

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÀNH PHỐ HỒ CHÍ MINHĐỀ THI CHÍNH THỨC VÀO 10
MÔN TOÁN

NĂM HỌC 2023 – 2024

Thời gian: 120 phút

Câu 1: Cho parabol $(P): y = \frac{x^2}{2}$ và đường thẳng $(d): y = x + 4$.

- Vẽ đồ thị (P) và (d) trên cùng hệ trục tọa độ.
- Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép tính.

Câu 2: Cho phương trình $2x^2 - 13x - 6 = 0$ có 2 nghiệm là x_1, x_2 .

Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $A = (x_1 + x_2)(x_1 + 2x_2) - x_2^2$.

Câu 3: Một nhà khoa học đã đưa ra công thức tính số cân nặng lý tưởng của con người theo chiều cao và giới tính như sau: $M = T - 100 - \frac{T - 150}{N}$ trong đó M là cân nặng (kg), T là chiều cao (cm), $N = 4$ nếu là nam và $N = 2$ nếu là nữ.

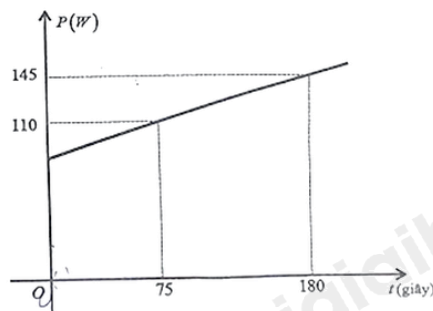
- Bạn Hạnh (nữ) cao 1,58 mét. Hỏi cân nặng lý tưởng của bạn Hạnh là bao nhiêu ?
- Bạn Phúc (nam) có cân nặng 68 kg. Để cân nặng này là lý tưởng thì chiều cao cần đạt của Phúc là bao nhiêu?

Câu 4: Cửa hàng A niêm yết giá một bông hồng là 15000 đồng. Nếu khách hàng mua nhiều hơn 10 bông thì từ bông thứ 11 trở đi, mỗi bông hồng được giảm 10% trên giá niêm yết. Nếu mua nhiều hơn 20 bông thì từ bông thứ 21 trở đi, mỗi bông được giảm thêm 20% trên giá đã giảm.

- Nếu khách hàng mua 30 bông hồng tại cửa hàng A thì phải trả bao nhiêu tiền ?
- Bạn Thảo đã mua một số bông hồng tại cửa hàng A với số tiền là 555000 đồng. Hỏi bạn Thảo đã mua bao nhiêu bông hồng ?

Câu 5: Chị Lan đun sôi nước bằng ấm điện. Biết rằng mối liên hệ giữa công suất hao phí $P(W)$ của âm điện và thời gian đun t (giây) được mô hình hóa bởi một hàm số bậc nhất có dạng $P = at + b$ và có đồ thị như hình bên.

- Hãy xác định các hệ số của a và b
- Nếu đun nước với công suất hao phí là 105(W) thì thời gian đun là bao lâu?



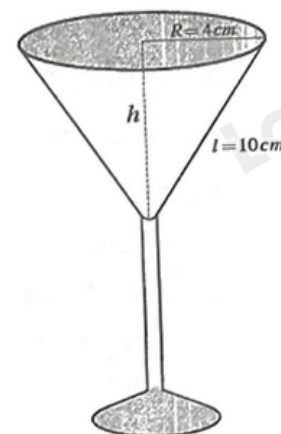
Câu 6: Bạn Nam dự định tổ chức buổi tiệc sinh nhật và chọn loại ly có phần chứa nước dạng hình nón với bán kính đáy $R = 4$ cm và độ dài đường sinh $l = 10$ cm để khách uống nước trái cây.

a) Tính thể tích phần chứa nước của ly (ghi kết quả làm tròn đến hàng đơn vị). Biết công thức thể tích hình nón là $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h$.

(với R là bán kính đáy hình nón; h là chiều cao hình nón).

b) Bạn Nam cần chuẩn bị một số hộp nước trái cây có lượng nước trong mỗi hộp là 1,2 lít. Biết rằng buổi tiệc sinh nhật có 14 người (đã bao gồm Nam). Nếu mỗi người trung bình uống 3 ly nước trái cây và lượng nước rót bằng 90% thể tích ly thì bạn Nam cần chuẩn bị ít nhất bao nhiêu hộp nước trái cây?

