

## ĐỀ THI GIỮA HỌC KÌ I – ĐỀ SỐ 3

Môn: Toán - Lớp 9

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM



### Mục tiêu

- Ôn tập các kiến thức giữa học kì 1 của chương trình sách giáo khoa Toán 9.
- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm và tự luận Toán học.
- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dần trải các kiến thức giữa học kì 1 – chương trình Toán 9.

**Phần trắc nghiệm (3 điểm)** Chọn câu trả lời đúng trong mỗi câu sau:

**Câu 1:** Nghiệm của phương trình  $x + 2y = 5$  là

- A.  $(x; y) = (1; -2)$ .      B.  $(x; y) = (1; 2)$ .      C.  $(x; y) = (2; -1)$ .      D.  $(x; y) = (2; 1)$ .

**Câu 2:** Cặp số nào sau đây là nghiệm của hệ phương trình  $\begin{cases} x + 2y = 3 \\ y = 1 \end{cases}$ ?

- A.  $(x; y) = (1; 2)$ .      B.  $(x; y) = (2; 1)$ .      C.  $(x; y) = (1; -1)$ .      D.  $(x; y) = (1; 1)$ .

**Câu 3:** Nghiệm của phương trình  $x(x+1) = 0$  là

- A.  $x = 0$  và  $x = -1$ .      B.  $x = 1$ .      C.  $x = 0$ .      D.  $x = 1$  và  $x = -1$ .

**Câu 4:** Điều kiện xác định của phương trình  $\frac{x+3}{x-1} + \frac{x-2}{x} = 2$  là

- A.  $x \neq 0; x \neq 1$ .      B.  $x = 0; x = 1$ .      C.  $x \neq 0$ .      D.  $x \neq 1$ .

**Câu 5:** Cho  $a > b$ , kết quả nào sau đây đúng?

- A.  $a + 3 > b + 5$ .      B.  $a - 2 > b - 2$ .      C.  $-2a > -2b$ .      D.  $2a > 3b$ .

**Câu 6:** Cho  $-2a \leq -2b$ , kết quả nào sau đây là đúng?

- A.  $a \leq b$ .      B.  $a - 2 \geq b - 1$ .      C.  $a > b$ .      D.  $2a \geq 2b$ .

**Câu 7:** Trong các bất phương trình sau, bất phương trình nào **không phải** bất phương trình bậc nhất một ẩn?

- A.  $5x + 3 > 0$ .      B.  $-2x + 7 < 0$ .      C.  $3x \leq 0$ .      D.  $2x^2 - 5 \geq 0$ .

**Câu 8:** Trong các số sau, số nào là nghiệm của bất phương trình  $2 - 3x > 0$ ?

- A.  $-2$ .      B.  $2$ .      C.  $\frac{3}{2}$ .      D.  $\frac{2}{3}$ .

**Câu 9:** Tỉ số lượng giác nào sau đây bằng  $\sin 40^\circ$ ?

- A.  $\sin 50^\circ$ .      B.  $\cos 50^\circ$ .      C.  $\tan 50^\circ$ .      D.  $\cot 50^\circ$ .

**Câu 10:** Cho tam giác ABC có  $AB = 5$ ,  $AC = 12$ ,  $BC = 13$ . Khi đó tỉ số lượng giác  $\cos B$  là

- A.  $\frac{13}{5}$ .                      B.  $\frac{5}{13}$ .                      C.  $\frac{12}{5}$ .                      D.  $\frac{5}{12}$ .

**Câu 11:** Giá trị của biểu thức  $\sin^2 25^\circ + \cos^2 25^\circ$  là

- A. 0.                              B. 1.                              C. 2.                              D. 3.

**Câu 12:** Cho tam giác ABC vuông tại A có  $BC = 10\text{cm}$ ,  $C = 30^\circ$ . Độ dài cạnh AB là:

- A. 5,5cm.                      B. 5cm.                      C.  $5\sqrt{3}$  cm.                      D.  $5\sqrt{2}$  cm.

