ĐỀ THI GIỮA HỌC KÌ I – Đề số 2

Môn: Toán - Lớp 10

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Mục tiêu

- Ôn tập các kiến thức về mệnh đề và tập hợp, bất phương trình và hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn, hệ thức lượng trong tam giác của chương trình sách giáo khoa Toán 10.

- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm và tự luận Toán học.

- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dàn trải các bài học – chương trình Toán 10.

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM

1. D	**2. D**	**3. A**	**4. B**	**5. B**
6. B	**7. A**	**8. D**	**9. D**	**10. A**
11. C	**12. D**	**13. D**	**14. B**	**15. C**

Câu 1:

Cách giải:

Tập hợp các số hữu tỉ: $\mathbb{Q}$

"$\sqrt{2}$ không là số hữu tỉ" viết là: $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$

Chọn D.

Câu 2:

Cách giải:

Mệnh đề "$\forall x \in \mathbb{R}, x^2 > 4 \Rightarrow x > -2$" sai, chẳng hạn $x = -3$ thì $x^2 > 4$ nhưng $x < -2$

Mệnh đề "$\forall x \in \mathbb{R}, x^2 > 4 \Rightarrow x > 2$" sai, chẳng hạn $x = -3$ thì $x^2 > 4$ nhưng $x < 2$

Mệnh đề "$\forall x \in \mathbb{R}, x > -2 \Rightarrow x^2 > 4$" sai, chẳng hạn $x = 0 > -2$ nhưng $x^2 < 4$

Mệnh đề "$\forall x \in \mathbb{R}, x > 2 \Rightarrow x^2 > 4$" đúng

Chọn D.

Câu 3:

Phương pháp:

Cho A là tập hợp các số tự nhiên chẵn, $B=\{n\in\mathbb{N}\,|\,n\le 8\}$ và $C=\{n\in\mathbb{N}\,|\,2\le n\le 5\}$.

Tìm tập hợp $A\cap\left(B\cup C\right)$

Cách giải:

$A=\{0;2;4;6;8;...\}$

$B=\{0;1;2;3;4;5;6;7;8\}$

$C=\{2;3;4;5\}$.

Ta có: $B\cup C=\{2;3;4;5\}=C\Rightarrow A\cap\left(B\cup C\right)=A\cap C=\{2;4\}$

Chọn A.

Câu 4:

Cách giải:

+ Nếu $m\ge 5$ thì $A\setminus B=(-2;5]\setminus(m;+\infty)=A=(-2;5]$, chứa 7 số nguyên là -1 ; 0 ;1 ;2 ;3 ;4 ;5 (nhiều hơn 3) nên ta loại trường hợp m > 5.

+ Để $A\setminus B\ne\varnothing$ thì m>-2. Xét trường hợp -2<m<5, khi đó $A\setminus B=(-2;5]\setminus(m;+\infty)=(-2;m]$

Chứa 3 số nguyên -1 ;0 ;1 thì m=1.

Chọn B.

Câu 5:

Phương pháp:

Thay cặp số vào BPT, cặp số nào cho ta mệnh đề đúng thì cặp số đó là nghiệm của BPT đã cho.

Để chuẩn bị cho các tiết mục văn nghệ, lớp 10B cử ra 12 bạn tham gia tiết mục múa và 7 bạn vào tiết mục hát. Biết rằng có 3 bạn tham gia cả hai tiết mục và 22 bạn không tham gia văn nghệ. Số học sinh lớp 10B là:

Gọi A là tập hợp các học sinh tham gia tiết mục múa.

B là là tập hợp các học sinh tham gia tiết mục hát.

Cách giải:

Gọi A là tập hợp các học sinh tham gia tiết mục múa.

B là là tập hợp các học sinh tham gia tiết mục hát.

Suy ra : $A\cup B$ là tập hợp các học sinh tham gia văn nghệ.

$A\cap B$ là tập hợp các học sinh tham gia cả hai tiết mục.

Ta có : $n(A)=12;n(B)=7;n(A\cap B)=3$

$\Rightarrow$ Số học sinh tham gia văn nghệ là : $n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)=12+7-3=16$ (học sinh)

Số học sinh lớp 10B (gồm học sinh tham gia văn nghệ và các học sinh không tham gia văn nghệ) là :
$16+22=38$ (học sinh)

Chọn B.

