**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**
**HẢI PHÒNG**

**ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT**
**Năm học: 2023 – 2024**
**Môn: Toán - Thời gian: 120 phút**

**Câu 1:** Cho biểu thức:

$A = 3\sqrt{8} - \sqrt{50} - \sqrt{\left(\sqrt{2} - 1\right)^2}$

$B = \left(\dfrac{3\sqrt{x} + 6}{x - 4} + \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 2}\right) : \dfrac{x - 9}{\sqrt{x} - 3}$ với $x \ge 0, x \ne 4, x \ne 9$

a) Rút gọn biểu thức A và B.

b) Tìm x sao cho A – 2B = 3.

**Câu 2:** Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2(x-3) + 3(3x+y) = -11 \\ (x-3) - 2(3x+y) = 5 \end{cases}$.

**Câu 3:** Một quyển vở giá 14000 đồng, một hộp bút giá 30000 đồng. Minh muốn mua 01 hộp bút và một số quyển vở.

a) Gọi $x\left(x \in \mathbb{N}^*\right)$ là số quyển vở Minh mua, y là số tiền cần trả khi mua x quyền vở và 01 hộp bút. Hãy biểu diễn y theo x.

b) Nếu Minh có 300000 đồng để mua vở và 01 hộp bút thì Minh mua được tối đa bao nhiêu quyển vở?

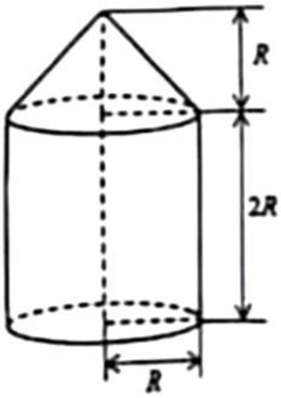
**Câu 4:** Cho phương trình $x^2 - 2\left(m-1\right)x + m^2 - 9 = 0$ (1) ( $x$ là ẩn, $m$ là tham số)

a) Giải phương trình (1) khi $m = -3$.

b, Tìm các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $x_1, x_2$ thỏa mãn điều kiện $x_1 - x_2 = 2m - 10$

**Câu 5:** Một trường học có mảnh vườn hình chữ nhật chu vi là 100m. Nhà trường tiến hành mở rộng mảnh vườn bằng cách tăng chiều dài thêm 5m và chiều rộng thêm 4m, khi đó diện tích tăng 240m². Tính chiều dài và chiều rộng mảnh vường trước khi mở rộng.

**Câu 6:** Một chi tiết máy gồm một phần có dạng hình trụ, phần còn lại có dạng hình nón với các kích thước như hình 1. Biết rằng phần hình trụ có chu vi đáy là 37,68cm. Tính thể tích của chi tiết máy đó (lấy $\pi \approx 3,14$; kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2).




*Hình 1*

**Câu 7:** Cho đường tròn (O;R) và điểm A sao cho OA > 2R, vẽ hai tiếp tuyến AB, AC của đường tròn (B, C là các tiếp điểm), kẻ dây cung BD song song với AC. Đường thẳng AD cắt (O; R) tại điểm E ( $E \neq D$ ). Gọi I là trung điểm của DE.

a) Chứng minh năm điểm A, B, I, O, C cùng thuộc một đường tròn.

b) Đường thẳng BC cắt OA, AD lần lượt tại H và K. Gọi F là giao điểm của BE và AC. Chứng minh AK.AI

c) Chứng minh ba đường thẳng AB, CD, FK đồng quy.

**Câu 8:** Cho các số thực a, b thoả mãn: a > 0, b > 0 và $(a+b)^3 = 2\left(1-a^2-b^2\right)$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M = \frac{1}{ab} + \frac{1}{a^2+b^2}$.

**----- HẾT -----**

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

**Câu 1 (TH):**

**Phương pháp:**

a) Khai phương căn bậc hai và rút gọn

b) Tìm mẫu số chung, quy đồng và rút gọn biểu thức

**Cách giải:**

a) Rút gọn biểu thức A và B.