**Phần tự luận (7 điểm)**

**Bài 1. (2 điểm)**

1. Giải các phương trình và bất phương trình sau:

- a)  $x^2 + 2x - 3 = 0$   
 b)  $\frac{2x+1}{2x} - \frac{x}{x+2} = 0$   
 c)  $3x - 5 < 2x + 2$   
 d)  $\frac{2x+3}{2} \geq \frac{1-x}{3} + 1$

2. Giải hệ phương trình  $\begin{cases} 2x - y = 4 \\ x + 2y = -3 \end{cases}$

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

**Bài 2. (1 điểm)** Để may khẩu trang tặng các gia đình khó khăn trong đại dịch COVID, khu phố của cô Mai và khu phố của cô Lan, lần thứ nhất đã may được 720 cái khẩu trang. Lần thứ hai do có nhiều bạn trẻ ở hai khu phố cùng tham gia may khẩu trang nên khu phố của cô Mai đã may vượt mức 15%, khu phố của cô Lan đã may vượt mức 12% so với lần thứ nhất. Tính số khẩu trang của mỗi khu phố may được trong lần thứ hai, biết rằng trong lần 2 cả hai khu phố đã may được 819 cái khẩu trang?

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

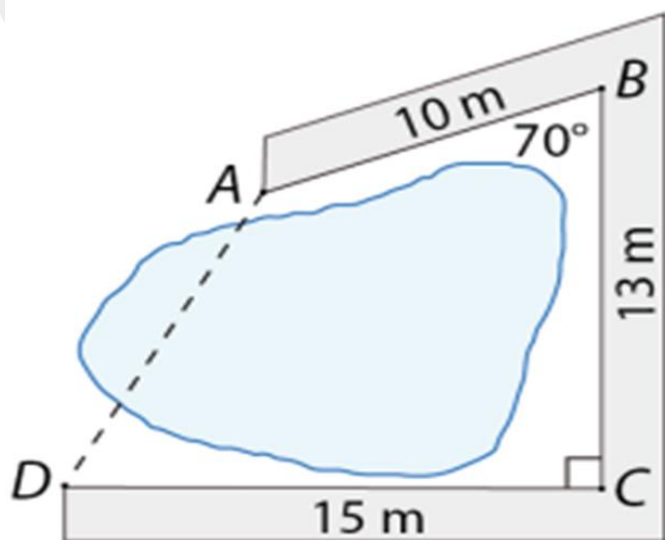
**Bài 3. (1 điểm)** Vào Tết Hàn thực, bác An dành không quá 1 giờ 30 phút để nặn bánh trôi và bánh chay. Bánh trôi cần 1 phút để nặn xong 1 chiếc, bánh chay cần 2 phút để nặn xong 1 chiếc. Tính số bánh trôi mà bác An có thể nặn nhiều nhất, biết bác An đã nặn được 15 chiếc bánh chay.



**Bài 4. (2,5 điểm)** Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH.

- a) Giải tam giác vuông biết  $AB = 12\text{cm}$ ,  $C = 30^\circ$ .
- b) Đường thẳng vuông góc với BC tại B cắt tia CA tại K. Kẻ AE vuông góc với BK ( $E \in BK$ ). Chứng minh  $EH^2 = AK.AC$ .
- c) Gọi M là trung điểm của cạnh AC. Kẻ MN vuông góc với BC tại N. Chứng minh  $AN = BM.\cos C$ .

**Bài 5. (0,5 điểm)** Người ta làm một con đường gồm ba đoạn thẳng AB, BC, CD bao quanh hồ nước như hình sau. Tính khoảng cách AD. (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).



----- Hết -----

**Phần trắc nghiệm**

|          |          |          |           |           |           |
|----------|----------|----------|-----------|-----------|-----------|
| Câu 1: B | Câu 2: D | Câu 3: A | Câu 4: A  | Câu 5: B  | Câu 6: D  |
| Câu 7: D | Câu 8: A | Câu 9: B | Câu 10: B | Câu 11: B | Câu 12: B |

**Câu 1:** Nghiệm của phương trình  $x + 2y = 5$  là

- A.  $(x; y) = (1; -2)$ .      B.  $(x; y) = (1; 2)$ .      C.  $(x; y) = (2; -1)$ .      D.  $(x; y) = (2; 1)$ .

**Phương pháp**

Thay giá trị  $x, y$  vào phương trình để xác định nghiệm của phương trình.

**Lời giải**

Ta có:  $1 + 2 \cdot 2 = 5$  nên  $(x; y) = (1; 2)$  là một nghiệm của phương trình  $x + 2y = 5$ .

**Đáp án B.**

**Câu 2:** Cặp số nào sau đây là nghiệm của hệ phương trình  $\begin{cases} x + 2y = 3 \\ y = 1 \end{cases}$  ?

- A.  $(x; y) = (1; 2)$ .      B.  $(x; y) = (2; 1)$ .      C.  $(x; y) = (1; -1)$ .      D.  $(x; y) = (1; 1)$ .

