ được đồ thị hàm số $y = -2x^2$ như sau:



2) Tìm tham số thực m để đồ thị hàm số $y = -2x^2$ và đường thẳng $y = x - m$ có điểm chung.

Xét phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = -2x^2$ và đường thẳng $y = x - m$, ta có:

$$-2x^2 = x - m \Leftrightarrow -2x^2 - x + m = 0$$

Để đồ thị hàm số $y = -2x^2$ và đường thẳng $y = x - m$ có điểm chung thì phương trình $-2x^2 - x + m = 0$ phải có nghiệm.

$$\Leftrightarrow \Delta = (-1)^2 - 4 \cdot (-2) \cdot m = 1 + 8m \geq 0 \Leftrightarrow m \geq \frac{-1}{8}$$

Vậy $m \geq \frac{-1}{8}$ thì đồ thị hàm số $y = -2x^2$ và đường thẳng $y = x - m$ có điểm chung.

3) Cho phương trình $3x^2 + 5x - 1 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Tính giá trị biểu thức

$$T = 6x_1 - 7x_1x_2 + 6x_2.$$

Vì phương trình có hai nghiệm phân biệt nên theo hệ thức Viet ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{5}{3} \\ x_1 \cdot x_2 = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

Khi đó ta có:

$$T = 6x_1 - 7x_1x_2 + 6x_2$$

$$\begin{aligned}
 &= 6(x_1 + x_2) - 7x_1x_2 \\
 &= 6 \cdot \left(-\frac{5}{3}\right) - 7 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) \\
 &= -\frac{23}{3}
 \end{aligned}$$

Vậy $T = -\frac{23}{3}$.

Câu 4 (VD):

Cách giải:

1) Gọi hai vòi chảy riêng đầy bể lần lượt là x, y (phút, $x, y > 40$)

Mỗi giờ vòi thứ nhất chảy một mình được $\frac{1}{x}$ (bể), vòi thứ hai chảy một mình được $\frac{1}{y}$ (bể)

Vì 2 vòi cùng chảy vào bể sau 40 phút thì đầy bể nên ta có:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{40} \quad (1)$$

Vì nếu mở vòi thứ nhất chảy trong 15 phút rồi khóa lại, sau đó mở vòi thứ hai chảy tiếp trong 20 phút thì lúc này lượng nước trong bể chiếm $\frac{5}{12}$ thể tích của bể nước nên ta có:

$$\frac{15}{x} + \frac{20}{y} = \frac{5}{12} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{40} \\ \frac{15}{x} + \frac{20}{y} = \frac{5}{12} \end{cases}$$

Đặt $\begin{cases} u = \frac{1}{x} \\ v = \frac{1}{y} \end{cases}$, hệ phương trình trở thành
$$\begin{cases} u + v = \frac{1}{40} \\ 15u + 20v = \frac{5}{12} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 15u + 15v = \frac{3}{8} \\ 15u + 20v = \frac{5}{12} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5v = \frac{1}{24} \\ u = \frac{1}{40} - v \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v = \frac{1}{120} \\ u = \frac{1}{60} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{60} \\ \frac{1}{y} = \frac{1}{120} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 60 \\ y = 120 \end{cases} (TM).$$

Vậy vòi 1 chảy một mình đầy bể trong 60 phút, vòi 2 chảy một mình đầy bể trong 120 phút.

2) Gọi h là đường cao của hình nón.

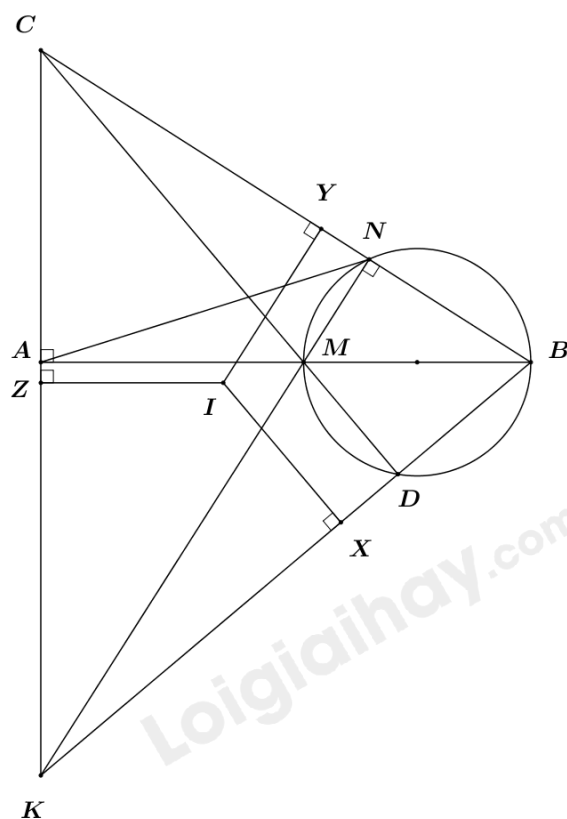
Ta có: $r^2 + h^2 = l^2 \Leftrightarrow 6^2 + h^2 = 10^2 \Leftrightarrow h^2 = 64 \Leftrightarrow h = 8$ (cm).