+) Ta có:

$$A=3\sqrt{8}-\sqrt{50}-\sqrt{\left(\sqrt{2}-1\right)^2}$$
$$\Leftrightarrow A=3\sqrt{2^2.2}-\sqrt{5^2.2}-\left|\sqrt{2}-1\right|$$
$$\Leftrightarrow A=3.2\sqrt{2}-5\sqrt{2}-\left(\sqrt{2}-1\right)\left(do\,\sqrt{2}-1>0\right)$$
$$\Leftrightarrow A=6\sqrt{2}-5\sqrt{2}-\sqrt{2}+1$$
$$\Leftrightarrow A=(6-5-1)\sqrt{2}+1$$
$$\Leftrightarrow A=1.$$

Vậy A = 1.

+) Với $x\ge 0, x\ne 4, x\ne 9$ ta có:

$$B=\left(\frac{3\sqrt{x}+6}{x-4}+\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}\right):\frac{x-9}{\sqrt{x}-3}$$
$$\Leftrightarrow B=\left(\frac{3\left(\sqrt{x}+2\right)}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}+\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}\right):\frac{x-9}{\sqrt{x}-3}$$
$$\Leftrightarrow B=\left(\frac{3}{\sqrt{x}-2}+\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}\right):\frac{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}{\sqrt{x}-3}$$
$$\Leftrightarrow B=\frac{3+\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}:\left(\sqrt{x}+3\right)$$
$$\Leftrightarrow B=\frac{3+\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}.\frac{1}{\sqrt{x}+3}$$
$$\Leftrightarrow B=\frac{1}{\sqrt{x}-2}$$

Vậy với $x\ge 0, x\ne 4, x\ne 9$ thì $B=\dfrac{1}{\sqrt{x}-2}$.

b) Tìm x sao cho A – 2B = 3.

Ta có

$$A-2B=3$$
$$\Leftrightarrow 1-2.\frac{1}{\sqrt{x}-2}=3$$
$$\Leftrightarrow 2.\frac{1}{\sqrt{x}-2}=1-3$$
$$\Leftrightarrow 2.\frac{1}{\sqrt{x}-2}=-2$$
$$\Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{x}-2}=-1$$
$$\Leftrightarrow \sqrt{x}-2=-1$$
$$\Leftrightarrow \sqrt{x}=1$$
$$\Leftrightarrow x=1(tm)$$

Vậy x = 1.

**Câu 2 (TH):**

**Phương pháp:**

Đặt ẩn phụ hoặc nhân phá ngoặc đưa về dạng hệ phương trình bậc nhất hai ẩn

**Cách giải:**

Giải hệ phương trình $\begin{cases}2(x-3)+3(3x+y)=-11\\(x-3)-2(3x+y)=5\end{cases}$.

*Cách 1:*

Đặt: $\begin{cases}x-3=a\\3x+y=b\end{cases}$. Khi đó hệ phương trình trở thành: $\begin{cases}2a+3b=-11\\a-2b=5\end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}2a+3b=-11\\2a-4b=10\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=5+2b\\7b=-21\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-1\\b=-3\end{cases}$$

Suy ra $\begin{cases}x-3=-1\\3x+y=-3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\y=-3-3x\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\y=-9\end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất là: $(x;y)=(2;-9)$.

*Cách 2:*

$$\begin{cases}2(x-3)+3(3x+y)=-11\\(x-3)-2(3x+y)=5\end{cases}$$
$$\Leftrightarrow\begin{cases}2x-6+9x+3y=-11\\x-3-6x-2y=5\end{cases}$$
$$\Leftrightarrow\begin{cases}11x+3y=-5\\-5x-2y=8\end{cases}$$
$$\Leftrightarrow\begin{cases}11x+3y=-5 \quad (1)\\y=-\dfrac{8+5x}{2}=-4-\dfrac{5}{2}x\end{cases}$$

Thay $y= -4-\frac{5}{2}x$ vào (1) ta có:

$$11x+3.\left(-4-\frac{5}{2}x\right)= -5$$
$$\Leftrightarrow 11x-12-\frac{15}{2}x= -5$$
$$\Leftrightarrow \frac{7}{2}x=7$$
$$\Leftrightarrow x=2.$$

Với $x=2$ thì $y= -4-\frac{5}{2}.2= -9$.

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất là: $(x;y)=(2;-9)$.

**Câu 3 (TH):**

**Phương pháp:**

a) Biểu diễn giá tiền khi mua x quyển vở và một hộp bút

b) Lập bất phương trình giá tiền cần trả nhỏ hơn 300000 và giải bất phương trình.

**Cách giải:**

a) Gọi $x\left(x\in\mathbb{N}^*\right)$ là số quyển vở Minh mua, y là số tiền cần trả khi mua x quyền vở và 01 hộp bút. Hãy biểu diễn y theo x.