**Phương pháp**

Giải hệ phương trình để tìm nghiệm.

**Lời giải**

Ta có:  $\begin{cases} x + 2y = 3 \\ y = 1 \end{cases}$  suy ra  $\begin{cases} x + 2 \cdot 1 = 3 \\ y = 1 \end{cases}$ . Do đó  $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$ .

**Đáp án D.**

**Câu 3:** Nghiệm của phương trình  $x(x + 1) = 0$  là

- A.  $x = 0$  và  $x = -1$ .      B.  $x = 1$ .      C.  $x = 0$ .      D.  $x = 1$  và  $x = -1$ .

**Phương pháp**

Giải phương trình tích để tìm nghiệm.

**Lời giải**

Ta có:  $x(x + 1) = 0$

+)  $x = 0$

+)  $x + 1 = 0$  suy ra  $x = -1$ .

Vậy phương trình có hai nghiệm  $x = 0$  và  $x = -1$ .

**Đáp án A.**

**Câu 4:** Điều kiện xác định của phương trình  $\frac{x+3}{x-1} + \frac{x-2}{x} = 2$  là

A.  $x \neq 0; x \neq 1$ .

B.  $x = 0; x = 1$ .

C.  $x \neq 0$ .

D.  $x \neq 1$ .

**Phương pháp**

Điều kiện xác định của phương trình là mẫu thức khác 0.

**Lời giải**

Điều kiện xác định của phương trình  $\frac{x+3}{x-1} + \frac{x-2}{x} = 2$  là:

$$x-1 \neq 0 \text{ và } x \neq 0$$

$$\text{hay } x \neq 1 \text{ và } x \neq 0.$$

**Đáp án A.**

**Câu 5:** Cho  $a > b$ , kết quả nào sau đây đúng?

A.  $a+3 > b+5$ .

B.  $a-2 > b-2$ .

C.  $-2a > -2b$ .

D.  $2a > 3b$ .

**Phương pháp**

Sử dụng tính chất của bất đẳng thức.

**Lời giải**

A.  $a+3 > b+5$

Từ  $a > b$ , ta cộng thêm 3 vào cả hai vế, ta có:

$$a+3 > b+3.$$

Mà  $b+5 > b+3$  nên chưa thể khẳng định được  $a+3 > b+5$ . Vậy **A sai**.

B.  $a-2 > b-2$

Từ  $a > b$ , ta trừ đi 2 ở cả hai vế, ta có:  $a-2 > b-2$ .

Điều này đúng, vì trừ cùng một số ở hai vế không làm thay đổi bất đẳng thức. Vậy **B đúng**.

C.  $-2a > -2b$

Từ  $a > b$ , ta nhân cả hai vế với  $-2$ .

Khi nhân với một số âm, dấu bất đẳng thức sẽ đổi chiều, ta được:  $-2a < -2b$ . Vậy **C sai**.

D.  $2a > 3b$

Từ  $a > b$ , nhân cả hai vế với 2, ta được:  $2a > 2b$ .

Mà  $3b > 2b$ , nên chưa thể khẳng định được  $2a > 3b$ . Vậy **D sai**.

**Đáp án B.**

**Câu 6:** Cho  $-2a \leq -2b$ , kết quả nào sau đây là đúng?

A.  $a \leq b$ .

B.  $a-2 \geq b-1$ .

C.  $a > b$ .

D.  $2a \geq 2b$ .

**Phương pháp**

Sử dụng tính chất của bất đẳng thức.

**Lời giải**

Vì  $-2a \leq -2b$  nên  $a \geq b$  (vì  $-2 < 0$ )

Nên **A và C sai**.

Vì  $a \geq b$  nên  $a-2 \geq b-2$ .

Mà  $b-1 \geq b-2$  nên chưa thể khẳng định được  $a-2 \geq b-1$ . Vậy **B sai**.

Vì  $a \geq b$  nên  $2a \geq 2b$  (vì  $2 > 0$ ) nên **D đúng**.

**Đáp án D.**

**Câu 7:** Trong các bất phương trình sau, bất phương trình nào **không phải** bất phương trình bậc nhất một ẩn?

- A.  $5x+3 > 0$ .                      B.  $-2x+7 < 0$ .                      C.  $3x \leq 0$ .                      D.  $2x^2 - 5 \geq 0$ .

