

ĐỀ THI GIỮA HỌC KÌ I – Đề số 5

Môn: Toán học - Lớp 12

Chương trình GDPT 2018

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

 Mục tiêu

- Ôn tập lý thuyết giữa học kì I của chương trình sách giáo khoa Toán 12.
- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm Toán học.
- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dần trải tất cả các chương giữa học kì I – chương trình Toán 12.

**Phần I: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có bảng biến thiên như sau:

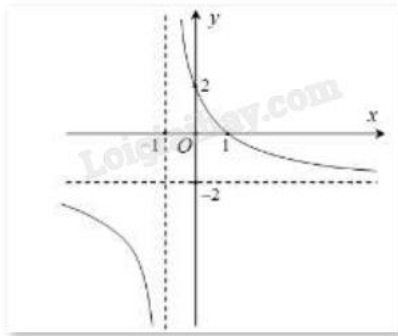
$x$	$-\infty$	$-3$	$-2$	$+\infty$
$y'$	$+$	$0$	$+$	$-$
$y$	$-\infty$	$0$	$5$	$-\infty$

Trong các mệnh đề sau, có bao nhiêu mệnh đề sai?

- Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng  $(-\infty; -5)$  và  $(-3; -2)$ .
- Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng  $(-\infty; 5)$ .
- Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng  $(-2; +\infty)$ .
- Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng  $(-\infty; -2)$ .

- 1
- 2
- 3
- 4

**Câu 2.** Đường cong trong hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số nào sau đây?



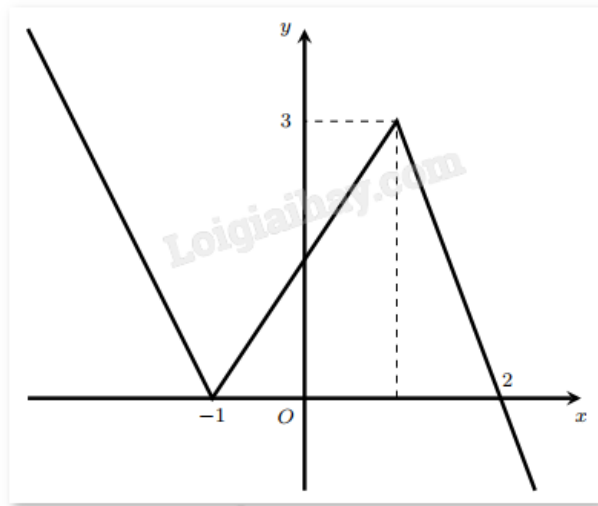
A.  $y = \frac{2 - 2x}{x + 1}$

B.  $y = 2x^3 - x + 1$

C.  $y = \frac{-2x + 1}{x + 2}$

D.  $y = x^4 + 2x^2 + 2$

**Câu 3.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ bên.



Tìm giá trị lớn nhất của hàm số  $g(x) = 2f(x) - 1$  trên đoạn  $[-1; 2]$ .

A. 3

B. 4

C. 5

D. 6

**Câu 4.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Hỏi đồ thị của hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

$x$	$-\infty$	$-2$	$0$	$+\infty$
$y'$	/		+	-
$y$	/		$-\infty \rightarrow +\infty$	$1 \rightarrow 0$

- A. 1
- B. 3
- C. 2
- D. 4

**Câu 5.** Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x^2 - 9x + 3}{x + 2}$  là:

- A.  $y = 2x + 13$
- B.  $y = -2x + 13$
- C.  $y = 2x - 13$
- D.  $y = -2x - 13$

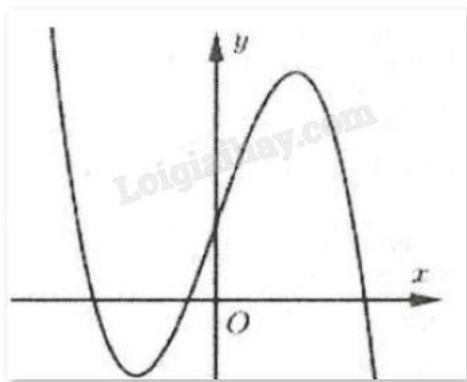
**Câu 6.** Tọa độ tâm đối xứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x + 3}{x - 1}$  là:

- A. (2;1)
- B. (-1;3)
- C. (3;2)
- D. (2;3)

**Câu 7.** Cho hình hộp chữ nhật ABCD.A'B'C'D'. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.  $\overline{AB} = \overline{CD}$
- B.  $\overline{AB} + \overline{AD} + \overline{AA'} = \overline{AC'}$
- C.  $\overline{AB} + \overline{AD} = \overline{BD}$
- D.  $\overline{AB} + \overline{AD} + \overline{AA'} = \overline{A'C}$

**Câu 8.** Đường cong hình bên là đồ thị của hàm số nào trong bốn hàm số dưới đây?

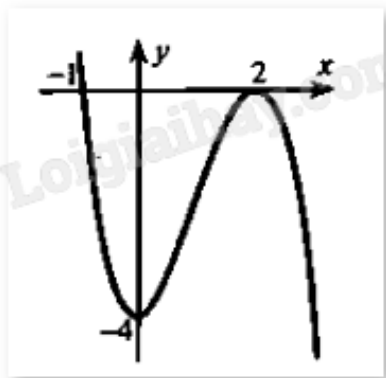


- A.  $y = -x^3 + 3x^2 + 1$
- B.  $y = -x^3 + 3x + 1$
- C.  $y = x^3 - 3x + 1$
- D.  $y = -x^3 - 3x + 1$

