

ĐỀ THI GIỮA HỌC KÌ I – Đề số 2

Môn: Toán học - Lớp 12

Chương trình GDPT 2018

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM



Mục tiêu

- Ôn tập lý thuyết giữa học kì I của chương trình sách giáo khoa Toán 12.
- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm Toán học.
- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dần trải tất cả các chương giữa học kì I – chương trình Toán 12.

Phần I: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

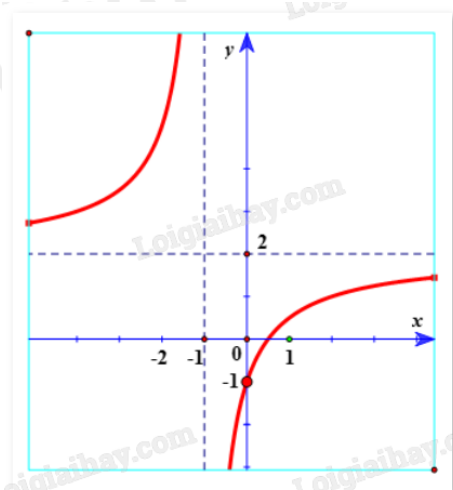
Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	3	5	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	12	8	$+\infty$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-\infty; 3)$
- B. $(5; +\infty)$
- C. $(3; 5)$
- D. \mathbb{R}

Câu 2. Đường cong dưới đây là đồ thị hàm số nào?



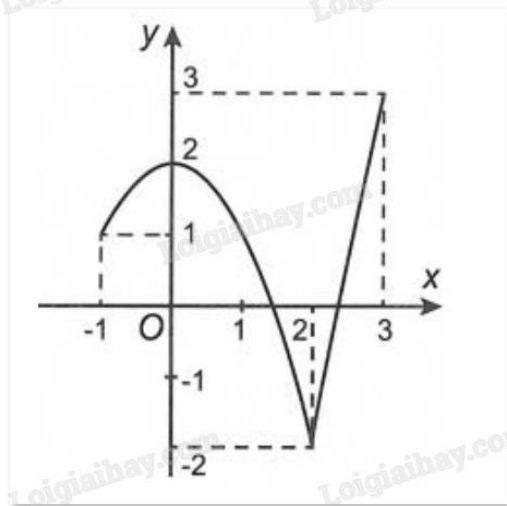
A. $y = \frac{2x - 1}{x + 1}$

B. $y = \frac{2x + 1}{x - 1}$

C. $y = \frac{2x + 1}{x + 1}$

D. $y = \frac{1 - 2x}{x - 1}$

Câu 3. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình dưới đây:



Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên $[-1; 3]$ là:

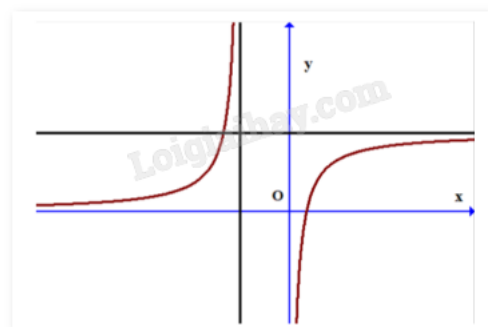
A. $y = 1$

B. $y = 2$

C. $y = -2$

D. $y = 3$

Câu 4. Đồ thị hàm số dưới đây có bao nhiêu đường tiệm cận?



A. 0

B. 2

C. 1

D. 4

Câu 5. Đồ thị $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

- A. 3
- B. 1
- C. 0
- D. 2

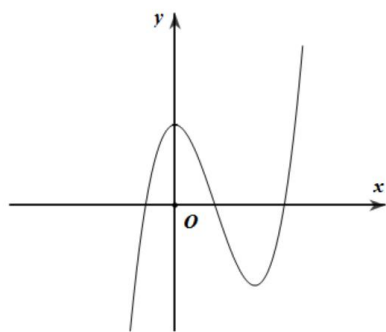
Câu 6. Tọa độ tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x + 1}{x - 3}$ là?

- A. (3;2)
- B. (-3;2)
- C. (-1;3)
- D. (1;-3)

Câu 7. Trong không gian cho điểm O và bốn điểm A, B, C, D không thẳng hàng. Điều kiện cần và đủ để A, B, C, D tạo thành hình bình hành là?