**Phương pháp**

Bất phương trình bậc nhất một ẩn có dạng  $ax+b > 0$  (hoặc  $ax+b < 0, ax+b \geq 0, ax+b \leq 0$ ),  $a \neq 0$ .

**Lời giải**

Bất phương trình  $2x^2 - 5 \geq 0$  có bậc của  $x$  là 2 nên không phải phương trình bậc nhất một ẩn.

**Đáp án D.**

**Câu 8:** Trong các số sau, số nào là nghiệm của bất phương trình  $2-3x > 0$ ?

- A.  $-2$ .                      B.  $2$ .                      C.  $\frac{3}{2}$ .                      D.  $\frac{2}{3}$ .

**Phương pháp**

Giải bất phương trình để tìm nghiệm.

**Lời giải**

Ta có:  $2-3x > 0$

$-3x > -2$

$x < \frac{2}{3}$

Trong các số trên, chỉ có  $-2 < \frac{2}{3}$  nên  $-2$  là một nghiệm của bất phương trình  $2-3x > 0$ .

**Đáp án A.**

**Câu 9:** Tỉ số lượng giác nào sau đây bằng  $\sin 40^\circ$ ?

- A.  $\sin 50^\circ$ .                      B.  $\cos 50^\circ$ .                      C.  $\tan 50^\circ$ .                      D.  $\cot 50^\circ$ .

**Phương pháp**

Dựa vào tỉ số lượng giác của các góc phụ nhau:  $\sin \alpha = \cos(90^\circ - \alpha)$ ,  $\tan \alpha = \cot(90^\circ - \alpha)$ .

**Lời giải**

Tỉ số lượng giác bằng  $\sin 40^\circ$  là  $\cos(90^\circ - 40^\circ) = \cos 50^\circ$ .

**Đáp án B.**

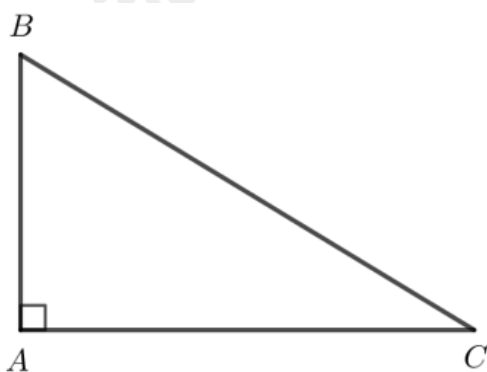
**Câu 10:** Cho tam giác ABC có  $AB = 5$ ,  $AC = 12$ ,  $BC = 13$ . Khi đó tỉ số lượng giác  $\cos B$  là

- A.  $\frac{13}{5}$ .                      B.  $\frac{5}{13}$ .                      C.  $\frac{12}{5}$ .                      D.  $\frac{5}{12}$ .

**Phương pháp**

Chứng minh tam giác ABC vuông.

Từ đó biểu diễn tỉ số lượng giác  $\cos B$  theo cạnh của tam giác ABC.

**Lời giải**

Xét tam giác ABC có  $AB^2 + AC^2 = 5^2 + 12^2 = 169 = 13^2 = BC^2$  nên tam giác ABC vuông tại A.

Tỉ số lượng giác  $\cos B$  là:  $\cos B = \frac{AB}{BC} = \frac{5}{13}$ .

**Đáp án B.**

**Câu 11:** Giá trị của biểu thức  $\sin^2 25^\circ + \cos^2 25^\circ$  là

- A. 0.                                      B. 1.                                      C. 2.                                      D. 3.

**Phương pháp**

Sử dụng máy tính cầm tay để tính.

**Lời giải**

Bấm máy tính, ta được:  $\sin^2 25^\circ + \cos^2 25^\circ = 1$ .

$$\sin^2(25) + \cos^2(25) = 1$$

**1**

**Đáp án B.**

**Câu 12:** Cho tam giác ABC vuông tại A có  $BC = 10\text{cm}$ ,  $C = 30^\circ$ . Độ dài cạnh AB là:

- A. 5,5cm.                                      B. 5cm.                                      C.  $5\sqrt{3}$  cm.                                      D.  $5\sqrt{2}$  cm.