**Câu 9.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = 2\sin x + \sin 2x$  trên đoạn  $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$  là:

- A. -2
- B. 2
- C. 0
- D.  $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

**Câu 10.** Cho hàm số  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  có bảng biến thiên như hình vẽ sau:



- A.  $y = x^3 + 3x^2 - 4$
- B.  $y = -x^3 + 3x^2 + 4$
- C.  $y = x^3 + 3x^2 + 4$
- D.  $y = -x^3 + 3x^2 - 4$

**Câu 11.** Trong không gian Oxyz, cho hai điểm  $M(2;3;1)$ ,  $N(3;1;5)$ . Tọa độ của vectơ  $\overrightarrow{MN}$  là

- A. (-5;-4;-6)
- B. (5;4;6)
- C. (-1;2;-4)
- D. (1;-2;4)

**Câu 12.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxyz, cho hai vectơ  $\vec{u} = \vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{k}$ ,  $\vec{v} = 2\vec{i} + \vec{j} + 5\vec{k}$ . Tích  $\vec{u} \cdot \vec{v}$  bằng:

- A. 0
- B. 6
- C. 15
- D. 3

**Phần II: Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1.** Cho hàm số  $f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R} \setminus \{3\}$  có bảng biến thiên như sau:

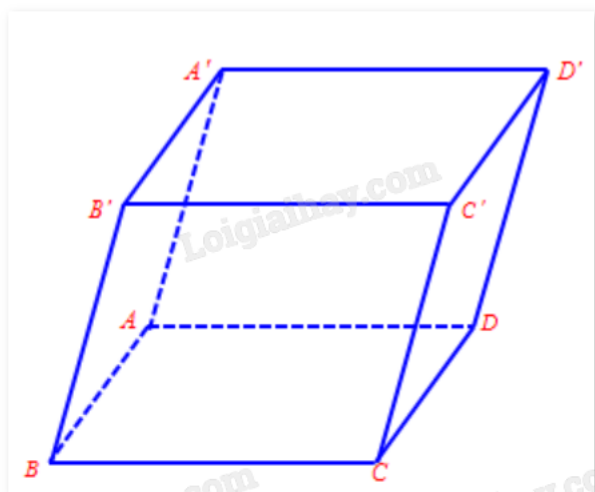
x	$-\infty$	3	$+\infty$
y'	-	0	-
y	1	$-\infty$	1

- a) Hàm số  $f(x)$  đồng biến trên mỗi khoảng xác định
- b) Số điểm cực trị của hàm số đã cho là 1
- c) Hàm số  $f(x)$  có giá trị lớn nhất bằng 1
- d) Đồ thị hàm số  $f(x)$  có hai đường tiệm cận

**Câu 2.** Cho hàm số  $f(x) = x^4 - 10x^2 - 4$ .

- a) Hàm số  $f(x)$  nghịch biến trên khoảng  $(0;6)$
- b) Hàm số có 3 điểm cực trị
- c) Hàm số  $f(x)$  có giá trị lớn nhất trên đoạn  $[0;9]$  bằng -4
- d) Hàm số  $f(x)$  có giá trị nhỏ nhất trên đoạn  $[2;19]$  bằng -29

**Câu 3.** Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D'.



- a)  $\overrightarrow{A'A} = -\overrightarrow{CC'}$
- b)  $\overrightarrow{BA'} = \overrightarrow{CD'}$
- c)  $\overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{A'D'} = \overrightarrow{A'C}$
- d)  $\overrightarrow{C'C} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B'C'} = 2\overrightarrow{A'C}$

**Câu 4.** Trong không gian Oxyz, cho vecto  $\vec{a} = (2;1;-2)$ ,  $\vec{b} = (0;-1;1)$ .

- a)  $|\vec{a}| = 3$
- b)  $\vec{a} + \vec{b} = (2;0;-1)$
- c)  $\vec{a} \cdot \vec{b} = -1$
- d) Góc giữa hai vecto  $\vec{a}, \vec{b}$  bằng  $60^\circ$

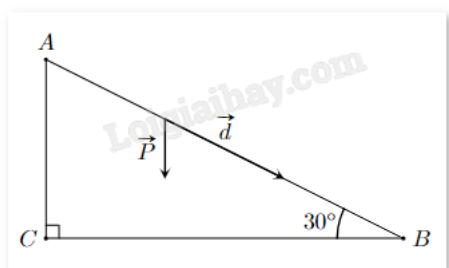
**Phần III: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1.** Giá trị lớn nhất của hàm số  $y = \sqrt{3 - 2x - x^2}$  bằng bao nhiêu?