- A. $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD} = \vec{0}$
- B. $\vec{OA} + \vec{OC} = \vec{OB} + \vec{OD}$
- C. $\vec{OA} + \frac{1}{2}\vec{OB} = \vec{OC} + \frac{1}{2}\vec{OD}$
- D. $\vec{OA} + \frac{1}{2}\vec{OC} = \vec{OB} + \frac{1}{2}\vec{OD}$

Câu 8. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như trong hình dưới?



- A. $y = x^3 - 3x^2 + 2$
- B. $y = -x^3 + 3x^2 + 2$
- C. $y = x^3 + 3x^2 + 2$
- D. $y = -x^3 - 3x^2 + 2$

Câu 9. Giá trị lớn nhất của hàm số $\frac{2x + 1}{x - 2}$ trên đoạn $[-\frac{1}{2}; 1]$ bằng:

- A. 0

- B. $\frac{1}{2}$
- C. -3
- D. 1

Câu 10. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$			
$f'(x)$		-	0	+	0	-	
$f(x)$	$+\infty$		-3		1		$-\infty$

Xác định công thức của hàm số.

- A. $y = x^3 - 3x^2 + 1$
- B. $y = -x^3 - 3x^2 + 1$
- C. $y = x^3 - 3x^2 + 2$
- D. $y = -x^3 - 3x^2 - 1$

Câu 11: Công thức tính tích vô hướng của 2 vecto là?

- A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a} \cdot \vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$
- B. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$
- C. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin(\vec{a}, \vec{b})$
- D. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$

Câu 12. Cho ba vecto $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ không đồng phẳng. Xét các vecto $\vec{x} = 2\vec{a} - \vec{b}$; $\vec{y} = -4\vec{a} + 2\vec{b}$; $\vec{z} = -3\vec{b} - 2\vec{c}$.

Chọn khẳng định đúng?

- A. Hai vecto \vec{y}, \vec{z} cùng phương
- B. Hai vecto \vec{x}, \vec{y} cùng phương
- C. Hai vecto \vec{x}, \vec{z} cùng phương
- D. Ba vecto $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$ đồng phẳng.

Phần II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên \mathbb{R} có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$			-3			-4		$+\infty$

a) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên mỗi khoảng $(-1;0)$ và $(0;1)$

b) Số điểm cực trị của hàm số đã cho là 3

c) Hàm số $f(x)$ có giá trị lớn nhất bằng -3

d) Đồ thị hàm số không có đường tiệm cận

Câu 2. Cho hàm số $x - \sqrt{x^2 + 1}$

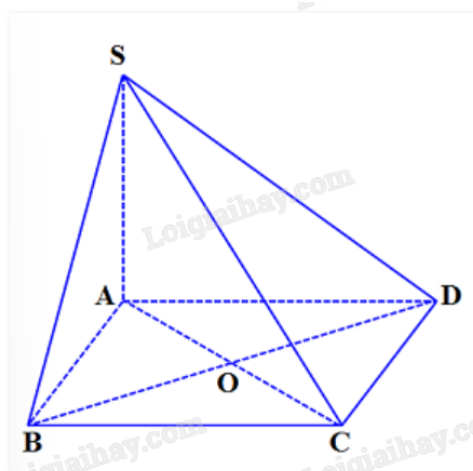
a) Hàm số đã cho nghịch biến trên \mathbb{R}

b) Đồ thị hàm số đã cho có cực tiểu.

c) Đồ thị hàm số đã cho có 1 tiệm cận ngang

d) Đồ thị hàm số đã cho không đi qua gốc tọa độ

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O .



a) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

b) $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$

c) $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SO}$

d) $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD} = 2\overrightarrow{SO}$

Câu 4. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có $AB = a$, $BC = 2a$, $AA_1 = 3a$.

a) $(\overrightarrow{AB_1}; \overrightarrow{C_1D}) = 45^\circ$

b) $\overrightarrow{A_1B} \cdot \overrightarrow{D_1D} = 9a^2$

c) $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{C_1A_1} \cdot \overrightarrow{C_1B_1}$

d) $\vec{A_1D_1} \cdot \vec{C_1C} = 0$

Phần III: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

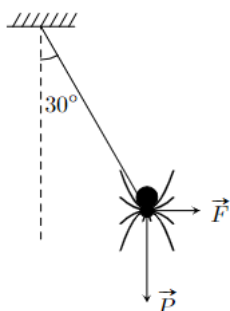
Câu 1. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x(5 - 2x)^2$ trên $[0;3]$ là một phân số có dạng $\frac{a}{b}$. Tính $a+2b$.