**Phương pháp**

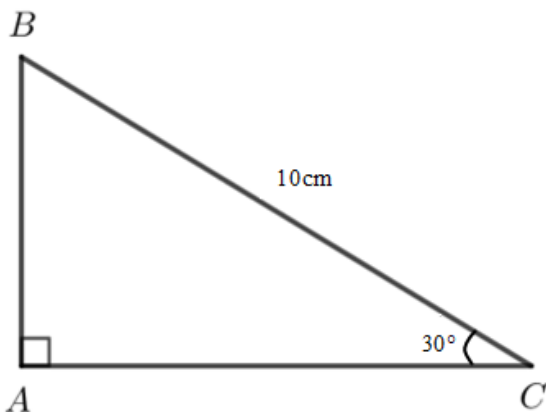
Trong tam giác vuông, mỗi cạnh góc vuông bằng cạnh huyền nhân với sin góc đối hoặc nhân với cosin góc kề.

Cạnh góc vuông = (cạnh huyền)  $\times$  (sin góc đối)

= (cạnh huyền)  $\times$  (cosin góc kề)

**Lời giải**





Xét tam giác vuông ABC, ta có:

$$AB = BC \cdot \sin C = 10 \cdot \sin 30^\circ = 5 \text{ (cm)}.$$

**Đáp án B.**

### Phần tự luận.

#### Bài 1. (2 điểm)

1. Giải các phương trình và bất phương trình sau:

a)  $x^2 + 2x - 3 = 0$

b)  $\frac{2x+1}{2x} - \frac{x}{x+2} = 0$

c)  $3x - 5 < 2x + 2$

d)  $\frac{2x+3}{2} \geq \frac{1-x}{3} + 1$

2. Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} 2x - y = 4 \\ x + 2y = -3 \end{cases}$$

#### Phương pháp

1. a) Đưa phương trình về phương trình tích để giải.

b) Tìm điều kiện xác định, quy đồng mẫu và giải phương trình tìm được. Sau đó kiểm tra điều kiện của các nghiệm tìm được.

c, d) Dựa vào cách giải bất phương trình bậc nhất một ẩn và phương trình đưa về dạng bất phương trình bậc nhất một ẩn.

2. Sử dụng phương pháp cộng đại số để giải hệ phương trình.

#### Lời giải

1. Giải các phương trình và bất phương trình sau:

a)  $x^2 + 2x - 3 = 0$

$$x^2 - x + 3x - 3 = 0$$

$$(x^2 - x) + (3x - 3) = 0$$

$$x(x-1) + 3(x-1) = 0$$

$$(x+3)(x-1) = 0$$

$$+) x+3=0 \text{ suy ra } x=-3.$$

$$+) x-1=0 \text{ suy ra } x=1.$$

Vậy phương trình có hai nghiệm  $x = -3; x = 1$ .

$$b) \frac{2x+1}{2x} - \frac{x}{x+2} = 0$$

$$\text{ĐKXD: } 2x \neq 0 \text{ và } x+2 \neq 0$$

$$\text{hay } x \neq 0 \text{ và } x \neq -2.$$

$$\text{Ta có: } \frac{2x+1}{2x} - \frac{x}{x+2} = 0$$

$$\frac{(2x+1)(x+2)}{2x(x+2)} - \frac{x \cdot 2x}{2x(x+2)} = 0$$

$$(2x+1)(x+2) - x \cdot 2x = 0$$

$$2x^2 + x + 4x + 2 - 2x^2 = 0$$

$$5x + 2 = 0$$

$$x = \frac{-2}{5} (TM)$$

Vậy nghiệm của phương trình là  $x = \frac{-2}{5}$ .

$$c) 3x - 5 < 2x + 2$$

$$3x - 2x < 2 + 5$$

$$x < 7$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là  $x < 7$ .

$$d) \frac{2x+3}{2} \geq \frac{1-x}{3} + 1$$

$$\frac{3(2x+3)}{2 \cdot 3} \geq \frac{2(1-x)}{3 \cdot 2} + \frac{6}{6}$$

$$3(2x+3) \geq 2(1-x) + 6$$

$$6x+9 \geq 2-2x+6$$

$$6x+2x \geq 2+6-9$$

$$8x \geq -1$$

$$x \geq \frac{-1}{8}$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là  $x \geq \frac{-1}{8}$ .

2. Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} 2x - y = 4 \\ x + 2y = -3 \end{cases}$$

Ta có: 
$$\begin{cases} 2x - y = 4 \\ x + 2y = -3 \end{cases}$$

Nhân cả hai vế của phương trình  $2x - y = 4$  với 2, ta được hệ phương trình 
$$\begin{cases} 4x - 2y = 8 \\ x + 2y = -3 \end{cases}$$

Cộng hai vế của hai phương trình trong hệ mới, ta được  $5x = 5$  suy ra  $x = 1$ .