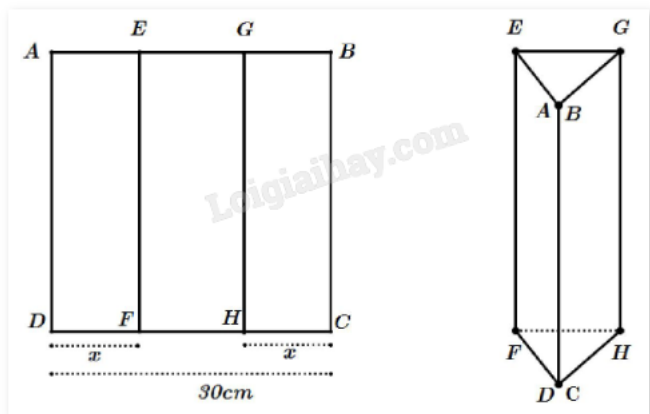
**Câu 2.** Biết rằng đồ thị hàm số  $y = \frac{(n - 3)x + n - 2017}{x + m + 3}$  nhận trục hoành làm tiệm cận ngang và trục tung

làm tiệm cận đứng. Khi đó, giá trị của  $m + n$  bằng bao nhiêu?

**Câu 3.** Một em nhỏ cân nặng  $m = 25$  kg trượt trên cầu trượt dài 3,5 m. Biết rằng, cầu trượt có góc nghiêng so với phương nằm ngang là  $30^\circ$ . Độ lớn của trọng lực  $\vec{P} = m\vec{g}$  tác dụng lên em nhỏ, cho biết vectơ gia tốc rơi tự do  $\vec{g}$  có độ lớn là  $9,8 \text{ m/s}^2$ . Công  $A$  (J) sinh bởi một lực  $\vec{F}$  có độ dịch chuyển  $\vec{d}$  được tính bởi công thức  $A = \vec{F} \cdot \vec{d}$ . Hãy tính công sinh bởi trọng lực  $\vec{P}$  khi em nhỏ trượt hết chiều dài cầu trượt (làm tròn đến hàng đơn vị).



**Câu 4.** Một tấm kẽm hình vuông ABCD có cạnh bằng 30 cm. Người ta gập tấm kẽm theo hai cạnh EF và GH cho đến khi AD và BC trùng nhau (như hình) để được một lăng trụ khuyết hai đáy.



Tìm giá trị của  $x$  để thể tích khối lăng trụ lớn nhất.

**Câu 5.** Giả sử không gian ngoài vũ trụ được xét theo hệ tọa độ Oxyz, một phi thuyền ở ngoài không gian đang ở vị trí gốc tọa độ. Có 3 vệ tinh nhân tạo lần lượt ở 3 vị trí  $A(2500; 4700; -3600)$ ,  $B(3700; 1100; 2900)$ ,  $C(-5000; -4000; -7100)$ , phi thuyền cần đến vị trí trọng tâm của 3 vệ tinh A, B, C để nhận và truyền tín hiệu đến các vệ tinh. Quãng đường mà phi thuyền cần di chuyển để đến được trọng tâm của 3 vệ tinh là bao nhiêu (làm tròn đến hàng đơn vị)?

**Câu 6.** Dân số của một quốc gia sau  $t$  năm kể từ năm 2023 được ước tính bởi công thức  $N(t) = 100e^{0,012t}$  ( $N(t)$  được tính bằng triệu người),  $0 \leq t \leq 50$ ). Đạo hàm của hàm số  $N(t)$  biểu thị tốc độ tăng trưởng dân số

của quốc gia đó (tính bằng triệu người/năm). Vào năm nào tốc độ tăng trưởng dân số của quốc gia đó là 1,5 triệu người/năm?

----- Hết -----





**Phần I: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

1. A	2. A	3. C	4. B	5. C	6. D
7. B	8. B	9. C	10. D	11. D	12. C

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	$-3$	$-2$	$+\infty$	
$y'$	$+$	$0$	$+$	$0$	$-$
$y$	$-\infty$	$0$	$5$	$-\infty$	

Trong các mệnh đề sau, có bao nhiêu mệnh đề sai?

- Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng  $(-\infty; -5)$  và  $(-3; -2)$ .
- Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng  $(-\infty; 5)$ .
- Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng  $(-2; +\infty)$ .
- Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng  $(-\infty; -2)$ .

- 1
- 2
- 3
- 4

**Phương pháp giải:**

Quan sát bảng biến thiên và nhận xét.

**Lời giải chi tiết:**

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy đồ thị hàm số đã cho đồng biến trên khoảng  $(-\infty; -2)$ ; nghịch biến trên khoảng  $(-2; +\infty)$ .

Suy ra ii) Sai; iii) Đúng; iv) Đúng.

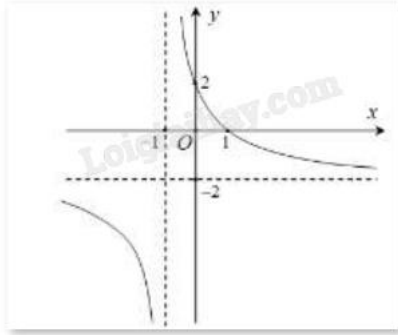
Ta thấy khoảng  $(-\infty; -3)$  chứa khoảng  $(-\infty; -5)$  nên i) Đúng.

Vậy chỉ có ii) sai.