Thể tích của hình nón là: $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \cdot 6^2 \cdot 8 = 96\pi$ (cm³).

Vậy thể tích của hình nón là: 96π (cm³).

Câu 5 (VD):

Cách giải:



1) Chứng minh tứ giác AMNC nội tiếp.

Xét tứ giác AMNC có:

$$\angle CAM = 90^\circ \text{ (} \triangle ABC \text{ vuông tại A)}$$

$$\angle CNM = 90^\circ \text{ (do } MN \perp AC \text{)}$$

$$\Rightarrow \angle CAM + \angle CAN = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$$

Suy ra tứ giác AMNC nội tiếp. (tứ giác có tổng hai góc đối bằng 180°).

2) Chứng minh $\angle ABK = \angle ACM$.

Vì AMNC là tứ giác nội tiếp (cmt) $\Rightarrow \angle ACM = \angle ANM$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AM)

(1)

Xét tứ giác ANBK có: $\angle KAB = \angle KNB = 90^\circ$ (gt)

Mà hai góc này ở vị trí hai góc kề nhau cùng chắn BK.

\Rightarrow ANBK là tứ giác nội tiếp (dnhb)

$\Rightarrow \angle ABK = \angle ANK = \angle ANM$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AK) (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \angle ABK = \angle ACM$ (dpcm).

3) Đoạn thẳng BK cắt đường tròn đường kính BM tại điểm D (D khác B). Gọi I là tâm và r là bán kính của đường tròn nội tiếp tam giác BKC. Chứng minh $\frac{1}{r} = \frac{1}{KN} + \frac{1}{CD} + \frac{1}{AB}$.

Ta có:
$$\begin{cases} KN \perp BC \\ AB \perp CK \\ KN \cap AB = \{M\} \end{cases} \Rightarrow M \text{ là trực tâm tam giác BCK.}$$

$\Rightarrow CM$ là đường cao thứ ba của tam giác BCK $\Rightarrow CM \perp BK$.

Mà $\angle MDB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow MD \perp BD \Rightarrow MD \perp BK$

$\Rightarrow C, M, D$ thẳng hàng.

Gọi X, Y, Z lần lượt là hình chiếu vuông góc của I trên BK, BC, CK.

Ta có:

$$\begin{aligned} S_{\Delta BCK} &= S_{\Delta IBK} + S_{\Delta IBC} + S_{\Delta ICK} \\ &= \frac{1}{2}(IX \cdot BK + IY \cdot BC + IZ \cdot CK) \\ &= r \cdot \frac{BK + BC + CK}{2} \end{aligned}$$

Mặt khác:

$$\begin{aligned} S_{\Delta BCK} &= \frac{1}{2} CD \cdot BK = \frac{1}{2} KN \cdot BC = \frac{1}{2} AB \cdot CK \\ \Rightarrow BK &= \frac{2S_{\Delta BCK}}{CD}, BC = \frac{2S_{\Delta BCK}}{KN}, CK = \frac{2S_{\Delta BCK}}{AB} \end{aligned}$$

Do đó ta có:

$$\begin{aligned} S_{\Delta BCK} &= r \cdot \frac{\frac{2S_{\Delta BCK}}{CD} + \frac{2S_{\Delta BCK}}{KN} + \frac{2S_{\Delta BCK}}{AB}}{2} \\ \Rightarrow S_{\Delta BCK} &= r \cdot \frac{2S_{\Delta BCK} \left(\frac{1}{CD} + \frac{1}{KN} + \frac{1}{AB} \right)}{2} \\ \Rightarrow 1 &= r \cdot \left(\frac{1}{CD} + \frac{1}{KN} + \frac{1}{AB} \right) \\ \Leftrightarrow \frac{1}{r} &= \frac{1}{CD} + \frac{1}{KN} + \frac{1}{AB} \text{ (dpcm).} \end{aligned}$$