Biết 1 lít $= 1000$ cm³.



Câu 7: Nhà bạn Khanh có hai thùng đựng sữa, thùng thứ nhất có thể tích 10 lít, thùng thứ hai có thể tích 8 lít. Biết rằng cả hai thùng đều đang chứa một lượng sữa và tổng lượng sữa ở hai thùng lớn hơn 10 lít. Bạn Khanh muốn xác định lượng sữa ở mỗi thùng nhưng không có dụng cụ đo thể tích nên bạn đã nghĩ ra cách làm như sau:

- Đầu tiên, Khanh đổ sữa từ thùng thứ nhất sang thùng thứ hai cho đầy thì lượng sữa còn lại ở thùng thứ nhất bằng $\frac{1}{2}$ lượng sữa so với ban đầu.

- Sau đó, Khanh đổ sữa từ thùng thứ hai sang thùng thứ nhất cho đầy thì lượng sữa còn lại ở thùng thứ hai bằng $\frac{1}{5}$ lượng sữa so với thời điểm ban đầu.

Hỏi thời điểm ban đầu mỗi thùng chứa bao nhiêu lít sữa?

Câu 8: Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$) có đường cao AH và nội tiếp đường tròn (O) .

Gọi E, F lần lượt là hình chiếu của H lên các cạnh AB, AC . Đường kính AD của (O) cắt EF tại K và DH cắt (O) tại L (L khác D).

a) Chứng minh các tứ giác $AEHF$ và $ALHF$ nội tiếp.

b) Chứng minh tứ giác $BEFC$ nội tiếp và AD vuông góc với EF tại K .

c) Tia FE cắt (O) tại P và cắt BC tại M . Chứng minh $AP = AH$ và ba điểm A, L, M thẳng hàng.

-----HẾT-----

**Câu 1 (TH):****Phương pháp:**

- a) Chọn các điểm và vẽ đồ thị.
b) Xét phương trình hoành độ giao điểm.

Cách giải:

- a) Vẽ đồ thị (d)

$$\text{Với } x=0 \Rightarrow y=0+4=4$$

$$\text{Với } y=0 \Rightarrow 0=x+4 \Leftrightarrow x=-4$$

\Rightarrow Đồ thị (d) là đường thẳng đi qua 2 điểm $N(0;4)$ và $M(-4;0)$

Vẽ đồ thị (P)

Ta có bảng giá trị sau:

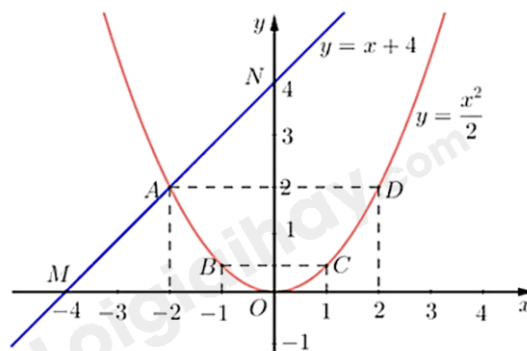
x	-2	-1	0	1	2
$y = \frac{x^2}{2}$	2	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	2

\Rightarrow Đồ thị hàm số là đường cong parabol đi qua các điểm

$$O(0;0); A(-2;2); B\left(-1;\frac{1}{2}\right); C\left(1;\frac{1}{2}\right); D(2;2)$$

Hệ số $a = \frac{1}{2} > 0$ nên parabol có bề lõm hướng lên. Đồ thị hàm số nhận Oy làm trục đối xứng.

Ta vẽ được đồ thị hàm số $y = \frac{x^2}{2}$ và (d): $y = x + 4$ trên cùng hệ trục tọa độ như sau:



- b) Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) ta được:

$$\frac{x^2}{2} = x + 4$$

$$\Leftrightarrow x^2 = 2x + 8$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4x + 2x - 8 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x-4) + 2(x-4) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+2)(x-4) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+2=0 \\ x-4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 4 \end{cases}$$

Với $x = -2 \Rightarrow y = -2 + 4 = 2$

Với $x = 4 \Rightarrow y = 4 + 4 = 8$

Vậy (d) cắt (P) tại 2 giao điểm có tọa độ là $(-2; 2)$ và $(4; 8)$.