Câu 2. Khoảng cách từ điểm $A(-5;1)$ đến đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{1-x^2}}{x^2 + 2x}$ là bao nhiêu?

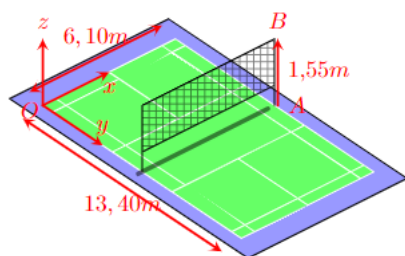
Câu 3. Trong không gian Oxyz, cho hình bình hành ABCD. Biết $A(1;0;1)$, $B(2;1;2)$, và $D(1;-1;1)$. Tọa độ điểm C là $(a;b;c)$. Tính tổng $a + b + c$.

Câu 4. Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được cho bởi công thức $G(x) = 0,025x^2(30 - x)$, trong đó x là liều lượng thuốc được tiêm cho bệnh nhân (x được tính bằng milligram). Tính liều lượng thuốc cần tiêm cho bệnh nhân để huyết áp giảm nhiều nhất.

Câu 5. Một con nhện đang treo mình dưới một sợi tơ theo phương thẳng đứng thì bị một cơn gió thổi theo phương ngang làm dây treo lệch đi so với phương thẳng đứng một góc 30° . Biết trọng lượng của con nhện là $P = 0,1$ N. Xác định độ lớn của lực mà gió tác dụng lên con nhện ở vị trí cân bằng (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).



Câu 6. Hình vẽ dưới đây mô tả một sân cầu lông với kích thước theo chuẩn quốc tế. Ta chọn hệ trục Oxyz cho sân đó như hình vẽ (đơn vị trên mỗi trục là mét). Giả sử AB là một trụ cầu lông để căng lưới. Gọi $(x;y;z)$ là tọa độ của vectơ \vec{AB} . Tính $x + y + z$.



----- Hết -----

**Phần I: Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (3 điểm)**

1. B	2. A	3. D	4. D	5. B	6. A
7. B	8. A	9. A	10. B	11. B	12. B

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	3	5	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	12	8	$+\infty$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-\infty; 3)$
- B. $(5; +\infty)$
- C. $(3; 5)$
- D. \mathbb{R}

Phương pháp giải:

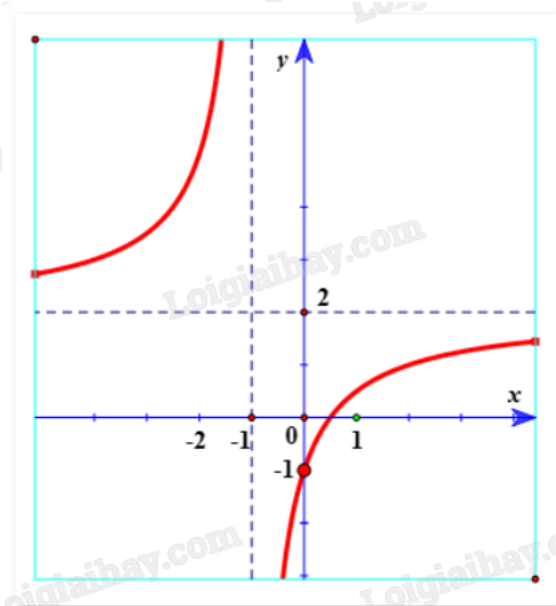
Quan sát bảng biến thiên và nhận xét.

Lời giải chi tiết:

Quan sát bảng biến thiên thấy $y' < 0$ trên khoảng $(3; 5)$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(3; 5)$.

Đáp án B.

Câu 2. Đường cong dưới đây là đồ thị hàm số nào?



A. $y = \frac{2x - 1}{x + 1}$

B. $y = \frac{2x + 1}{x - 1}$

C. $y = \frac{2x + 1}{x + 1}$

D. $y = \frac{1 - 2x}{x - 1}$

Phương pháp giải:

Quan sát đồ thị và nhận xét.