Câu 6:

Phương pháp:

Xác định đường thẳng $x-2y=4$ và xét một điểm (không thuộc đường thẳng) xem có thuộc miền nghiệm hay không.

Cách giải:

Đường thẳng $x-2y=4$ đi qua điểm có tọa độ (4;0) và (0; -2) => Loại C, D.

Xét điểm O(0;0), ta có: $0-2.0=0<4$ nên O không thuộc miền nghiệm.

Chọn B.

Câu 7:

Phương pháp:

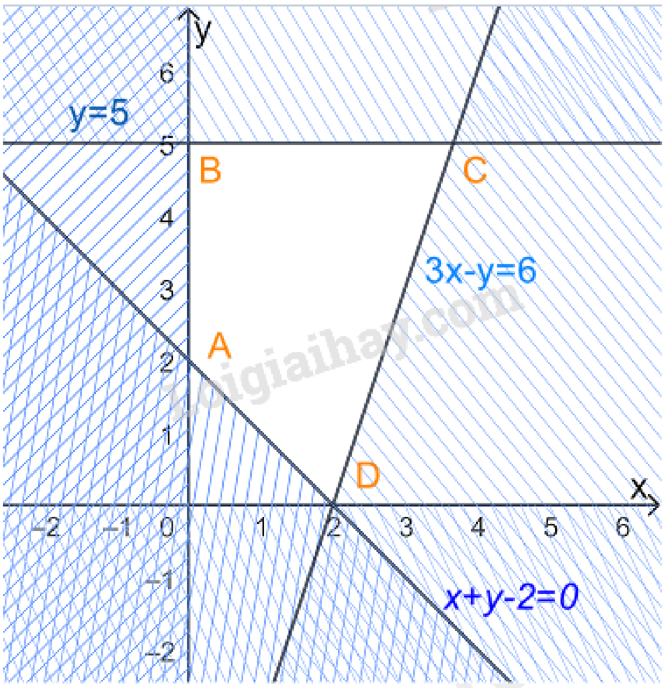
Bước 1: Biểu diễn miền nghiệm, xác định các đỉnh của miền nghiệm

Bước 2: Thay tọa độ các đỉnh vào $F(x;y)=x-3y$, kết luận giá trị nhỏ nhất.

Cách giải:

Xét hệ bất phương trình $\begin{cases} x\ge 0 \\ 0\le y\le 5 \\ x+y-2\ge 0 \\ 3x-y\le 6 \end{cases}$

Biểu diễn miền nghiệm của hệ, ta được



Miền nghiệm là miền tứ giác ABCD trong đó $A(0;2), B(0;5), C\left(\frac{11}{3};5\right), D(2;0)$

Thay tọa độ các điểm A, B, C, D vào $F(x;y)=x-3y$ ta được

$F(0;2)=0-3.2=-6$

$F(0;5)=0-3.5=-15$

$F\left(\frac{11}{3};5\right)=\frac{11}{3}-3.5=-\frac{34}{3}$

$F(2;0)=2-3.0=2$

Vậy giá trị lớn nhất của F bằng 2.

Chọn A.

Câu 8:

Phương pháp:

Chia cả tử và mẫu của P cho cosx để làm xuất hiện tanx.

Cách giải:

Vì $\tan x=3$ nên $\cos x\neq 0$

Khi đó: $P=\frac{10\sin x+13\cos x}{7\sin x-8\cos x}=\frac{\frac{10\sin x+13\cos x}{\cos x}}{\frac{7\sin x-8\cos x}{\cos x}}=\frac{10\frac{\sin x}{\cos x}+13}{7\frac{\sin x}{\cos x}-8}$

$=\frac{10\tan x+13}{7\tan x-8}=\frac{10.3+13}{7.3-8}=\frac{43}{13}$

Chọn D.

Câu 9:

Phương pháp:

Áp dụng công thức: $\cos 2\alpha=2\cos^2\alpha-1; \sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$

Cách giải:

$$A=\frac{1-\cos\alpha+\cos 2\alpha}{\sin 2\alpha-\sin\alpha}=\frac{1-\cos\alpha+2\cos^2\alpha-1}{2\sin\alpha\cos\alpha-\sin\alpha}$$
$$=\frac{2\cos^2\alpha-\cos\alpha}{2\sin\alpha\cos\alpha-\sin\alpha}=\frac{\cos\alpha(2\cos\alpha-1)}{\sin\alpha(2\cos\alpha-1)}=\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}=\cot\alpha$$

Chọn D.