Câu 2 (VD):

Phương pháp:

Áp dụng định lí Vi-ét $\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \\ x_1 x_2 = \frac{c}{a} \end{cases}$

Cách giải:

Phương trình $2x^2 - 13x - 6 = 0$ có 2 nghiệm là x_1, x_2 nên áp dụng định lí Vi-ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{13}{2} \\ x_1 x_2 = -3 \end{cases}$

Ta có:

$$A = (x_1 + x_2)(x_1 + 2x_2) - x_2^2$$

$$\Rightarrow A = \frac{13}{2} \left(\frac{13}{2} + x_2 \right) - x_2^2$$

$$\Rightarrow A = \frac{169}{4} + \frac{13}{2} x_2 - x_2^2$$

$$\Rightarrow A = \frac{169}{4} - \left(x_2^2 - \frac{13}{2} x_2 \right)$$

Vì x_2 là nghiệm của phương trình $2x^2 - 13x - 6 = 0$ nên $2x_2^2 - 13x_2 - 6 = 0 \Leftrightarrow x_2^2 - \frac{13}{2} x_2 = 3$.

Thay vào biểu thức A ta được:

$$A = \frac{169}{4} - 3 = \frac{157}{4}.$$

$$\text{Vậy } A = \frac{157}{4}.$$

Câu 3 (TH):

Phương pháp:

$$\text{Áp dụng công thức } M = T - 100 - \frac{T - 150}{N}$$

Cách giải:

a) Bạn Hạnh (nữ) cao 1,58 mét = 158 cm nên $T = 158, N = 2$.

Thay $T = 158, N = 2$ vào công thức $M = T - 100 - \frac{T - 150}{N}$ ta được:

$$M = 158 - 100 - \frac{158 - 150}{2} = 54$$

Vậy cân nặng lý tưởng của bạn Hạnh là 54 kg.

b) Bạn Phúc (nam) có cân nặng 68 kg nên $M = 68, N = 4$.

Thay $M = 68, N = 4$ vào công thức $M = T - 100 - \frac{T - 150}{N}$ ta được:

$$68 = T - 100 - \frac{T - 150}{4}$$

$$\Leftrightarrow 272 = 4T - 400 - T + 150$$

$$\Leftrightarrow 3T = 522$$

$$\Leftrightarrow T = 174$$

Vậy chiều cao lý tưởng của bạn Phúc là 174 cm.

Câu 4 (VD):

Phương pháp:

Cách giải:

a) Số tiền phải trả khi mua 10 bông đầu tiên là: $15000 \cdot 10 = 150000$ (đồng).

Từ bông thứ 11 đến bông thứ 20 có giá tiền mỗi bông là $15000 \cdot 90\% = 13500$ (đồng)

Số tiền phải trả khi mua 10 bông từ bông thứ 11 đến 20 là: $10 \cdot 13500 = 135000$ (đồng).

Từ bông thứ 21 đến bông thứ 30 có giá tiền mỗi bông là $13500 \cdot 80\% = 10800$ (đồng)

Số tiền phải trả khi mua 10 bông từ bông thứ 21 đến 30 là: $10800 \cdot 10 = 108000$ (đồng).

Vậy số tiền mua 30 bông hoa là: $150000 + 135000 + 108000 = 393000$ (đồng).

b) Vì số tiền mua 30 bông hồng là 393000 đồng nên bạn Thảo mua hơn 30 bông.

Số tiền một bông hoa khi mua trên 20 bông là: 10800 (đồng)

Số tiền còn lại sau khi mua 30 bông hồng là: $555000 - 393000 = 162000$ (đồng)

Với 162000 bạn Thảo mua thêm số hoa là: $162000 : 10800 = 15$ (bông).

Vậy với 555000 đồng bạn Thảo mua tổng cộng là $30 + 15 = 45$ bông.

Câu 5 (TH):

Phương pháp:

a) Dựa vào đồ thị ta suy ra hệ phương trình và giải hệ phương trình bằng phương pháp cộng đại số để tìm a và b.

b) Từ câu a, ta xác định được $P = \frac{1}{3}t + 85$, sau đó giải và tìm ra t.