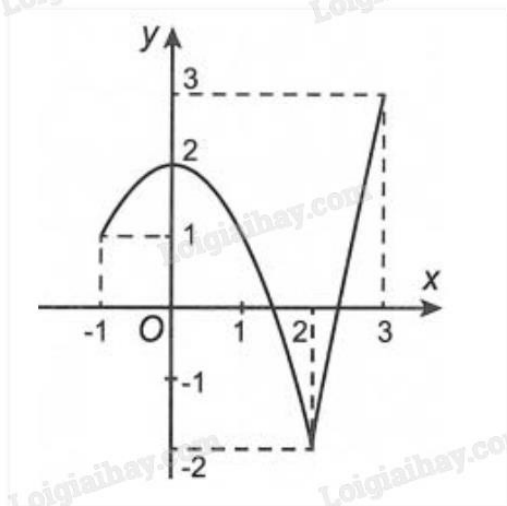
Lời giải chi tiết:

Nhìn vào đồ thị thấy ngay tiệm cận đứng $x = -1$, tiệm cận ngang $y = 2$. Loại đáp án B, D.

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(0; -1)$. Thay $x = 0$ vào đáp án A, C để tính y , thấy ở đồ thị đáp án A $y = -1$.

Đáp án A.

Câu 3. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình dưới đây:



Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên $[-1; 3]$ là:

A. $y = 1$

B. $y = 2$

C. $y = -2$

D. $y = 3$

Phương pháp giải:

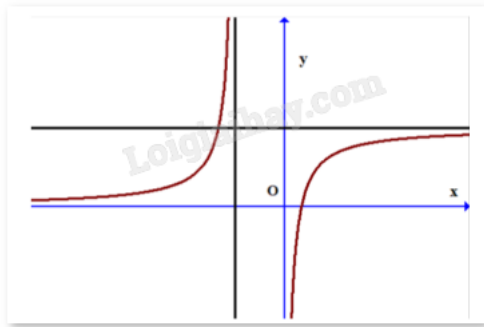
Quan sát đồ thị và nhận xét.

Lời giải chi tiết:

Hàm số đạt giá trị lớn nhất $y = 3$.

Đáp án D.

Câu 4. Đồ thị hàm số dưới đây có bao nhiêu đường tiệm cận?



A. 0

B. 2

C. 1

D. 4

Phương pháp giải:

Quan sát đồ thị và nhận xét.

Lời giải chi tiết:

Có tất cả 4 đường tiệm cận.

Đáp án D.

Câu 5. Đồ thị $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

A. 3

B. 1

C. 0

D. 2

Phương pháp giải:

Tìm đường tiệm cận đứng thông qua giới hạn của hàm số.

Lời giải chi tiết:

$$\text{Ta có: } y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1} = \frac{(x-1)(x-2)}{(x-1)(x+1)} = \frac{x-2}{x+1}.$$

$$\text{Khi đó } \lim_{x \rightarrow -1^+} y = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x-2}{x+1} = -\infty.$$

Vậy $x = -1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.**Đáp án B.**

Câu 6. Tọa độ tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-3}$ là?

A. (3;2)

B. (-3;2)

C. (-1;3)

D. (1;-3)

Phương pháp giải:

Tìm giao điểm hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số.

Lời giải chi tiết:

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 2$ suy ra đường thẳng $y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 3^+} y = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow 3^-} y = -\infty$ suy ra đường thẳng $x = 3$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy tâm đối xứng của đồ thị có tọa độ $(3;2)$.

Đáp án A.

Câu 7. Trong không gian cho điểm O và bốn điểm A, B, C, D không thẳng hàng. Điều kiện cần và đủ để A, B, C, D tạo thành hình bình hành là?

A. $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD} = \vec{0}$

B. $\vec{OA} + \vec{OC} = \vec{OB} + \vec{OD}$

C. $\vec{OA} + \frac{1}{2}\vec{OB} = \vec{OC} + \frac{1}{2}\vec{OD}$

D. $\vec{OA} + \frac{1}{2}\vec{OC} = \vec{OB} + \frac{1}{2}\vec{OD}$

Phương pháp giải:

Dựa vào lí thuyết phép cộng (trừ) các vecto trong không gian, các vecto bằng nhau, đối nhau, quy tắc hình bình hành.

Lời giải chi tiết:

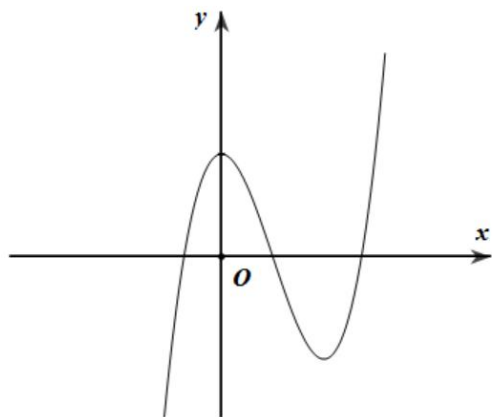
Điều kiện cần và đủ để ABCD là hình bình hành là: $\vec{BD} = \vec{BA} + \vec{BC}$ (quy tắc hình bình hành).