Giá tiền khi mua x quyển vở và một hộp bút là: $14000x+30000$ (đồng).

Vì y là số tiền mua x quyển vở và một hộp bút nên $y=14000x+30000$.

b) Nếu Minh có 300000 đồng để mua vở và 01 hộp bút thì Minh mua được tối đa bao nhiêu quyển vở?

Gọi a $(a\in\mathbb{N})$ là số quyển vở tối đa Minh mua.

Số tiền Minh phải trả khi mua 01 hộp bút và a quyển vở là: $14000.a+30000$.

Vì Minh chỉ có 300 000 đồng nên số tiền phải trả nhỏ hơn hoặc bằng 300 000 đồng

Ta có:

$$\begin{aligned}
&14000.a + 30000 \le 300000\\
&\Leftrightarrow 14000.a \le 300000 - 30000\\
&\Leftrightarrow 14000.a \le 270000\\
&\Leftrightarrow a \le 270000 : 14000\\
&\Leftrightarrow a \le \frac{135}{7} \approx 19,29
\end{aligned}$$

Vậy số vở tối đa Minh có thể mua là 19 quyển.

**Câu 4 (VD):**

**Phương pháp:**

a) Thay $m = -3$ và giải phương trình bậc hai

b) áp dụng hệ thức Viet giải hệ phương trình $\begin{cases} x_1 + x_2 = -\dfrac{b}{a} \\ x_1 - x_2 = 2m - 10 \end{cases}$ và thay $x_1, x_2$ vào $x_1.x_2 = \dfrac{c}{a}$.

**Cách giải:**

1. Cho phương trình $x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 9 = 0$ (1) ($x$ là ẩn, $m$ là tham số)

a) Giải phương trình (1) khi $m = -3$.

Thay $m = -3$vào (1) ta được:

$$x^2 - 2(-3-1)x + (-3)^2 - 9 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 8x = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x+8) = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -8 \end{array}\right.$$

Vậy với $m = -3$thì phương trình có 2 nghiệm phân biệt $x = 0$ hoặc $x = -8$.

b, Tìm các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $x_1, x_2$ thỏa mãn điều kiện $x_1 - x_2 = 2m - 10$

+ Phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' = \left[-(m-1)\right]^2 - m^2 + 9 > 0$

$$\begin{aligned}
&\Leftrightarrow m^2 - 2m + 1 - m^2 + 9 > 0\\
&\Leftrightarrow -2m + 10 > 0\\
&\Leftrightarrow m < 5
\end{aligned}$$

Theo hệ thức Vi-ét: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m-1) \\ x_1.x_2 = m^2 - 9 \ (*) \end{cases}$

+ Ta có: $x_1+x_2=2(m-1)\Rightarrow x_1=2(m-1)-x_2$ thay vào $x_1-x_2=2m-10$ ta được:

$$2(m-1)-x_2-x_2=2m-10$$
$$\Leftrightarrow 2(m-1)-2x_2=2\left(m-5\right)$$
$$\Leftrightarrow m-1-x_2=m-5$$
$$\Rightarrow x_2=4$$
$$\Rightarrow x_1=2(m-1)-4=2m-6$$

Thay vào (*) ta được:

$$\left(2m-6\right).4=m^2-9$$
$$\Leftrightarrow m^2-8m+15=0$$
$$\Leftrightarrow m^2-3m-5m+15=0$$
$$\Leftrightarrow m\left(m-3\right)-5\left(m-3\right)=0$$
$$\Leftrightarrow \left(m-3\right)\left(m-5\right)=0$$
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=3\ (tm) \\ m=5\ (Ktm)\end{array}\right.$$

Vậy $m=3$ là giá trị cần tìm.

**Câu 5 (VD):**

**Phương pháp:**

Gọi chiều dài hình chữ nhật là x, biểu diễn chiều rộng, diện tích hình chữ nhật theo x và lập phưuong trình tìm x.

**Cách giải:**

Gọi chiều dài mảnh vườn trước khi mở rộng là $x\left(m\right)$ (ĐK: 0 < x > 50).

Nửa chu vi mảnh vườn hình chữ nhật là $100:2=50$ (m).

Suy ra, chiều rộng mảnh vườn trước khi mở rộng là: $50-x$ (m).

$\Rightarrow$ Diện tích mảnh vườn trước khi mở rộng là $x.\left(50-x\right)$ (m$^2$).