**Đáp án A.**

**Câu 2.** Đường cong trong hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số nào sau đây?





A.  $y = \frac{2 - 2x}{x + 1}$

B.  $y = 2x^3 - x + 1$

C.  $y = \frac{-2x + 1}{x + 2}$

D.  $y = x^4 + 2x^2 + 2$

**Phương pháp giải:**

Quan sát đồ thị và nhận xét.

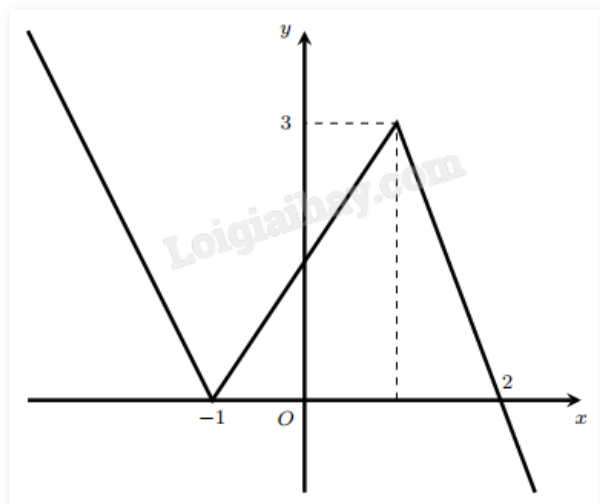
**Lời giải chi tiết:**

Ta có đây là đồ thị hàm số dạng  $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ .

Mặt khác, đồ thị có tiệm cận đứng  $x = -1$ .

**Đáp án A.**

**Câu 3.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ bên.



Tìm giá trị lớn nhất của hàm số  $g(x) = 2f(x) - 1$  trên đoạn  $[-1; 2]$ .

A. 3

B. 4

C. 5

D. 6

**Phương pháp giải:**

Quan sát đồ thị và nhận xét.

**Lời giải chi tiết:**

Dựa vào đồ thị ta thấy:

$$\max_{[-1;2]} f(x) = 3.$$

$$\text{Do đó, } \max_{[-1;2]} g(x) = 2 \max_{[-1;2]} f(x) - 1 = 2.3 - 1 = 5.$$

**Đáp án C.**

**Câu 4.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Hỏi đồ thị của hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

$x$	$-\infty$	$-2$	$0$	$+\infty$
$y'$	/		+	-
$y$	/		$-\infty \rightarrow +\infty$	$1 \rightarrow 0$

A. 1

B. 3

C. 2

D. 4

**Phương pháp giải:**

Quan sát bảng biến thiên và nhận xét.

**Lời giải chi tiết:**

Dựa vào bảng biến thiên ta có:  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = +\infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x) = -\infty$  nên  $x = 0$ ,  $x = -2$  là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Mặt khác:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$  nên  $y = 0$  là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị có ba tiệm cận.

**Đáp án B.**

**Câu 5.** Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x^2 - 9x + 3}{x + 2}$  là:

A.  $y = 2x + 13$

B.  $y = -2x + 13$

C.  $y = 2x - 13$

D.  $y = -2x - 13$

**Phương pháp giải:**

Thực hiện phép chia đa thức (ở tử) cho đa thức (ở mẫu) ta được  $y = ax + b + \frac{M}{cx + d}$  ( $a \neq 0$ ) với M là hằng số.

Đường thẳng  $y = ax + b$  ( $a \neq 0$ ) gọi là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số  $y = f(x)$  nếu  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (ax + b)] = 0$  hoặc  $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (ax + b)] = 0$ .

Kết luận đường thẳng  $y = ax + b$  là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

**Lời giải chi tiết:**

$$\text{Ta có: } y = \frac{2x^2 - 9x + 3}{x + 2} = 2x - 13 + \frac{29}{x + 2} = f(x).$$

$$\text{Từ đó: } \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (2x - 13)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{29}{x + 2} = 0.$$

Vậy đường thẳng  $y = 2x - 13$  là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho.

**Đáp án C.**

**Câu 6.** Tọa độ tâm đối xứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x + 3}{x - 1}$  là:

- A. (2;1)
- B. (-1;3)
- C. (3;2)
- D. (2;3)

**Phương pháp giải:**

Tìm tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị và tìm giao điểm của chúng.

**Lời giải chi tiết:**

Tiệm cận ngang của đồ thị là  $y = 3$ , tiệm cận đứng của đồ thị là  $x = 2$  nên tâm đối xứng có tọa độ (2;3).

**Đáp án D.**

**Câu 7.** Cho hình hộp chữ nhật ABCD.A'B'C'D'. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$
- B.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$
- C.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD}$
- D.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{A'C}$

**Phương pháp giải:**

Dựa vào quy tắc ba điểm, khái niệm hai vecto bằng nhau và quy tắc hình hộp.

**Lời giải chi tiết:**

A sai vì  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{CD}$  ngược hướng.

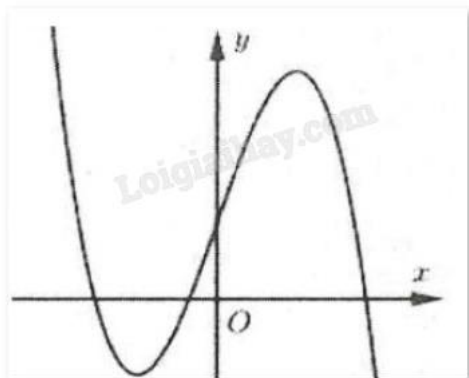
B đúng (theo quy tắc hình hộp).