Cách giải:

a) Dựa vào đồ thị ta có:
$$\begin{cases} 75.a + b = 110 \\ 180a + b = 145 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta thu được $a = \frac{1}{3}$ và $b = 85$

b) Ta có mô hình giữa P và t là $P = \frac{1}{3}t + 85$.

Với $P = 105$ thì ta có $105 = \frac{1}{3}t + 85$.

Từ đây giải và thu được $t = 60$ giây.

Câu 6 (VD):

Phương pháp:

a) Áp dụng công thức $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h$.

b) Tìm lượng nước 14 bạn uống, từ đó tìm được số hộp nước trái cây bạn Nam cần chuẩn bị.

Cách giải:

a) Chiều cao phần chứa nước của ly là: $h = \sqrt{10^2 - 4^2} = \sqrt{84} = 2\sqrt{21}$ (cm)

Thể tích phần chứa nước của ly là: $V_{ly} = \frac{1}{3}\pi \cdot 4^2 \cdot 2\sqrt{21} \approx 154$ (cm³)

b) Đổi $154 \text{ cm}^3 = 0,154$ lít

Lượng nước rót ra của một ly là: $90\% \cdot 0,154 = 0,1386$ (lít)

Lượng nước mỗi bạn uống là: $0,1386 \cdot 3 = 0,4158$ (lít)

Lượng nước 14 bạn uống là: $0,4158 \cdot 14 = 5,8212$ (lít)

Số hộp nước trái cây bạn Nam cần chuẩn bị là: $5,8212 : 1,2 = 4,851 \approx 5$ (hộp)

Vậy:

a) Thể tích phần chứa nước của ly là $154(\text{cm}^3)$.

b) Bạn Nam cần chuẩn bị ít nhất 5 hộp nước trái cây.

Câu 7 (VD):

Cách giải:

Gọi số lít sữa ở thời điểm ban đầu của thùng thứ nhất là $x(0 < x < 10, l)$

Gọi số lít sữa ở thời điểm ban đầu của thùng thứ hai là $y(0 < y < 8, l)$

Do tổng số lượng sữa của 2 thùng lớn hơn 10 lít nên $x + y > 10$.

Giả sử lần đầu tiên Khanh đổ m lít sữa thùng thứ nhất sang thùng thứ hai cho đầy thì ta được:

$$\begin{cases} x - m = \frac{1}{2}x \\ y + m = 8 \end{cases} \Leftrightarrow x + y = \frac{1}{2}x + 8 \Leftrightarrow 2x + 2y = x + 16 \Leftrightarrow x + 2y = 16$$

Giả sử lần 2, Khanh đổ n lít sữa từ thùng hai sang thùng thứ nhất cho đầy thì ta có:

$$\begin{cases} y - n = \frac{1}{5}y \\ x + n = 10 \end{cases} \Leftrightarrow x + y = \frac{1}{5}y + 10 \Leftrightarrow 5x + 5y = y + 50 \Leftrightarrow 5x + 4y = 50$$

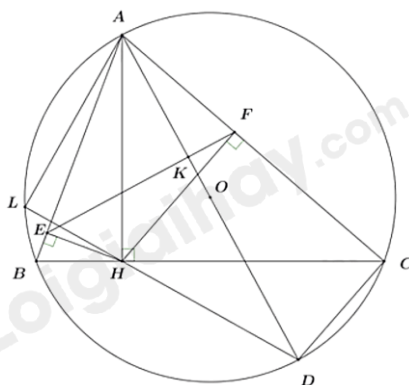
Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + 2y = 16 \\ 5x + 4y = 50 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 4y = 32 \\ 5x + 4y = 50 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 18 \\ 2y = 16 - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ 2y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 5 \end{cases} \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy ban đầu thùng 1 có 6 lít sữa, thùng 2 có 5 lít sữa.

Câu 8 (VDC):

Cách giải:



a) Chứng minh các tứ giác AEHF và ALHF nội tiếp.

+) Chứng minh AEHF nội tiếp.

Vì $HE \perp AB(gt) \Rightarrow \angle AEH = 90^\circ, HF \perp AC(gt) \Rightarrow \angle AFH = 90^\circ$.

Xét tứ giác AEHF có: $\angle AEH + \angle AFH = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$.

Mà hai đỉnh E, F là hai đỉnh đối diện của tứ giác AEHF.