Chiều dài mảnh vườn sau khi mở rộng là $x+5$ (m).

Chiều rộng mảnh vườn sau khi mở rộng là $50-x+4=54-x$ (m).

Suy ra, diện tích mảnh vườn sau khi mở rộng là $\left(x+5\right).\left(54-x\right)$ (m$^2$).

Do diện tích sau khi mở rộng tăng 240m$^2$ so với diện tích mảnh vườn ban đầu, nên ta có phương trình:

$$\left(x+5\right).\left(54-x\right)-x.\left(50-x\right)=240$$

$\Leftrightarrow 54x - x^2 + 270 - 5x - 50x + x^2 = 240$

$\Leftrightarrow \ -x + 270 = 240$

$\Rightarrow x = 30$ (TMĐK)

Vậy chiều dài mảnh vườn trước khi mở rộng là 30 m;

Chiều rộng rộng mảnh vườn trước khi mở rộng là 50 – 30 = 20 m.

**Câu 6 (VD):**

**Phương pháp:**

Gọi R là bán kính đường tròn đáy của hình trụ và hình nón. Lập phương trình chu vi và giải phương trình.

**Cách giải:**

Gọi R là bán kính đường tròn đáy của hình trụ và hình nón.

Ta có đáy hình trụ là hình tròn có chu vi là 37,68 cm nên ta có:

$2\pi R = 37,68$

$\Leftrightarrow 2.3,14.R = 37,68$

$\Leftrightarrow R = \dfrac{37,68}{2.3,14} = 6$

Thể tích phần hình trụ là: $V_{ht} = \pi R^2 h_{ht} = 3,14.6^2.(2.6) = 1356,48\,(cm^3)$

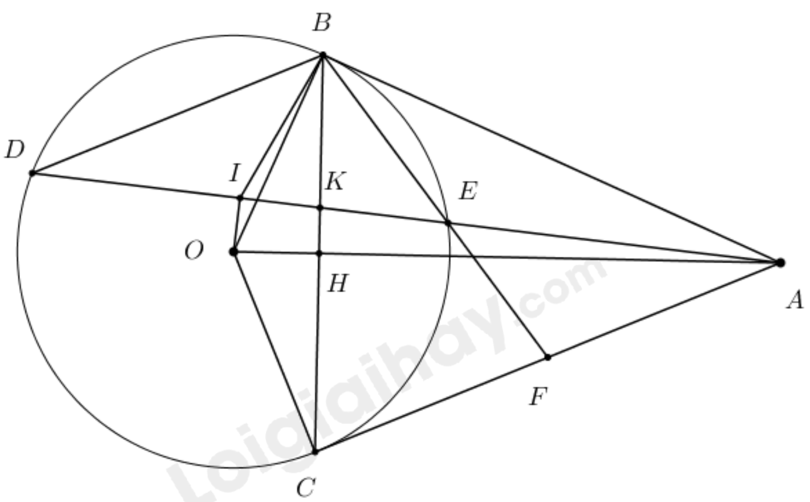
Thể tích phần hình nón là: $V_{hn} = \dfrac{1}{3}\pi R^2 h_{hn} = \dfrac{1}{3}3,14.6^2.6 = 226,08\,(cm^3)$

Thể tích của chi tiết máy đó là: $V = V_{ht} + V_{hn} = 1356,48 + 226,08 = 1582,56\,(cm^3)$

Vậy thể tích của chi tiết máy là $1582,56\,cm^3$.

**Câu 7 (VD):**

**Cách giải:**



a) Chứng minh năm điểm A, B, I, O, C cùng thuộc một đường tròn.

Do AB, AC là tiếp tuyến nên $AB \perp OB, AC \perp OC$ (định nghĩa)

$\Rightarrow \angle ACO = \angle ABO = 90^0 \Rightarrow \angle ABO + \angle ACO = 90^0 + 90^0 = 180^0$

Mà 2 góc này ở vị trí đối diện nên OCAB nội tiếp hay O, C, A, B cùng thuộc một đường tròn (1)

Do I là trung điểm của DE nên $OI \perp DE$ (tính chất đường kính vuông góc với dây cung)

$\Rightarrow \angle OIA = 90^0 \Rightarrow \angle OIA + \angle OCA = 90^0 + 90^0 = 180^0$

Mà 2 góc này ở vị trí đối diện nên OIAC nội tiếp hay O, I, A, C cùng thuộc một đường tròn (2)

Từ (1) và (2) suy ra 5 điểm A, B, I, O, C cùng thuộc một đường tròn (đpcm).

b) Đường thẳng BC cắt OA, AD lần lượt tại H và K. Gọi F là giao điểm của BE và AC. Chứng minh AK.AI = AH.AO và tam giác AFE đồng dạng với tam giác BFA.