Câu 10:

Cách giải:

Ta có: $\sin A\sin B=\cos C$

Mà $\cos C = -\cos(180^\circ - C) = -\cos(A+B) = -\cos A\cos B + \sin A\sin B$

$\Rightarrow \sin A\sin B = -\cos A\cos B + \sin A\sin B$

$\Leftrightarrow \cos A\cos B = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos A = 0\\ \cos B = 0\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\hat{A} = 90^\circ\\ \hat{B} = 90^\circ\end{array}\right.$

Theo giải thiết, góc A nhọn nên $\hat{B} = 90^\circ$ hay tam giác ABC vuông tại B.

Khi đó: $AC^2 = AB^2 + BC^2$, $AC > AB$ (do AC là cạnh huyền), $\cos C > 0$ (do $0^\circ < \hat{C} < 90^\circ$)

Chọn A.

Câu 11:

Phương pháp:

Bước 1: Tính diện tích $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

Bước 2: Tính bán kính R dựa vào công thức $S = \dfrac{abc}{4R}$

Cách giải:

Ta có $a = 4, b = 5, c = 7 \Rightarrow p = \dfrac{4+5+7}{2} = 8$

Suy ra diện tích tam giác ABC là: $S = \sqrt{8.(8-4)(8-5)(8-7)} = 4\sqrt{6}$

Bán kính đường tròn nội tiếp r của tam giác ABC bằng:

$r = \dfrac{S}{p} = \dfrac{4\sqrt{6}}{8} = \dfrac{\sqrt{6}}{2}$

Chọn C.

Câu 12:

Phương pháp:

Áp dụng định lí cos: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$

Cách giải:

Ta có: $c = 32, \hat{A} = 70^o, b = 45$

Áp dụng định lí cos trong tam giác ABC ta có:

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$

$\Leftrightarrow a^2 = 45^2 + 23^2 - 2.45.23\cos 70^\circ \approx 1846$

$\Rightarrow a = \sqrt{1846} \approx 43$

Vậy độ dài cạnh AC là khoảng 43.

Chọn D.

Câu 13:

Phương pháp:

Thay tọa độ điểm A vào hệ BPT, hệ nào cho ta các mệnh đề đúng thì điểm A thuộc miền nghiệm của hệ BPT đó.

Cách giải

+ Xét hệ $\begin{cases} x+2y>7 \\ 3x-y<5 \end{cases}$, thay $x=1, y=2$ ta được: $1+2.2>7$ sai nên A(1;2) không thuộc miền nghiệm của hệ BPT.

+ Xét hệ $\begin{cases} 2x-y>7 \\ x+y\le 3 \end{cases}$, thay $x=1, y=2$ ta được: $2.1-2>7$ sai nên A(1;2) không thuộc miền nghiệm của hệ BPT.

+ Xét hệ $\begin{cases} 3x+4\le 10 \\ 4x-y>3 \end{cases}$, thay $x=1, y=2$ ta được: $4.1-2>3$ sai nên A(1;2) không thuộc miền nghiệm của hệ BPT.

+ Xét hệ $\begin{cases} 2x+5y>8 \\ x-3y\le 4 \end{cases}$, thay $x=1, y=2$ ta được: $\begin{cases} 2.1+5.2>8 \\ 1-3.2\le 4 \end{cases}$ đúng nên A(1;2) thuộc miền nghiệm của hệ BPT.

Chọn D.

Câu 14:

Cách giải:

Ta có: $\sin 108^\circ = \sin(180^\circ - 108^\circ) = \sin 72^\circ$

$\Rightarrow \sin 72^\circ = \sin(10^\circ + a)$

$\Rightarrow 72^\circ = 10^\circ + a \Leftrightarrow a = 62^\circ$ (do $0^\circ < a < 90^\circ$)

Tương tự, $\sin 72^\circ = \cos(90^\circ - 72^\circ) = \cos 18^\circ$

$\Rightarrow \cos 18^\circ = \cos(b - 10^\circ)$

$\Rightarrow 18^\circ = b - 10^\circ \Leftrightarrow b = 28^\circ$ (do $0^\circ < b < 90^\circ$)

Do đó $a + b = 62^\circ + 28^\circ = 90^\circ$

Chọn B.