Thế vào phương trình  $2x - y = 4$ , ta được  $2 \cdot 1 - y = 4$  suy ra  $y = -2$ .

Vậy nghiệm của hệ phương trình là  $(x; y) = (1; -2)$ .

**Bài 2. (1 điểm)** Để may khẩu trang tặng các gia đình khó khăn trong đại dịch COVID, khu phố của cô Mai và khu phố của cô Lan, lần thứ nhất đã may được 720 cái khẩu trang. Lần thứ hai do có nhiều bạn trẻ ở hai khu phố cùng tham gia may khẩu trang nên khu phố của cô Mai đã may vượt mức 15%, khu phố của cô Lan đã may vượt mức 12% so với lần thứ nhất. Tính số khẩu trang của mỗi khu phố may được trong lần thứ hai, biết rằng trong lần 2 cả hai khu phố đã may được 819 cái khẩu trang?

### Phương pháp

Gọi số khẩu trang khu phố cô Mai may được là  $x$  (khẩu trang,  $x \in \mathbb{N}^*$ ,  $x < 720$ )

Số khẩu trang khu phố cô Lan may được là  $y$  (khẩu trang,  $y \in \mathbb{N}^*$ ,  $y < 720$ )

Biểu diễn hệ phương trình theo  $x$  và  $y$ .

Giải hệ phương trình để tìm  $x$  và  $y$ .

### Lời giải

Gọi số khẩu trang khu phố cô Mai may được là  $x$  (khẩu trang,  $x \in \mathbb{N}^*$ ,  $x < 720$ )

Số khẩu trang khu phố cô Lan may được là  $y$  (khẩu trang,  $y \in \mathbb{N}^*$ ,  $y < 720$ )

Vì tổng số khẩu trang của hai khu phố là 720 chiếc:

$$x + y = 720 \quad (1)$$

Lần thứ hai khu phố cô Mai may được vượt mức 15%, nên số khẩu trang khu phố cô Mai may được là:

$$x + 0,15x = 1,15x \quad (\text{khẩu trang})$$

Lần thứ hai khu phố cô Lan may được vượt mức 12%, nên số khẩu trang khu phố cô Lan may được là:

$$y + 0,12y = 1,12y \quad (\text{khẩu trang})$$

Vì trong hai lần cả hai khu phố đã may được 819 cái khẩu trang:

$$1,15x + 1,12y = 819 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 720 \\ 1,15x + 1,12y = 819 \end{cases}$$

Từ phương trình (1) ta có:  $x = 720 - y$

Thay  $x = 720 - y$  vào phương trình thứ hai:

$$1,15(720 - y) + 1,12y = 819$$

$$1,15 \cdot 720 - 1,15y + 1,12y = 819$$

$$828 - 1,15y + 1,12y = 819$$

$$-0,03y = -9$$

$$y = 300$$

Thay  $y = 300$  vào phương trình  $x + y = 720$ , ta được:

$$x + 300 = 720$$

$$x = 420$$

Vậy lần thứ hai khu phố cô Mai may được  $1,15 \cdot 420 = 483$  chiếc khẩu trang; khu phố cô Lan may được  $1,12 \cdot 300 = 336$  chiếc khẩu trang.

**Bài 3. (1 điểm)** Vào Tết Hàn thực, bác An dành không quá 1 giờ 30 phút để nặn bánh trôi và bánh chay. Bánh trôi cần 1 phút để nặn xong 1 chiếc, bánh chay cần 2 phút để nặn xong 1 chiếc. Tính số bánh trôi mà bác An có thể nặn nhiều nhất, biết bác An đã nặn được 15 chiếc bánh chay.



### Phương pháp

Gọi số bánh trôi có thể nặn là  $x$ .

Biểu diễn bất phương trình bậc nhất một ẩn theo  $x$  dựa vào dữ kiện đề bài.

Giải bất phương trình để tìm số bánh trôi mà bác An nặn được nhiều nhất.

### Lời giải

Gọi số bánh trôi bác An có thể nặn là  $x$  (chiếc),  $x \in \mathbb{N}^*$ .

Đổi 1 giờ 30 phút = 90 phút.

Vì bánh trôi cần 1 phút để nặn xong 1 chiếc, bánh chay cần 2 phút để nặn xong 1 chiếc, mà trong 1 giờ 30 phút bác An nặn được 15 chiếc bánh chay nên ta có bất phương trình:

$$1 \cdot x + 2 \cdot 15 \leq 90$$

$$x + 30 \leq 90$$

$$x \leq 60$$

Vậy bác An có thể nặn nhiều nhất 60 chiếc bánh trôi.