C sai (theo quy tắc ba điểm).

D sai (theo quy tắc hình hộp).

**Đáp án B.**

**Câu 8.** Đường cong hình bên là đồ thị của hàm số nào trong bốn hàm số dưới đây?



A.  $y = -x^3 + 3x^2 + 1$

B.  $y = -x^3 + 3x + 1$

C.  $y = x^3 - 3x + 1$

D.  $y = -x^3 - 3x + 1$

**Phương pháp giải:**

Quan sát đồ thị và nhận xét.

**Lời giải chi tiết:**

Dựa vào đồ thị ta thấy  $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty$  nên hệ số  $a < 0$ . Loại đáp án C.

Hàm số có hai điểm cực trị  $x_1 < 0 < x_2$  nên  $y' = 0$  có hai nghiệm trái dấu.

Xét đáp án A, có  $y' = -3x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow x = 0$  hoặc  $x = 2$  (loại).

Xét đáp án D, có  $y' = -3x^2 - 3x < 0 \ (\forall x \in \mathbb{R})$  (loại).

**Đáp án B.**

**Câu 9.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = 2 \sin x + \sin 2x$  trên đoạn  $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$  là:

A. -2

B. 2

C. 0

D.  $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

**Phương pháp giải:**

Tìm đạo hàm của hàm số sau đó tính các giá trị  $f(x)$ .

**Lời giải chi tiết:**

$$f'(x) = 2 \cos x + 2 \cos 2x = 4 \cos \frac{x}{2} \cos \frac{3x}{2}.$$

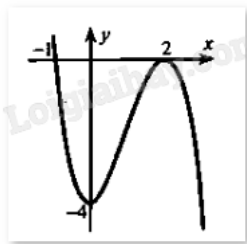
Vì  $x \in \left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$  nên  $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0, x = \frac{\pi}{3}$ .

Ta có:  $f(0) = 0$ ;  $f\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{3\sqrt{3}}{2}$ ;  $f\left(\frac{5\pi}{6}\right) = \frac{2-\sqrt{3}}{2}$ .

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = 2\sin x + \sin 2x$  trên đoạn  $\left[\frac{\pi}{3}; \frac{5\pi}{6}\right]$  bằng 0.

**Đáp án C.**

**Câu 10.** Cho hàm số  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  có bảng biến thiên như hình vẽ sau:



A.  $y = x^3 + 3x^2 - 4$

B.  $y = -x^3 + 3x^2 + 4$

C.  $y = x^3 + 3x^2 + 4$

D.  $y = -x^3 + 3x^2 - 4$

**Phương pháp giải:**

Dựa vào sự biến thiên, cực trị và các điểm hàm số đi qua để lập hệ phương trình tìm hệ số.

**Lời giải chi tiết:**

Ta có:  $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$ .

Đồ thị hàm số đạt cực trị tại điểm  $(0; -4)$  và  $(2; 0)$  nên ta có:

$$\begin{cases} f'(0) = 0 \\ f(0) = -4 \\ f'(2) = 0 \\ f(2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ d = -4 \\ 12a + 4b + c = 0 \\ 8a + 4b + 2c + d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a + b = 0 \\ 2a + b = 1 \\ c = 0 \\ d = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 3 \\ c = 0 \\ d = -4 \end{cases}$$

Vậy hàm số cần tìm là  $y = -x^3 + 3x^2 - 4$ .

**Đáp án D.**

**Câu 11.** Trong không gian Oxyz, cho hai điểm  $M(2;3;1)$ ,  $N(3;1;5)$ . Tọa độ của vectơ  $\overline{MN}$  là

A.  $(-5; -4; -6)$

B.  $(5; 4; 6)$

C.  $(-1; 2; -4)$

D.  $(1; -2; 4)$

**Phương pháp giải:**

$$\overrightarrow{MN} = (x_N - x_M; y_N - y_M; z_N - z_M).$$

**Lời giải chi tiết:**

$$\overrightarrow{MN} = (x_N - x_M; y_N - y_M; z_N - z_M) = (3 - 2; 1 - 3; 5 - 1) = (1; -2; 4).$$

**Đáp án D.**

**Câu 12.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxyz, cho hai vecto  $\vec{u} = \vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{k}$ ,  $\vec{v} = 2\vec{i} + \vec{j} + 5\vec{k}$ . Tích  $\vec{u} \cdot \vec{v}$  bằng:

- A. 0
- B. 6
- C. 15
- D. 3

**Phương pháp giải:**

Sử dụng công thức tính tọa độ tích vô hướng của hai vecto.

**Lời giải chi tiết:**

Theo giả thiết, ta có:  $\vec{u} = (1; 3; 2)$ ,  $\vec{v} = (2; 1; 5)$ .

Khi đó:  $\vec{u} \cdot \vec{v} = 1 \cdot 2 + 3 \cdot 1 + 2 \cdot 5 = 15$ .

