

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH QUẢNG NINH

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT

Năm học: 2023 – 2024

Môn: Toán - Thời gian: 120 phút

Câu 1: a) Thực hiện phép tính $2\sqrt{9} - \sqrt{16}$.

b) Xác định hệ số a của đồ thị hàm số $y = ax^2$ đi qua điểm $A(1;2)$.

c) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 2x + y = 7 \\ x - 2y = -4 \end{cases}$$

d) Rút gọn biểu thức $P = \left(\frac{1}{\sqrt{x} - 3} + \frac{2}{\sqrt{x} + 3} \right) : \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} - 3}$ với $x \geq 0, x \neq 1, x \neq 9$.

Câu 2: Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x - 9 = 0$, với m là tham số.)

a) Giải phương trình khi $m = 3$;

b) Tìm các giá trị của m để phương trình có nghiệm $x = 2$;

c) Tìm các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho $x_1 < x_2$ và $|x_1| - |x_2| = -6$.

Câu 3: Hai địa điểm A và B cách nhau 280 km. Hai ô tô cùng xuất phát từ A đến B. Biết vận tốc của xe thứ nhất lớn hơn vận tốc của xe thứ hai 10 km/h và xe thứ nhất đến B sớm hơn xe thứ hai 30 phút. Tính vận tốc mỗi xe?

Câu 4: Cho nửa đường tròn tâm O , đường kính BC. Trên nửa đường tròn (O) lấy A (A khác B và C), gọi H là hình chiếu của A trên BC. Trên cung AC của nửa đường tròn (O) lấy điểm D (D khác A và C), gọi E là hình chiếu của A trên BD, I là giao điểm của hai đường thẳng AH và BD.

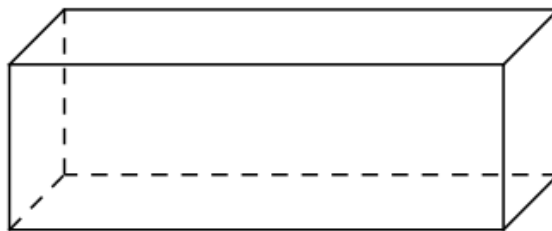
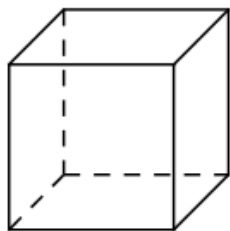
a) Chứng minh tứ giác ABHE nội tiếp;

b) Chứng minh $BI \cdot BD = BH \cdot BC$.

c) Chứng minh hai tam giác AHE và ACD đồng dạng;

d) Hai đường thẳng AE và DH cắt nhau tại F. Chứng minh $IF \parallel AD$.

Câu 5: Một người thợ cơ khí cần cắt vừa đủ một cây sắt dài 100 dm thành các đoạn để hàn lại thành khung một hình lập phương và một hình hộp chữ nhật. Biết hình hộp chữ nhật có chiều dài gấp 6 lần chiều rộng và chiều cao bằng chiều rộng (hình vẽ minh họa). Tìm độ dài của các đoạn sắt sao cho tổng thể tích của hai hình thu được nhỏ nhất?



-----HẾT-----

**Câu 1 (TH):****Phương pháp:**

- Khai phương căn bậc hai
- Thay tọa độ A vào hàm số tìm a
- Giải hệ bằng phương pháp thế hoặc cộng đại số
- Tìm mẫu số chung quy đồng và rút gọn biểu thức.

Cách giải:

- a) Thực hiện phép tính $2\sqrt{9} - \sqrt{16}$.

$$\begin{aligned} & 2\sqrt{9} - \sqrt{16} \\ &= 2\sqrt{3^2} - \sqrt{4^2} \\ &= 2 \cdot 3 - 4 \\ &= 6 - 4 \\ &= 2 \end{aligned}$$

- b) Xác định hệ số a của đồ thị hàm số $y = ax^2$ đi qua điểm A(1;2).

Thay $x = 1, y = 2$ vào hàm số $y = ax^2$ ta có: $2 = a \cdot 1^2 \Leftrightarrow a = 2$.

Vậy $a = 2$.