**Bài 4. (2,5 điểm)** Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH.

a) Giải tam giác vuông biết  $AB = 12\text{cm}$ ,  $C = 30^\circ$ .

b) Đường thẳng vuông góc với BC tại B cắt tia CA tại K. Kẻ AE vuông góc với BK ( $E \in BK$ ). Chứng minh  $EH^2 = AK.AC$ .

c) Gọi M là trung điểm của cạnh AC. Kẻ MN vuông góc với BC tại N. Chứng minh  $AN = BM \cdot \cos C$ .

**Phương pháp**

a) Vận dụng các kiến thức về hệ thức lượng và định lí Pythagore trong tam giác vuông để giải tam giác.

b) Chứng minh AHBE là hình chữ nhật nên  $AB = HE$ .

Chứng minh  $\Delta ABK \sim \Delta BCK (g.g)$  suy ra  $AB^2 = AK.AC$ .

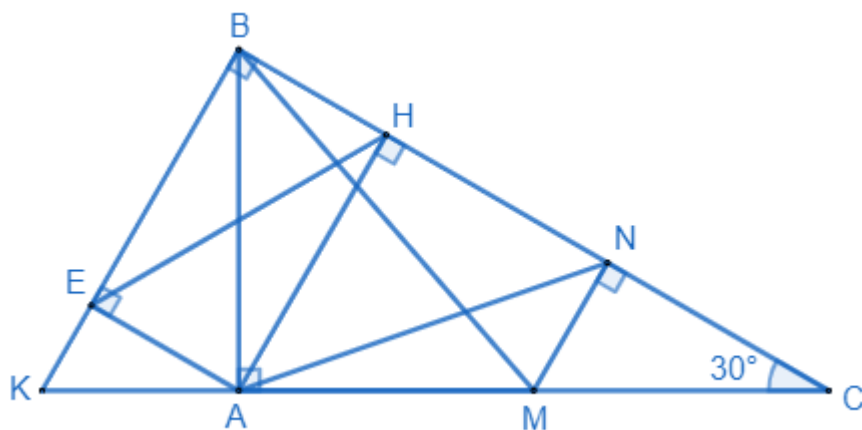
Từ đó chứng minh được  $HE^2 = AK.AC$ .

c) Chứng minh  $\Delta ABC \sim \Delta NMC (g.g)$  suy ra  $\frac{CN}{AC} = \frac{CM}{BC}$ .

Chứng minh  $\Delta BMC \sim \Delta ANC (c.g.c)$  suy ra  $\frac{BM}{BC} = \frac{AN}{AC}$ .

Biểu diễn  $\cos C$  trong tam giác vuông ABC. Từ đó suy ra điều phải chứng minh.

**Lời giải**



a) Xét tam giác ABC vuông tại A, số đo góc B là:

$$B = 90^\circ - C = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ.$$

Áp dụng tỉ số lượng giác trong tam giác vuông vào tam giác ABC, ta có:  $\tan B = \frac{AC}{AB}$

suy ra  $AC = AB \cdot \tan B = 12 \cdot \tan 60^\circ = 12\sqrt{3} (cm)$

Áp dụng định lí Pythagore vào tam giác vuông, ta có:

$$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{12^2 + (12\sqrt{3})^2} = 24 (cm)$$

Vậy  $B = 60^\circ$ ,  $AC = 12\sqrt{3}cm$ ,  $BC = 24cm$ .

b) Xét tứ giác AHBE có:  $H = B = E (= 90^\circ)$  nên tứ giác AHBE là hình chữ nhật, suy ra  $AB = HE$ . (1)

Xét tam giác ABK và tam giác ACB có:

$$BAK = CAB (= 90^\circ)$$

$$AKB = ABC \text{ (cùng phụ với } C \text{)}$$

suy ra  $\Delta ABK \sim \Delta BCK (g.g)$

$$\text{Do đó } \frac{AB}{AK} = \frac{AC}{AB} \text{ nên } AB^2 = AK.AC. (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra  $HE^2 = AK.AC$  (đpcm)

c) Xét tam giác ABC và tam giác NMC có:

$$A = N (= 90^\circ)$$

C chung

Suy ra  $\Delta ABC \sim \Delta NMC (g.g)$ .