Ta có AB = AC (tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau) => A thuộc trung trực của BC

OB = OC (bằng bán kính) => O thuộc trung trực của BC.

$\Rightarrow$ AO là trung trực của BC hay $AO \perp BC$ tại H

Xét tam giác ABO vuông tại B, đường cao BH nên:

$AB^2 = AH.AO$ (hệ thức lượng trong tam giác vuông) (3)

Ta có $\angle BIA = \angle BCA$ (hai góc nội tiếp chắn cung AB) $\Rightarrow \angle BIA = \angle ABC (= \angle BCA)$.

Xét $\Delta ABK$ và $\Delta AIB$ có:

$\angle BAI$ chung

$\angle BIA = \angle ABC = \angle ABK (cmt)$

$\Rightarrow \Delta ABK \backsim \Delta AIB (g.g) \Rightarrow \dfrac{AB}{AI} = \dfrac{AK}{AB}$ (cặp cạnh tương ứng tỉ lệ).

$\Leftrightarrow AB^2 = AK.AI$ (4)

Từ (3) và (4) suy ra $AK.AI = AH.AO \left(= AB^2\right)$ (đpcm)

Do $BD \parallel AC (gt) \Rightarrow \angle BDA = \angle DAC$ (so le trong)

Mà $\angle BDA = \angle ABF$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung cùng chắn cung BE)

$\Rightarrow \angle DAC = \angle ABF (= \angle BDA) = \angle EAF$.

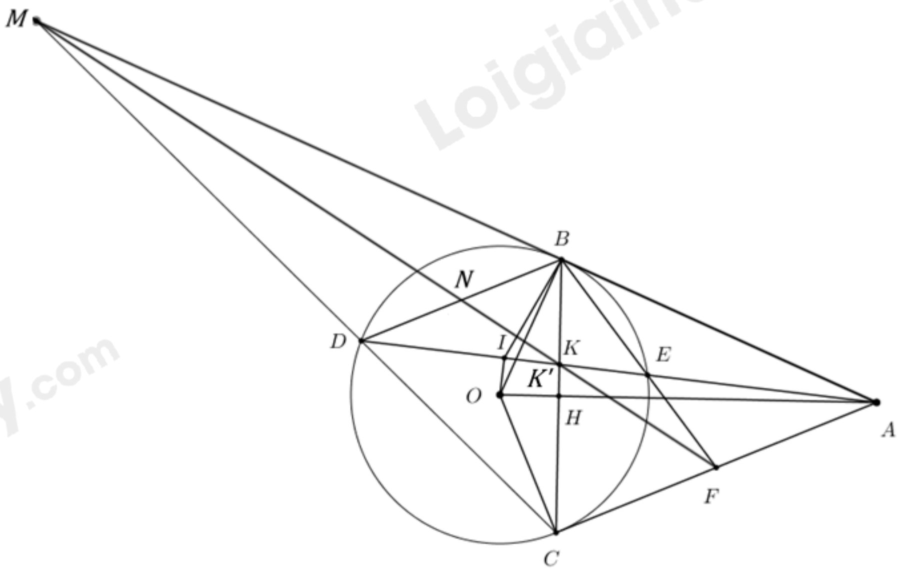
Xét $\Delta AFE$ và $\Delta BFA$ có:

$\angle BFA$ chung

$\angle EAF = \angle ABF\,(cmt)$

$\Rightarrow \Delta AFE \backsim \Delta BFA(g.g)$ (đpcm)

c) Chứng minh ba đường thẳng AB, CD, FK đồng quy.




Do $\Delta AFE \backsim \Delta BFA(cmt) \Rightarrow \dfrac{FA}{FB} = \dfrac{FE}{FA}$ (cặp cạnh tương ứng tỉ lệ) $\Rightarrow FA^2 = FB.FE$

Xét $\Delta FEC$ và $\Delta FCB$ có $\angle CFB$ chung và $\angle FCE = \angle CBF$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung cùng chắn cung CE).