Với mọi điểm O bất kì khác A, B, C, D, ta có:

$$\vec{BD} = \vec{BA} + \vec{BC} \Leftrightarrow \vec{OD} - \vec{OB} = \vec{OA} - \vec{OB} + \vec{OC} - \vec{OB} \Leftrightarrow \vec{OA} + \vec{OC} = \vec{OB} + \vec{OD}.$$

Đáp án B.

Câu 8. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như trong hình dưới?



A. $y = x^3 - 3x^2 + 2$

B. $y = -x^3 + 3x^2 + 2$

C. $y = x^3 + 3x^2 + 2$

D. $y = -x^3 - 3x^2 + 2$

Phương pháp giải:

Quan sát đồ thị và nhận xét.

Lời giải chi tiết:Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ nên $a > 0$. Loại B, D.Hàm số đạt cực trị tại $x_1 = 0$ và $x_2 > 0$.Xét hàm số $y = x^3 + 3x^2 + 2$ có $y' = 3x^2 + 6x = 0$ suy ra $x = -2$ hoặc $x = 0$.Suy ra $y = x^3 + 3x^2 + 2$ đạt cực trị tại $x_1 = 0$ và $x_2 < 0$. Loại C.**Đáp án A.****Câu 9.** Giá trị lớn nhất của hàm số $\frac{2x+1}{x-2}$ trên đoạn $[-\frac{1}{2}; 1]$ bằng:

A. 0

B. $\frac{1}{2}$

C. -3

D. 1

Phương pháp giải:Xét sự biến thiên và tìm các giá trị của y tại x khi $y' = 0$, khi x với giá trị ở hai đầu mút.**Lời giải chi tiết:**Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

$$y' = \frac{-5}{(x-2)^2} < 0, \forall x \in \left[-\frac{1}{2}; 1\right]$$

$$y\left(-\frac{1}{2}\right) = 0, y(1) = -3.$$

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-\frac{1}{2}; 1]$ bằng 0.**Đáp án A.****Câu 10.** Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$		
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	-3	1	$-\infty$		

Xác định công thức của hàm số.

- A. $y = x^3 - 3x^2 + 1$
- B. $y = -x^3 - 3x^2 + 1$
- C. $y = x^3 - 3x^2 + 2$
- D. $y = -x^3 - 3x^2 - 1$

Phương pháp giải:

Quan sát bảng biến thiên, tìm đạo hàm, xét các điểm cực trị và các giá trị của hàm số tại điểm đó, thay số vào $f(x)$, $f'(x)$ để tìm các hệ số của phương trình.

Lời giải chi tiết:

Ta có: $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$. Đồ thị đạt cực trị tại các điểm $(0;1)$ và $(-2;-3)$ nên $f'(0) = 0$, $f'(-2) = 0$.

Đồ thị hàm số đi qua các điểm $(-2;-3)$ và $(0;1)$ nên $f(-2) = -3$, $f(0) = 1$.

Ta có hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} f'(0) = 0 \\ f(0) = 1 \\ f'(-2) = 0 \\ f(-2) = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ d = 1 \\ 12a - 4b = 0 \\ -8a + 4b + 1 = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ d = 1 \\ a = -1 \\ b = -3 \end{cases}$$

Vậy hàm số cần tìm là: $y = -x^3 - 3x^2 + 1$.

Đáp án B.

Câu 11: Công thức tính tích vô hướng của 2 vecto là?

- A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a} \cdot \vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$
- B. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$
- C. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin(\vec{a}, \vec{b})$
- D. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$

Phương pháp giải:

Dựa vào lý thuyết công thức tính tích vô hướng.

Lời giải chi tiết:

Công thức tính tích vô hướng của 2 vecto là: $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$.

Đáp án B.

Câu 12. Cho ba vecto $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ không đồng phẳng. Xét các vecto $\vec{x} = 2\vec{a} - \vec{b}$; $\vec{y} = -4\vec{a} + 2\vec{b}$; $\vec{z} = -3\vec{b} - 2\vec{c}$.

Chọn khẳng định đúng?

- A. Hai vecto \vec{y}, \vec{z} cùng phương
- B. Hai vecto \vec{x}, \vec{y} cùng phương
- C. Hai vecto \vec{x}, \vec{z} cùng phương
- D. Ba vecto $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$ đồng phẳng.