- c) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 2x + y = 7 \\ x - 2y = -4 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \begin{cases} 2x + y = 7 \\ x - 2y = -4 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + y = 7 \\ x = 2y - 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(2y - 4) + y = 7 \\ x = 2y - 4 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 4y - 8 + y = 7 \\ x = 2y - 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5y = 15 \\ x = 2y - 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 \\ x = 2y - 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất (2;3).

- d) Rút gọn biểu thức $P = \left(\frac{1}{\sqrt{x} - 3} + \frac{2}{\sqrt{x} + 3} \right) : \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} - 3}$ với $x \geq 0, x \neq 1, x \neq 9$.

Với $x \geq 0, x \neq 1, x \neq 9$ ta có:

$$\begin{aligned}
 P &= \left(\frac{1}{\sqrt{x}-3} + \frac{2}{\sqrt{x}+3} \right) : \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3} \\
 \Leftrightarrow P &= \frac{\sqrt{x}+3+2(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} \cdot \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3} \\
 \Leftrightarrow P &= \frac{\sqrt{x}+3+2\sqrt{x}-6}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} \cdot \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3} \\
 \Leftrightarrow P &= \frac{3\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+3} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}-1} \\
 \Leftrightarrow P &= \frac{3(\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}+3} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}-1} \\
 \Leftrightarrow P &= \frac{3}{\sqrt{x}+3}
 \end{aligned}$$

Vậy với $x \geq 0, x \neq 1, x \neq 9$ thì $P = \frac{3}{\sqrt{x}+3}$.

Câu 2 (TH):

Phương pháp:

- Thay $m = 3$ vào phương trình và giải phương trình bậc 2
- Thay $x = 2$ vào phương trình tìm m
- Chứng minh phương trình luôn có 2 nghiệm trái dấu và sử dụng hệ thức vi-et

Cách giải:

- Giải phương trình khi $m = 3$;

Khi $m = 3$ phương trình trở thành: $x^2 - 8x - 9 = 0$, ta có: $\Delta' = (-4)^2 - 1 \cdot (-9) = 25 > 0$

Suy ra phương trình có hai nghiệm phân biệt:

$$\begin{cases} x_1 = \frac{4 + \sqrt{25}}{1} = 9 \\ x_2 = \frac{4 - \sqrt{25}}{1} = -1 \end{cases}$$

- Tìm các giá trị của m để phương trình có nghiệm $x = 2$;

Phương trình có nghiệm $x = 2$ nên thay $x = 2$ vào phương trình ta có:

$$2^2 - 2(m+1)2 - 9 = 0$$

$$\Leftrightarrow 4 - 4m - 4 - 9 = 0$$

$$\Leftrightarrow -4m - 9 = 0 \Leftrightarrow m = -\frac{9}{4}$$

Vậy để phương trình có nghiệm $x = 2$ thì $m = -\frac{9}{4}$.

- Tìm các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho $x_1 < x_2$ và $|x_1| - |x_2| = -6$.

Xét phương trình $x^2 - 2(m+1)x - 9 = 0$ có $a.c = -9 < 0$ nên phương trình luôn có 2 nghiệm trái dấu x_1, x_2

Áp dụng hệ thức vi-et ta có $x_1 + x_2 = 2(m+1)$

Do $x_1 < x_2 \Rightarrow x_1 < 0 < x_2$

Đề $|x_1| - |x_2| = -6$

$$-x_1 - x_2 = -6$$

$$\Leftrightarrow -(x_1 + x_2) = -6$$

$$\Leftrightarrow x_1 + x_2 = 6$$

$$\Leftrightarrow 2(m+1) = 6$$

$$\Leftrightarrow m+1 = 3 \Leftrightarrow m = 2$$

Vậy với $m = 2$ thì phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho $x_1 < x_2$ và $|x_1| - |x_2| = -6$.

Câu 3 (VD):

Phương pháp:

Gọi vận tốc của xe thứ hai là x (km/h, $x > 0$).

Biểu diễn vận tốc, thời gian của 2 xe theo x và lập phương trình tìm x .

Cách giải:

Gọi vận tốc của xe thứ hai là x (km/h, $x > 0$).