**Đáp án C.**

**Phần II: Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1.** Cho hàm số  $f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R} \setminus \{3\}$  có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		3		$+\infty$
y'		-	0	-	
y	1	$\searrow$	$-\infty$	$\parallel$	$+\infty \searrow$ 1

- a) Hàm số  $f(x)$  đồng biến trên mỗi khoảng xác định
- b) Số điểm cực trị của hàm số đã cho là 1
- c) Hàm số  $f(x)$  có giá trị lớn nhất bằng 1
- d) Đồ thị hàm số  $f(x)$  có hai đường tiệm cận

**Phương pháp giải:**

Quan sát bảng biến thiên và nhận xét.

**Lời giải chi tiết:**

- a) Sai. Hàm số  $f(x)$  nghịch biến trên mỗi khoảng xác định.
- b) Sai. Hàm số không có điểm cực trị.
- c) Sai. Hàm số  $f(x)$  không có giá trị lớn nhất.
- d) Đúng. Đồ thị hàm số  $f(x)$  có hai đường tiệm cận là  $x = 3$ ,  $y = 1$ .

**Câu 2.** Cho hàm số  $f(x) = x^4 - 10x^2 - 4$ .

- a) Hàm số  $f(x)$  nghịch biến trên khoảng  $(0;6)$
- b) Hàm số có 3 điểm cực trị
- c) Hàm số  $f(x)$  có giá trị lớn nhất trên đoạn  $[0;9]$  bằng  $-4$
- d) Hàm số  $f(x)$  có giá trị nhỏ nhất trên đoạn  $[2;19]$  bằng  $-29$

**Phương pháp giải:**

Lập bảng biến thiên và nhận xét.

**Lời giải chi tiết:**

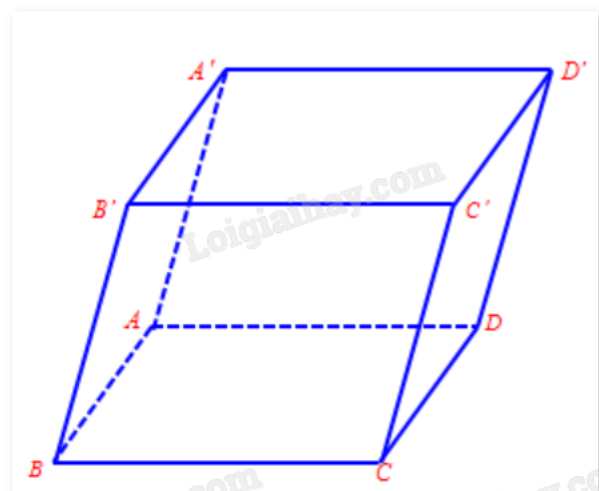
$$f'(x) = 4x^3 - 20x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \sqrt{5} \\ x = -\sqrt{5} \notin [0;9] \end{cases}$$

$x$	$-\infty$	$-\sqrt{5}$	$0$	$\sqrt{5}$	$+\infty$
$y'$		$-$	$0$	$+$	$0$
$y$	$+\infty$	$-29$	$-4$	$-29$	$+\infty$

Ta có:  $f(0) = -4$ ;  $f(\sqrt{5}) = -29$ ;  $f(9) = 5747$ .

- a) **Sai.** Hàm số  $f(x)$  nghịch biến trên khoảng  $(0;\sqrt{5})$  và đồng biến trên khoảng  $(\sqrt{5};+\infty)$ .
- b) **Đúng.** Hàm số có 3 điểm cực trị ( $x = -\sqrt{5}$ ,  $x = 0$ ,  $x = \sqrt{5}$ ).
- c) **Sai.** Hàm số  $f(x)$  có giá trị lớn nhất trên đoạn  $[0;9]$  bằng  $5747$ .
- d) **Đúng.** Hàm số  $f(x)$  có giá trị nhỏ nhất trên đoạn  $[2;19]$  bằng  $-29$ .

**Câu 3.** Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D'.



- a)  $\overrightarrow{A'A} = -\overrightarrow{CC'}$
- b)  $\overrightarrow{BA'} = \overrightarrow{CD'}$



c)  $\overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{A'D'} = \overrightarrow{A'C}$

d)  $\overrightarrow{C'C} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B'C'} = 2\overrightarrow{A'C}$

**Phương pháp giải:**

Sử dụng quy tắc cộng vecto, lý thuyết các vecto bằng nhau, vecto đối nhau, quy tắc hình hộp.

**Lời giải chi tiết:**

a) **Đúng.** Vì hai vecto  $\overrightarrow{A'A}$ ,  $\overrightarrow{CC'}$  ngược hướng và cùng độ dài.

b) **Đúng.** Vì hai vecto  $\overrightarrow{BA'}$ ,  $\overrightarrow{CD'}$  ngược hướng và cùng độ dài.

c) **Đúng.** Vì  $\overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{A'D'} = \overrightarrow{A'C}$  theo quy tắc hình hộp).

d) **Sai.** Vì  $\overrightarrow{C'C} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B'C'} = \overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{A'D'} = \overrightarrow{A'C}$  theo quy tắc hình hộp).