\Rightarrow AEHF là tứ giác nội tiếp (Tứ giác có tổng hai góc đối bằng 180°).

+) Chứng minh ALHF nội tiếp.

Ta có: $\angle ALD = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow \angle ALH = 90^\circ$.

Xét tứ giác ALHF có: $\angle ALH + \angle AFH = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$.

Mà hai đỉnh L, F là hai đỉnh đối diện của tứ giác ALHF.

\Rightarrow ALHF là tứ giác nội tiếp (Tứ giác có tổng hai góc đối bằng 180°).

b) Chứng minh tứ giác BEFC nội tiếp và AD vuông góc với EF tại K.

+) Chứng minh tứ giác BEFC nội tiếp

Vì AEHF là tứ giác nội tiếp (cmt) $\Rightarrow \angle AEF = \angle AHF$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AF).

Mà $\angle AHF + \angle HAC = 90^\circ$ (do tam giác AHF vuông tại F).

$\angle ACH + \angle HAC = 90^\circ$ (do tam giác AHC vuông tại H)

$\Rightarrow \angle AHF = \angle ACH = \angle FBC$.

$\Rightarrow \angle AEF = \angle FCB$.

Mà $\angle AEF + \angle FEB = 180^\circ$ (kề bù)

$\Rightarrow \angle FEB + \angle FCB = 180^\circ$.

Mà hai đỉnh E, C là hai đỉnh đối diện của tứ giác BEFC.

\Rightarrow BEFC là tứ giác nội tiếp (Tứ giác có tổng hai góc đối bằng 180°).

+) Chứng minh AD vuông góc với EF tại K.

Vì BEFC là tứ giác nội tiếp (cmt) $\Rightarrow \angle AFK = \angle EBC = \angle ABC$ (góc ngoài và góc trong tại đỉnh đối diện).

Mà $\angle ABC = \angle ADC$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AC)

$\Rightarrow \angle AFK = \angle ADC$.

Ta có: $\angle ACD + 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (O)) $\Rightarrow \triangle ACD$ vuông tại C.

$\Rightarrow \angle KAF + \angle ADC = 90^\circ$ (hai góc nhọn phụ nhau trong tam giác vuông).

Mà $\angle AFK = \angle ADC$ (cmt) $\Rightarrow \angle KAF + \angle AFK = 90^\circ$

$\Rightarrow AKF$ vuông tại K (Tam giác có tổng hai góc bằng 90°).

$\Rightarrow AK \perp KF$ hay $AD \perp EF$ tại K (đpcm).

c) Tứ giác $APBC$ nội tiếp đường tròn (O) nên $\angle APC = \angle ABC$. (4)

Từ (1) và (4) suy ra $\angle APC = \angle AFE$.

Do đó, hai tam giác APF và ACP đồng dạng góc-góc.

Suy ra $\frac{AP}{AC} = \frac{AF}{AP}$.

Vì thế, ta có $AP^2 = AC \cdot AF$.

Lại có $AH^2 = AC \cdot AF$ (Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác ACH vuông tại H có đường cao HF).

Do đó, $AP^2 = AH^2$. Suy ra $AP = AH$.

Do các tứ giác $AEHF, ALHF$ nội tiếp nên năm điểm A, E, F, H, L cùng thuộc một đường tròn.

Suy ra tứ giác $ALEF$ nội tiếp.

Vì thế $\angle MEL = \angle LAF$ (cùng bù với $\angle LEF$). (3)

Lập luận tương tự với tứ giác nội tiếp $ALBC$, ta có $\angle MBL = \angle LAC$. (4)

Từ (3) và (4) suy ra $\angle MBL = \angle MEL$.

Tứ giác $MBEL$ có hai đỉnh kề nhau là B, E cùng nhìn cạnh ML dưới hai góc bằng nhau nên tứ giác $MBEL$ nội tiếp.

Suy ra $\angle MLE = \angle EBC$ (cùng bù với $\angle MBE$). (5)

Từ (1) và (5) suy ra $\angle MLE = \angle AFE$.

Lại có $\angle AFE + \angle ALE = 180^\circ$ (do tứ giác $ALEF$ nội tiếp).

Vì thế, ta có $\angle MLE + \angle ALE = 180^\circ$.

Vậy ba điểm A, L, M thẳng hàng.

-----HẾT-----