Vì vận tốc của xe thứ nhất lớn hơn vận tốc của xe thứ hai là 10 km/h nên vận tốc của xe thứ nhất là $x+10$ (km/h)

Thời gian xe thứ nhất đi từ A đến B là: $\frac{280}{x+10}$ (giờ)

Thời gian xe thứ hai đi từ A đến B là: $\frac{280}{x}$ (giờ)

Vì xe thứ nhất đến B sớm hơn xe thứ hai 30 phút = $\frac{1}{2}$ giờ nên ta có:

$$\frac{280}{x} - \frac{280}{x+10} = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{560(x+10)}{2x(x+10)} - \frac{560x}{2x(x+10)} = \frac{x(x+10)}{2x(x+10)}$$

$$\Leftrightarrow 560(x+10) - 560x = x(x+10)$$

$$\Leftrightarrow 560x + 5600 - 560x = x^2 + 10x$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 10x - 5600 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 70x + 80x - 5600 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x-70) + 80(x-70) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+80)(x-70) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+80=0 \\ x-70=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-80 \text{ (KTM)} \\ x=70 \text{ (TM)} \end{cases}$$

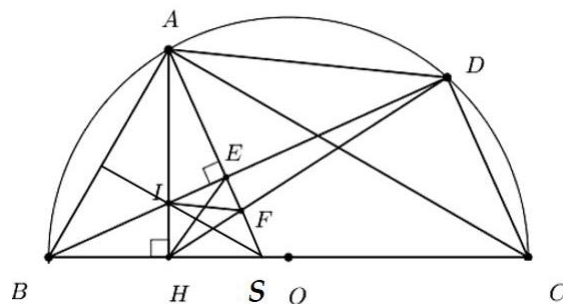
Vậy vận tốc xe thứ nhất là 80km/h, vận tốc xe thứ hai là 70km/h.

Câu 4 (VD):

Phương pháp:

- a) Sử dụng tính chất hai góc kề nhau cùng nhìn một cạnh dưới 2 góc bằng nhau
- b) Chứng minh $\triangle BIH \sim \triangle BCD$ (g.g)
- c) Chứng minh $\triangle AEH \sim \triangle ADC$ (g.g)
- d) Chứng minh I là trực tâm của tam giác SAB và sử dụng định lý Talet

Cách giải:



- a) Chứng minh tứ giác ABHE nội tiếp;

Do $AH \perp BC(gt)$, $AE \perp BD(gt) \Rightarrow \angle AHB = \angle AEB = 90^\circ$

Mà E, H là 2 đỉnh kề nhau, cùng nhìn AD dưới 2 góc bằng nhau nên A, E, H, B cùng thuộc một đường tròn (dnhb)

Hay tứ giác ABHE nội tiếp (đpcm).

- b) Chứng minh $BI \cdot BD = BH \cdot BC$.

Ta có $\angle BDC = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn).

Xét $\triangle BIH$ và $\triangle BCD$ có:

$\angle CBD$ chung

$$\angle BHI = \angle BDC = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \triangle BIH \sim \triangle BCD (g \cdot g)$$

$$\Rightarrow \frac{BI}{BC} = \frac{BH}{BD} \text{ (cặp cạnh tương ứng tỉ lệ)}$$

$$\Rightarrow BI \cdot BD = BH \cdot BC \text{ (đpcm)}$$

- c) Chứng minh hai tam giác AHE và ACD đồng dạng;

Do ABHE nội tiếp (cmt) nên $\angle AHE = \angle ABE$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AE).

Mà $\angle ABE = \angle ACD$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AD).

$$\Rightarrow \angle AHE = \angle ACD$$

Do ABHE nội tiếp (cmt) nên $\angle HAE = \angle HBE = \angle CBD$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung HE).