$\Rightarrow \Delta FEC \backsim \Delta FCB(g.g) \Rightarrow \dfrac{FC}{FB} = \dfrac{FE}{FC}$ (cặp cạnh tương ứng tỉ lệ) $\Rightarrow FC^2 = FE.FB$

$\Rightarrow FC = FA \Rightarrow F$ là trung điểm của AC.

Gọi M là giao điểm của DC và AB, N là giao điểm của MF và BD.

Do $BD \parallel AC\,(gt) \Rightarrow \dfrac{DN}{FC} = \dfrac{BN}{FA}\left(= \dfrac{MN}{MF}\right)$ (định lí Ta-lét) $\Rightarrow DN = BN$ (do $FC = FA$)

Gọi K’ là giao điểm của NF và BC $\Rightarrow \dfrac{BK'}{CK'} = \dfrac{BN}{CF}$ (Định lí Ta-lét) (5)

Mà $\dfrac{BN}{CF} = \dfrac{2BN}{2CF} = \dfrac{BD}{AC} = \dfrac{BK}{CK}$ (6)

Từ (5) và (6) suy ra K, K' cùng nằm trên đoạn BC và $\dfrac{BK}{CK} = \dfrac{BK'}{CK'}\left(= \dfrac{BD}{AC}\right) \Rightarrow K \equiv K'$

Chứng tỏ M, N, K, F thẳng hàng hay ba đường thẳng AB, CD, FK đồng quy tại M.

**Câu 8 (VDC):**

**Phương pháp:**

Áp dụng bất đẳng thức Cosi

**Cách giải:**

Theo bài ra ta có:

$$(a+b)^3=2\left(1-a^2-b^2\right)$$
$$\Leftrightarrow (a+b)^3+2a^2+2b^2-2=0$$
$$\Leftrightarrow (a+b)^3+a^2+2ab+b^2+a^2-2ab+b^2-2=0$$
$$\Leftrightarrow (a+b)^3+\left(a+b\right)^2+\left(a-b\right)^2-2=0$$
$$\Leftrightarrow (a+b)^3+\left(a+b\right)^2-2=\ -\left(a-b\right)^2$$

Vì $\left(a-b\right)^2\ge 0\Rightarrow\ -\left(a-b\right)^2\le 0$ nên $(a+b)^3+(a+b)^2-2\le 0$ (1)

Đặt $x=a+b>0$. Khi đó (1) trở thành: $x^3+x^2-2\le 0$

$$\Leftrightarrow x^3-x^2+2x^2-2x+2x-2\le 0$$
$$\Leftrightarrow x^2\left(x-1\right)+2x\left(x-1\right)+2\left(x-1\right)\le 0$$
$$\Leftrightarrow \left(x-1\right)\left(x^2+2x+2\right)\le 0$$
$$\Leftrightarrow \left(x-1\right)\left[\left(x+1\right)^2+1\right]\le 0$$
$$\Leftrightarrow x-1\le 0\left(do\,(x+1)^2+1>0\,\forall x\right)$$
$$\Leftrightarrow x\le 1$$

Do $x>0$ nên ta có: $0<x\le 1$ hay $0<a+b\le 1\Rightarrow 1\ge a^2+b^2+2ab$.

Khi đó: $M\ge\left(a^2+b^2+2ab\right).M=\dfrac{a^2+b^2+2ab}{ab}+\dfrac{a^2+b^2+2ab}{a^2+b^2}$

$$\Rightarrow M\ge\frac{a^2+b^2}{ab}+2+\frac{2ab}{a^2+b^2}+1=\frac{a^2+b^2}{ab}+\frac{2ab}{a^2+b^2}+3=\frac{a^2+b^2}{2ab}+\left(\frac{a^2+b^2}{2ab}+\frac{2ab}{a^2+b^2}\right)+3$$

Theo bất đẳng thức Cô-si ta có:

$$a^2+b^2\ge 2ab\Rightarrow\frac{a^2+b^2}{2ab}\ge\frac{2ab}{2ab}=1$$

$$\frac{2ab}{a^2+b^2}+\frac{a^2+b^2}{2ab}\ge 2\sqrt{\frac{2ab}{a^2+b^2}\cdot\frac{a^2+b^2}{2ab}}=2;$$

Suy ra: $M\ge 1+2+3=6$. Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $a=b=\dfrac{1}{2}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của $M=6$ khi $a=b=\dfrac{1}{2}$.