Phương pháp giải:

Sử dụng lí thuyết hai vecto cùng phương. \vec{x} cùng phương \vec{y} khi và chỉ khi $\vec{x} = k\vec{y}$ với $k \neq 0$.

Lời giải chi tiết:

Nhận thấy: $\vec{y} = -4\vec{a} + 2\vec{b} = -2(2\vec{a} + \vec{b}) = -2\vec{x}$ nên hai vecto \vec{x}, \vec{y} cùng phương.

Đáp án B.

Phần II: Trắc nghiệm đúng sai (4 điểm)

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên \mathbb{R} có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$		-3		$+\infty$

- a) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên mỗi khoảng $(-1;0)$ và $(0;1)$
- b) Số điểm cực trị của hàm số đã cho là 3
- c) Hàm số $f(x)$ có giá trị lớn nhất bằng -3
- d) Đồ thị hàm số không có đường tiệm cận

Phương pháp giải:

Quan sát bảng biến thiên và nhận xét.

Lời giải chi tiết:

- a) Sai. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $(0;1)$ và đồng biến trên $(-1;0)$.
- b) Đúng. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là 3 ($x = -1, x = 0, x = 1$).
- c) Sai. Hàm số $f(x)$ không có giá trị lớn nhất.
- d) Đúng. Đồ thị hàm số liên tục trên \mathbb{R} và không có tiệm cận.

Câu 2. Cho hàm số $x - \sqrt{x^2 + 1}$.

- a) Hàm số đã cho nghịch biến trên \mathbb{R}
- b) Đồ thị hàm số đã cho có cực tiểu
- c) Đồ thị hàm số đã cho có 1 tiệm cận ngang
- d) Đồ thị hàm số đã cho không đi qua gốc tọa độ

Phương pháp giải:

Lập bảng biến thiên và nhận xét.

Lời giải chi tiết:

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

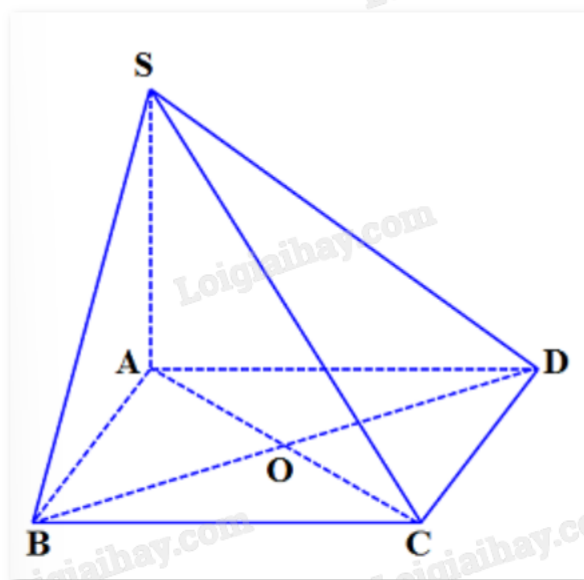
$$y' = 1 - \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} = \frac{\sqrt{x^2 + 1} - x}{\sqrt{x^2 + 1}} > 0 \quad \forall x \quad (\text{vì } \sqrt{x^2 + 1} > \sqrt{x^2} = |x| \Rightarrow \sqrt{x^2 + 1} > x \quad \forall x).$$

Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$+\infty$
y'		+
y	$-\infty$	0

- a) **Sai.** Hàm số đồng biến trên \mathbb{R} .
- b) **Sai.** Đồ thị hàm số đã cho không có cực tiểu.
- c) **Đúng.** Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận ngang $y = 0$ vì $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 0$.
- d) **Đúng.** Vì gốc tọa độ $O(0;0)$ thay vào hàm số thấy không thỏa mãn.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O .



- a) $\vec{AB} = \vec{DC}$
- b) $\vec{AC} = \vec{BD}$
- c) $\vec{SA} + \vec{SC} = \vec{SO}$
- d) $\vec{SA} + \vec{SB} + \vec{SC} + \vec{SD} = 2\vec{SO}$

Phương pháp giải:

Sử dụng quy tắc cộng vecto, lý thuyết các vecto bằng nhau, vecto đối nhau, quy tắc trung điểm, quy tắc trọng tâm.