**Câu 4.** Trong không gian Oxyz, cho vecto  $\vec{a} = (2; 1; -2)$ ,  $\vec{b} = (0; -1; 1)$ .

a)  $|\vec{a}| = 3$

b)  $\vec{a} + \vec{b} = (2; 0; -1)$

c)  $\vec{a} \cdot \vec{b} = -1$

d) Góc giữa hai vecto  $\vec{a}, \vec{b}$  bằng  $60^\circ$

**Phương pháp giải:**

Sử dụng các quy tắc cộng vecto, công thức tính tích vô hướng của hai vecto, độ dài vecto, góc giữa hai vecto.

**Lời giải chi tiết:**

a) **Đúng.** Vì  $|\vec{a}| = \sqrt{2^2 + 1^2 + (-2)^2} = 3$ .

b) **Đúng.** Vì  $\vec{a} + \vec{b} = (2 + 0; 1 - 1; -2 + 1) = (2; 0; -1)$ .

c) **Sai.** Vì  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 2 \cdot 0 + 1 \cdot (-1) - 2 \cdot 1 = -3$ .

d) **Sai.** Vì  $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{-3}{\sqrt{2^2 + 1^2 + (-2)^2} \cdot \sqrt{0^2 + (-1)^2 + 1^2}} = \frac{-\sqrt{2}}{2}$  nên góc giữa hai vecto  $\vec{a}, \vec{b}$

bằng  $135^\circ$ .

**Phần III: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1.** Giá trị lớn nhất của hàm số  $y = \sqrt{3 - 2x - x^2}$  bằng bao nhiêu?

**Phương pháp giải:**

- Tính  $y'$ , tìm các nghiệm của  $y' = 0$

- Tìm giá trị  $y$  tại các điểm cực trị của hàm số và hai đầu mút của đoạn.

**Lời giải chi tiết:**

Tập xác định:  $[-3; 1]$ .

$$\text{Ta có: } f'(x) = \frac{-2-2x}{2\sqrt{3-2x-x^2}} = \frac{x+1}{\sqrt{3-2x-x^2}} = 0 \Leftrightarrow x = -1.$$

$$f(-3) = 0; f(-1) = 2; f(1) = 0.$$

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số là 2.

**Đáp án: 2.**

**Câu 2.** Biết rằng đồ thị hàm số  $y = \frac{(n-3)x + n - 2017}{x + m + 3}$  nhận trục hoành làm tiệm cận ngang và trục tung

làm tiệm cận đứng. Khi đó, giá trị của  $m + n$  bằng bao nhiêu?

**Phương pháp giải:**

Sử dụng quy tắc tìm đường tiệm cận của hàm phân thức.

**Lời giải chi tiết:**

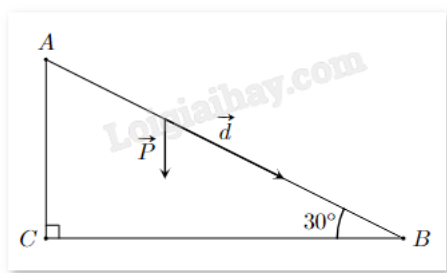
Đồ thị nhận trục hoành làm tiệm cận ngang, tức  $n - 3 = 0 \Leftrightarrow n = 3$ .

Đồ thị nhận trục tung làm tiệm cận đứng, tức  $-m - 3 = 0 \Leftrightarrow m = -3$ .

Vậy  $m + n = -3 + 3 = 0$ .

**Đáp án: 0.**

**Câu 3.** Một em nhỏ cân nặng  $m = 25$  kg trượt trên cầu trượt dài 3,5 m. Biết rằng, cầu trượt có góc nghiêng so với phương nằm ngang là  $30^\circ$ . Độ lớn của trọng lực  $\vec{P} = m\vec{g}$  tác dụng lên em nhỏ, cho biết vectơ gia tốc rơi tự do  $\vec{g}$  có độ lớn là  $9,8 \text{ m/s}^2$ . Công  $A$  (J) sinh bởi một lực  $\vec{F}$  có độ dịch chuyển  $\vec{d}$  được tính bởi công thức  $A = \vec{F} \cdot \vec{d}$ . Hãy tính công sinh bởi trọng lực  $\vec{P}$  khi em nhỏ trượt hết chiều dài cầu trượt (làm tròn đến hàng đơn vị).



**Phương pháp giải:**

Sử dụng công thức tính tích vô hướng của hai vectơ trong không gian.

**Lời giải chi tiết:**

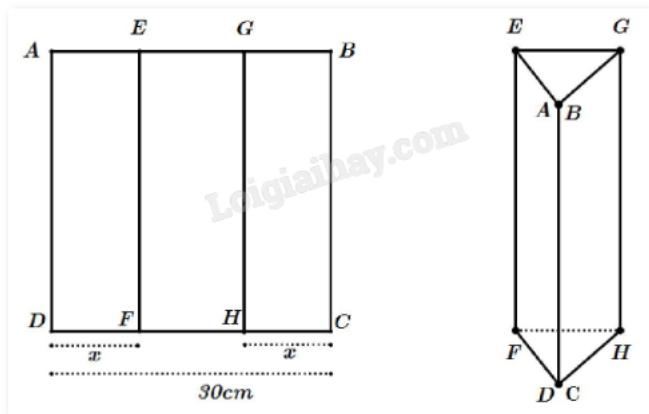
Độ lớn trọng lực tác dụng lên em nhỏ là:  $P = m \cdot g = 25 \cdot 9,8 = 245$  (N).