Lại có tứ giác ABCD nội tiếp (O) $\Rightarrow \angle CBD = \angle CAD$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung CD)

$$\Rightarrow \angle HAE = \angle CAD$$

Xét tam giác AHE và tam giác ACD có:

$$\angle AHE = \angle ACD (\text{cmt})$$

$$\angle HAE = \angle CAD (\text{cmt})$$

$$\Rightarrow \triangle AEH \sim \triangle ADC (g.g) (\text{dpcm})$$

d) Hai đường thẳng AE và DH cắt nhau tại F. Chứng minh $IF \parallel AD$.

$$\text{Xét tam giác SAB có: } \begin{cases} AH \perp SB \\ BE \perp SA \\ AH \cap BE = \{I\} \end{cases} \Rightarrow I \text{ là trực tâm của tam giác SAB.}$$

$$\Rightarrow SI \perp AB \text{ (SI là đường cao thứ ba).}$$

$$\text{Mà } \angle BAC = 90^\circ \text{ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)} \Rightarrow AC \perp AB.$$

$$\Rightarrow SI \parallel AC \text{ (từ vuông góc đến song song).}$$

$$\Rightarrow \frac{SI}{AC} = \frac{SH}{HC} \text{ (định lí Ta-lét).}$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} SF \perp BD (\text{do } AE \perp BD) \\ CD \perp BD (\angle BDC = 90^\circ) \end{cases} \Rightarrow SF \parallel CD \text{ (từ vuông góc đến song song).}$$

$$\Rightarrow \frac{SH}{HC} = \frac{SF}{CD} \text{ (định lí Ta-lét)}$$

$$\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow \frac{SI}{AC} = \frac{SF}{CD}$$

$$\text{Lại có: } IS \parallel AC (\text{cmt}) \Rightarrow \angle ISF = \angle SAC \text{ (hai góc so le trong bằng nhau)}$$

$$SA \parallel CD (SF \parallel CD) \Rightarrow \angle SAC = \angle ACD \text{ (hai góc so le trong bằng nhau)}$$

$$\Rightarrow \angle ISF = \angle ACD$$

$$\text{Từ (3) và (4)} \Rightarrow \triangle ISF \sim \triangle ACD \text{ (c.g.c)} \Rightarrow \angle IFS = \angle ADC \text{ (hai góc tương ứng)}$$

Ta có:

$$\angle IFA = 180^\circ - \angle IFS = 180^\circ - \angle ADC = \angle DAC + \angle ACD = \angle DAC + \angle SAC = \angle SAD$$

Mà hai góc này ở vị trí hai góc so le trong bằng nhau.

Vậy $IF \parallel AD$ (đpcm).

Câu 5 (VDC):

Cách giải:

Gọi cạnh hình lập phương bằng x (dm) (ĐK: $x > 0$).

\Rightarrow Hình hộp chữ nhật có: Chiều cao = chiều rộng = y (dm) (ĐK: $y > 0$).

\Rightarrow Chiều dài hình hộp chữ nhật bằng 6y (dm).

Hình lập phương có 12 cạnh có độ dài bằng x (dm).

Hình hộp chữ nhật có 8 cạnh có độ dài bằng y (dm) và 4 cạnh có độ dài 6y (dm).

Người thợ cắt vừa đủ một cây sắt dài 100m nên ta có:

$$12x + 8y + 4.6y = 100 \Leftrightarrow 12x + 32y = 100 \Leftrightarrow 3x + 8y = 25 \Leftrightarrow x = \frac{25 - 8y}{3}$$

Thể tích khối lập phương là $V_1 = x^3$.

Thể tích khối hộp chữ nhật là $V_2 = y.y.6y = 6y^3$.

Tổng thể tích hai hình là: $V = V_1 + V_2 = x^3 + 6y^3$.

Ta có: $x^3 + 3^3 + 3^3 \geq 3\sqrt[3]{x^3 \cdot 3^3 \cdot 3^3} = 27x$

$6(y^3 + 2^3 + 2^3) \geq 6 \cdot 3 \cdot \sqrt[3]{y^3 \cdot 2^3 \cdot 2^3} = 72y$

Cộng vế theo vế hai bất phương trình ta được:

$$x^3 + 6y^3 + 150 \geq 27x + 72y$$

$$\Leftrightarrow V + 150 \geq 9(3x + 8y)$$

$$\Leftrightarrow V + 150 \geq 9.25$$

$$\Leftrightarrow V + 150 \geq 225$$

$$\Leftrightarrow V \geq 75$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$$

Vậy tổng thể tích của hai hình thu được nhỏ nhất bằng 75dm^3 khi độ dài cạnh hình lập phương bằng 3dm , độ dài chiều rộng và chiều cao hình hộp chữ nhật bằng 2dm , chiều dài hình hộp chữ nhật bằng 12dm .