Lời giải chi tiết:

a) **Đúng.** Vì hai vecto trên cùng hướng và cùng độ dài.

b) **Sai.** Vì hai vecto trên không cùng hướng.

c) **Sai.** Vì O là trung điểm của AC nên $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = 2\overrightarrow{SO}$.

d) **Sai.** Vì $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD} = \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} = 2\overrightarrow{SO} + 2\overrightarrow{SO} = 4\overrightarrow{SO}$.

Câu 4. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có $AB = a$, $BC = 2a$, $AA_1 = 3a$.

a) $(\overrightarrow{AB_1}; \overrightarrow{C_1D}) = 45^\circ$

b) $\overrightarrow{A_1B} \cdot \overrightarrow{D_1D} = 9a^2$

c) $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{C_1A_1} \cdot \overrightarrow{C_1B_1}$

d) $\overrightarrow{A_1D_1} \cdot \overrightarrow{C_1C} = 0$

Phương pháp giải:

Sử dụng lý thuyết các vecto bằng nhau, các vecto đối nhau, góc giữa hai vecto.

Lời giải chi tiết:

a) **Sai.** Vì hai vecto trên ngược hướng nên $(\overrightarrow{AB_1}; \overrightarrow{C_1D}) = 180^\circ$.

b) **Đúng.** $\overrightarrow{A_1B} \cdot \overrightarrow{D_1D} = \overrightarrow{A_1B} \cdot \overrightarrow{A_1A} = |\overrightarrow{A_1B}| \cdot |\overrightarrow{A_1A}| \cos(\overrightarrow{A_1B}, \overrightarrow{A_1A}) = a\sqrt{10} \cdot 3a \cdot \frac{3a}{a\sqrt{10}} = 9a^2$.

c) **Đúng.** $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD} = -\overrightarrow{C_1A_1} \cdot (-\overrightarrow{C_1B_1}) = \overrightarrow{C_1A_1} \cdot \overrightarrow{C_1B_1}$.

d) **Đúng.** $\overrightarrow{A_1D_1} \cdot \overrightarrow{C_1C} = \overrightarrow{A_1D_1} \cdot \overrightarrow{D_1D} = 0$ (vì $\overrightarrow{A_1D_1}$ và $\overrightarrow{D_1D}$ vuông góc với nhau).

Phần III: Trắc nghiệm trả lời ngắn (3 điểm)

Câu 1. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x(5 - 2x)^2$ trên $[0;3]$ là một phân số có dạng $\frac{a}{b}$. Tính $a + 2b$.

Phương pháp giải:

- Tính y' , tìm các nghiệm của $y' = 0$

- Tìm giá trị y tại các điểm cực trị của hàm số và hai đầu mút của đoạn.

Lời giải chi tiết:

Ta có: $y' = 1(5 - 2x)^2 + x \cdot 2(5 - 2x) \cdot (5 - 2x)' = 25 - 29x + 4x^2 - 20x + 8x^2 = 12x^2 - 49x + 25$.

$y' = 0$ khi $x = \frac{5}{2}$ hoặc $x = \frac{5}{6}$.

Ta có: $y(0) = 0$; $y\left(\frac{5}{6}\right) = \frac{250}{27}$; $y\left(\frac{5}{2}\right) = 0$; $y(3) = 3$.

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số trên $[0;3]$ là $\frac{250}{27}$ khi $x = \frac{5}{6}$.

Vậy $a = 250, b = 27$. Khi đó $a + 2b = 250 + 2.27 = 304$.

Đáp án: 304.

Câu 2. Khoảng cách từ điểm $A(-5;1)$ đến đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{1-x^2}}{x^2+2x}$ là bao nhiêu?

Phương pháp giải:

Tìm đường tiệm cận đứng của đồ thị bằng cách tìm giới hạn. Từ đó tính khoảng cách từ A đến tiệm cận.

Lời giải chi tiết:

Tập xác định: $D = [-1;1] \setminus \{0\}$.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 0^+} y = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{1-x^2}}{x^2+2x} = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow 0^-} y = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{1-x^2}}{x^2+2x} = -\infty$.

Suy ra đường thẳng $x = 0$ (trục Oy) là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vì hoành độ điểm A là -5 nên khoảng cách $d(A, Oy) = |-5| = 5$.

Đáp án: 5.

Câu 3. Trong không gian Oxyz, cho hình bình hành ABCD. Biết $A(1;0;1)$, $B(2;1;2)$, và $D(1;-1;1)$. Tọa độ điểm C là $(a;b;c)$. Tính tổng $a + b + c$.

Phương pháp giải:

Sử dụng quy tắc hình bình hành.