$$\text{Do đó } \frac{CN}{AC} = \frac{CM}{BC}.$$

Xét tam giác BMC và tam giác ANC có:

$$\frac{CN}{AC} = \frac{CM}{BC} \text{ (cmt)}$$

C chung

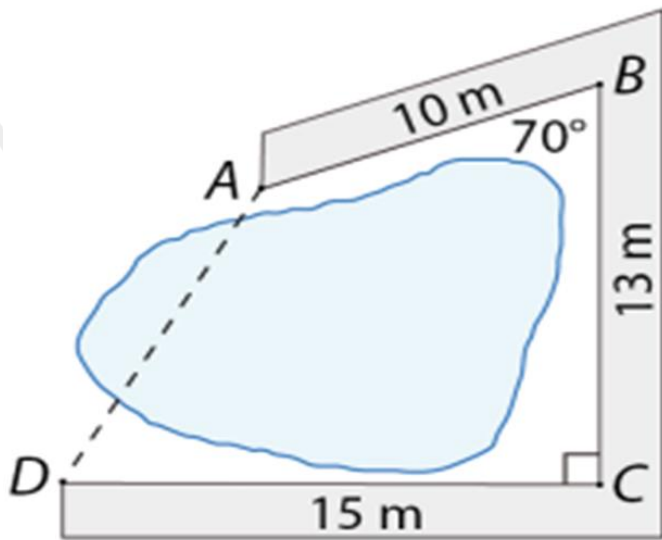
Suy ra  $\Delta BMC \sim \Delta ANC (c.g.c)$ .

$$\text{Do đó } \frac{BM}{BC} = \frac{AN}{AC} \text{ hay } AN = BM \cdot \frac{AC}{BC}.$$

Trong tam giác vuông ABC, ta có:  $\cos C = \frac{AC}{BC}$ .

Từ đó suy ra  $AN = BM \cdot \frac{AC}{BC} = BM \cdot \cos C$ . (đpcm)

**Bài 5. (0,5 điểm)** Người ta làm một con đường gồm ba đoạn thẳng AB, BC, CD bao quanh hồ nước như hình sau. Tính khoảng cách AD. (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).



**Phương pháp**

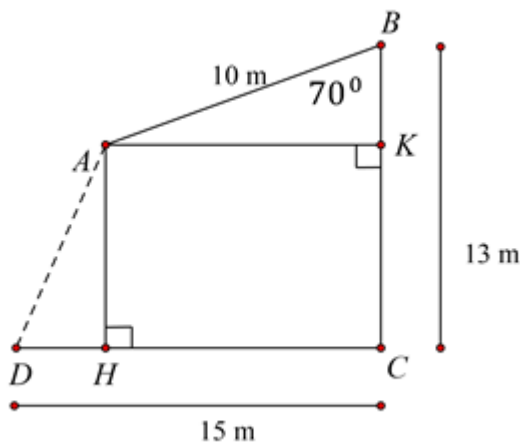
Vẽ  $AK \perp BC$  tại K,  $AH \perp DC$  tại H, chứng minh  $AK = CH, AH = CK$

Biểu diễn AK, BK theo AB và  $ABK$ .

Từ đó biểu diễn AH, DH.

Áp dụng định lí Pythagore vào tam giác vuông ADH để tính AD.

**Lời giải**



Vẽ  $AK \perp BC$  tại K,  $AH \perp DC$  tại H, khi đó tứ giác  $AKCH$  là hình chữ nhật.

Suy ra  $AK = CH, AH = CK$

Trong tam giác vuông  $AKB$  vuông tại K có  $AB = 10cm, \angle ABK = 70^\circ$

$\Rightarrow AK = AB \cdot \sin 70^\circ = 10 \cdot \sin 70^\circ$

Suy ra  $AK = CH = 10 \cdot \sin 70^\circ$

Hay  $DH = CD - HC = 15 - 10 \cdot \sin 70^\circ$

$\Rightarrow BK = AB \cdot \cos 70^\circ = 10 \cdot \cos 70^\circ$

$$\text{Suy ra } CK = CB - BK = 13 - 10 \cdot \cos 70^\circ$$

$$\text{Hay } AH = CK = 13 - 10 \cdot \cos 70^\circ$$

Theo định lí Pythagore trong tam giác vuông  $ADH$ , ta có:

$$AD = \sqrt{AH^2 + DH^2} = \sqrt{(13 - 10 \cdot \cos 70^\circ)^2 + (15 - 10 \cdot \sin 70^\circ)^2} \approx 11,1 \text{ m}$$