Góc giữa hai vectơ  $\vec{P}$  và  $\vec{d}$  là:  $CAB = 90^\circ - ABC = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$ .

Ta có:  $A = \vec{F} \cdot \vec{d} = \vec{P} \cdot \vec{d} = P d \cos(\vec{P}, \vec{d}) = 245 \cdot 3,5 \cdot \cos 60^\circ = 428,75 \approx 429$  (J).

**Đáp án: 429.**

**Câu 4.** Một tấm kẽm hình vuông ABCD có cạnh bằng 30 cm. Người ta gập tấm kẽm theo hai cạnh EF và GH cho đến khi AD và BC trùng nhau (như hình) để được một lăng trụ khuyết hai đáy.



Tìm giá trị của  $x$  để thể tích khối lăng trụ lớn nhất.

**Phương pháp giải:**

Thiết lập hàm số biểu diễn thể tích lăng trụ theo  $x$ . Lập bảng biến thiên và tìm giá trị lớn nhất của hàm số đó.

**Lời giải chi tiết:**

Ta có:  $DF = CH = x$ ,  $FH = 30 - 2x$ . Suy ra chu vi tam giác  $DHF$  là  $p = 15$ .

Thể tích khối lăng trụ là:  $V = S_{DHF} \cdot EF = 30\sqrt{15(15-x)(15-x)(15-30+2x)}$   
 $= 30\sqrt{15(15-x)^2(2x-15)}$ ,  $x \in \left(\frac{15}{2}; 15\right)$ .

Xét hàm số  $f(x) = (15-x)^2(2x-15)$ .

$f'(x) = -2(15-x)(2x-15) + 2(15-x)^2 = -2(15-x)(3x-30)$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 \\ x = 15 \end{cases}$

Bảng biến thiên:

$x$	$15/2$	$10$	$15$
$y'$	$+$	$0$	$-$
$y$			

Dựa vào bảng biến thiên, thể tích lăng trụ lớn nhất khi  $x = 10$  (cm).

**Đáp án: 10.**

**Câu 5.** Giả sử không gian ngoài vũ trụ được xét theo hệ tọa độ  $Oxyz$ , một phi thuyền ở ngoài không gian đang ở vị trí gốc tọa độ. Có 3 vệ tinh nhân tạo lần lượt ở 3 vị trí  $A(2500; 4700; -3600)$ ,  $B(3700; 1100; 2900)$ ,  $C(-5000; -4000; -7100)$ , phi thuyền cần đến vị trí trọng tâm của 3 vệ tinh  $A, B, C$  để nhận và truyền tín hiệu đến các vệ tinh. Quãng đường mà phi thuyền cần di chuyển để đến được trọng tâm của 3 vệ tinh là bao nhiêu (làm tròn đến hàng đơn vị)?

**Phương pháp giải:**

Gọi điểm  $G$  là trọng tâm của tam giác  $ABC$ . Tính khoảng cách  $OG$ .

**Lời giải chi tiết:**

Gọi điểm G là trọng tâm của tam giác ABC.

Khi đó:

$$G\left(\frac{2500 + 3700 - 5000}{3}; \frac{4700 + 1100 - 4000}{3}; \frac{-3600 + 2900 - 7100}{3}\right) = (400; 600; -2600).$$

Phi thuyền đang ở vị trí góc tọa độ, cần di chuyển đến vị trí trọng tâm G của 3 vệ tinh A, B, C nên quãng đường cần di chuyển bằng độ dài vectơ  $\overrightarrow{OG} = (400; 600; -2600)$ .

Độ dài vectơ  $\overrightarrow{OG}$  là  $\sqrt{400^2 + 600^2 + (-2600)^2} \approx 2698$ .

**Đáp án: 2698.**

**Câu 6.** Dân số của một quốc gia sau t năm kể từ năm 2023 được ước tính bởi công thức  $N(t) = 100e^{0,012t}$  ( $N(t)$  được tính bằng triệu người),  $0 \leq t \leq 50$ ). Đạo hàm của hàm số  $N(t)$  biểu thị tốc độ tăng trưởng dân số của quốc gia đó (tính bằng triệu người/năm). Vào năm nào tốc độ tăng trưởng dân số của quốc gia đó là 1,5 triệu người/năm?

**Phương pháp giải:**

Tìm  $N'(t)$  và giải phương trình  $N'(t) = 1,5$ .

**Lời giải chi tiết:**

Ta có:  $N'(t) = 100 \cdot 0,012e^{0,012t} = 1,2e^{0,012t}$ .

Tốc độ tăng trưởng dân số đạt 1,5 triệu người/năm tức là  $N'(t) = 1,5 \Leftrightarrow 1,2e^{0,012t} = 1,5 \Leftrightarrow t \approx 18,6$ .

Vậy, vào năm  $2023 + 18 = 2041$ , tốc độ tăng trưởng dân số của quốc gia đó là 1,5 triệu người/năm.

**Đáp án: 2041.**