Lời giải chi tiết:

Vì ABCD là hình bình hành nên $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB}$.

Ta có: $\overrightarrow{DC} = (a-1; b+1; c-1)$ và $\overrightarrow{AB} = (1;1;1)$.

Suy ra $\begin{cases} a-1=1 \\ b+1=1 \\ c-1=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=0 \\ c=2 \end{cases}$

Vậy $a = 2, b = 0, c = 2$. Khi đó $a + b + c = 2 + 0 + 2 = 4$.

Đáp án: 4.

Câu 4. Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được cho bởi công thức $G(x) = 0,025x^2(30-x)$, trong đó x là liều lượng thuốc được tiêm cho bệnh nhân (x được tính bằng milligram). Tính liều lượng thuốc cần tiêm cho bệnh nhân để huyết áp giảm nhiều nhất.

Phương pháp giải:

Lập bảng biến thiên cho hàm số tính độ giảm huyết áp đó rồi tìm giá trị lớn nhất của hàm số đó.

Lời giải chi tiết:

Xét hàm số $G(x) = 0,75x^2 - 0,025x^3; x \in (0; +\infty)$.

Ta có: $G'(x) = 1,5x - 0,075x^2 = 0$ khi $x = 0$ hoặc $x = 20$.

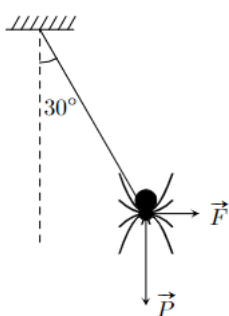
Bảng biến thiên:

x	0	20	$+\infty$
$G'(x)$		+	0
$G(x)$			100

Từ bảng biến thiên, hàm $G(x)$ đạt giá trị lớn nhất tại $x = 20$. Khi đó, độ giảm huyết áp là 100.

Đáp án: 20.

Câu 5. Một con nhện đang treo mình dưới một sợi tơ theo phương thẳng đứng thì bị một cơn gió thổi theo phương ngang làm dây treo lệch đi so với phương thẳng đứng một góc 30° . Biết trọng lượng của con nhện là $P = 0,1$ N. Xác định độ lớn của lực mà gió tác dụng lên con nhện ở vị trí cân bằng (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

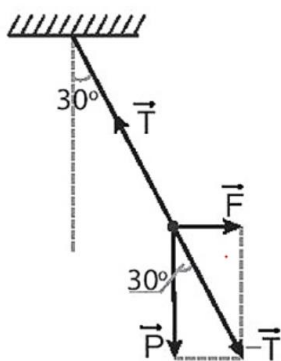


Phương pháp giải:

Tính lực F thông qua góc lượng giác.

Lời giải chi tiết:

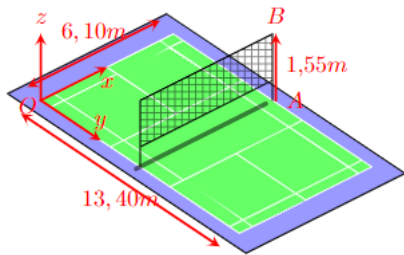
Khi con nhện và sợi tơ cân bằng như hình dưới:



Ta có: $\tan 30^\circ = \frac{F}{P}$, suy ra $F = P \cdot \tan 30^\circ = 0,1 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} \approx 0,06$ (N).

Đáp án: 0,06.

Câu 6. Hình vẽ dưới đây mô tả một sân cầu lông với kích thước theo chuẩn quốc tế. Ta chọn hệ trục Oxyz cho sân đó như hình vẽ (đơn vị trên mỗi trục là mét). Giả sử AB là một trụ cầu lông để căng lưới. Gọi $(x;y;z)$ là tọa độ của \overline{AB} . Tính $x + y + z$.



Phương pháp giải:

Tìm tọa độ của A, B bằng cách quan sát hình vẽ, từ đó tính tọa độ \overline{AB} .

Lời giải chi tiết:

Quan sát hình vẽ, thấy điểm A có tọa độ $\left(6,1; \frac{13,4}{2}; 0\right) = (6,1; 6,7; 0)$.

Điểm B có tọa độ $\left(6,1; \frac{13,4}{2}; 1,55\right) = (6,1; 6,7; 1,55)$.

Suy ra $\overline{AB} = (0; 0; 1,55)$.

Vậy $x + y + z = 0 + 0 + 1,55 = 1,55$.

Đáp án: 1,55.