Câu 15:

Cách giải:

Ta có: $2(2x-3y)-(2x-y+5) > x-3y+1$

$\Leftrightarrow 4x-6y-2x+y-5-x+3y-1>0$

$\Leftrightarrow x-2y-6>0$

Thay tọa độ các điểm vào BPT:

+ Vì $0-2.0-6=-6<0$ nên $O(0;0)$ không thuộc miền nghiệm

+ Vì $1-2.0-6=-5<0$ nên $A(1;0)$ không thuộc miền nghiệm

+ Vì $3-2.(-2)-6=1>0$ nên $B(3;-2)$ thuộc miền nghiệm

+ Vì $0-2.2-6=-10<0$ nên $C(0;2)$ không thuộc miền nghiệm

Chọn C.

II. <u>PHẦN TỰ LUẬN</u>

Câu 1:

Phương pháp:

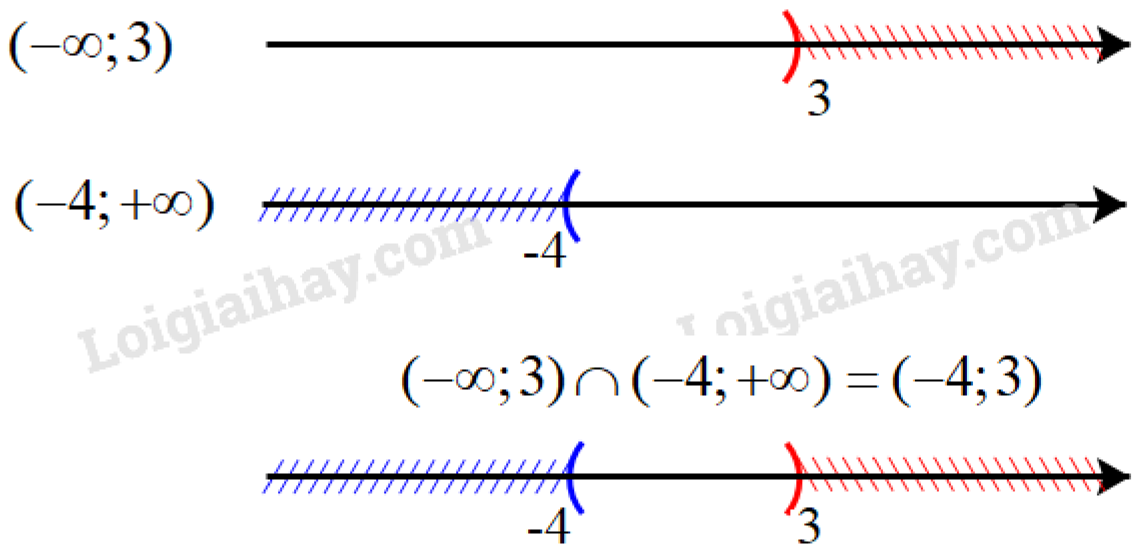
a) $A\cap B=\{x\in A\,|\,x\in B\}$

b) $A\cup B=\{x\,|\,x\in A$ hoặc $x\in B\}$

c) $A\setminus B=\{x\in A\,|\,x\notin B\}$

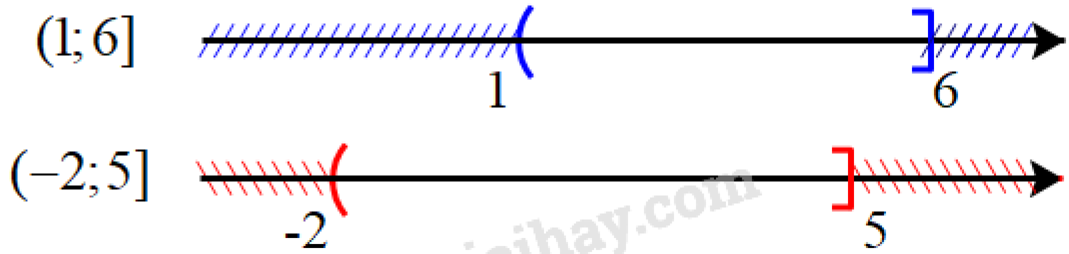
Cách giải:

a) Biểu diễn hai tập $(-\infty;3)$ và $(-4;+\infty)$ trên trục số, ta được:



Giao của hai tập hợp: $(-\infty;3)\cap(-4;+\infty)=(-4;3)$

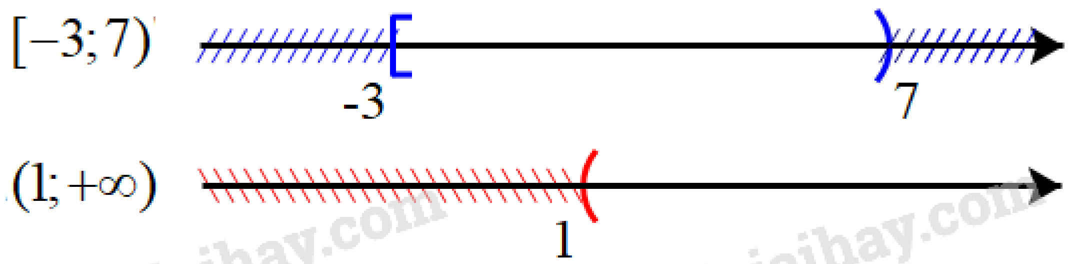
b) Biểu diễn hai tập $(1;6]$ và $(-2;5]$ trên trục số, ta được:



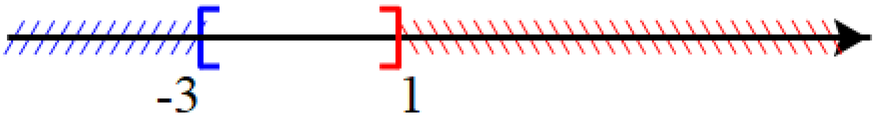
$$(1;6]\cup(-2;5]=(-2;6]$$

Hợp của hai tập hợp: $(1;6]\cup(-2;5]=(-2;6]$

c) Biểu diễn hai tập $(-3;7]$ và $(1;+\infty)$ trên trục số, ta được:

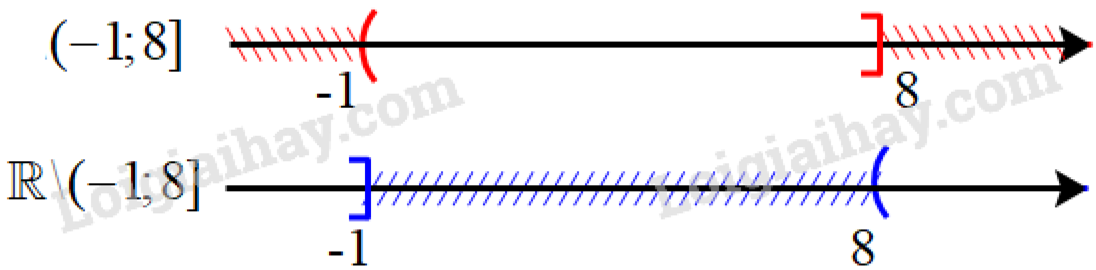


$$[-3;7)\backslash(1;+\infty)=[-3;1]$$



Hiệu của hai tập hợp: $[-3;7)\backslash(1;+\infty)=[-3;1]$

d) Biểu diễn tập $(-1;8]$ trên trục số, ta được:



Hiệu của hai tập hợp: $\mathbb{R}\backslash(-1;8]=(-\infty;-1]\cup(8;+\infty)$

Câu 2:

Nhà cô Minh có mảnh vườn rộng $8m^2$. Cô dự định trồng cà chua và cải bắp trên toàn bộ mảnh vườn đó. Nếu trồng cà chua thì cần 20 công và thu được 300 nghìn đồng trên mỗi m^2. Nếu trồng cải bắp thì cần 30 công và thu được 400 nghìn đồng trên mỗi m^2. Hỏi cần cần trồng mỗi loại cây trên diện tích bao nhiêu để tthu được nhiều tiền nhất mà tổng số công không quá 180?

Cách giải:

Gọi diện tích trồng cà chua và cải bắp lần lượt là x, y (đơn vị: m^2). $(x, y \geq 0)$

Mảnh vườn rộng $8m^2$ nên ta có: $x + y \leq 8$

Khi trồng x m^2 cà chua thì cần 20x công và thu được 300x nghìn đồng

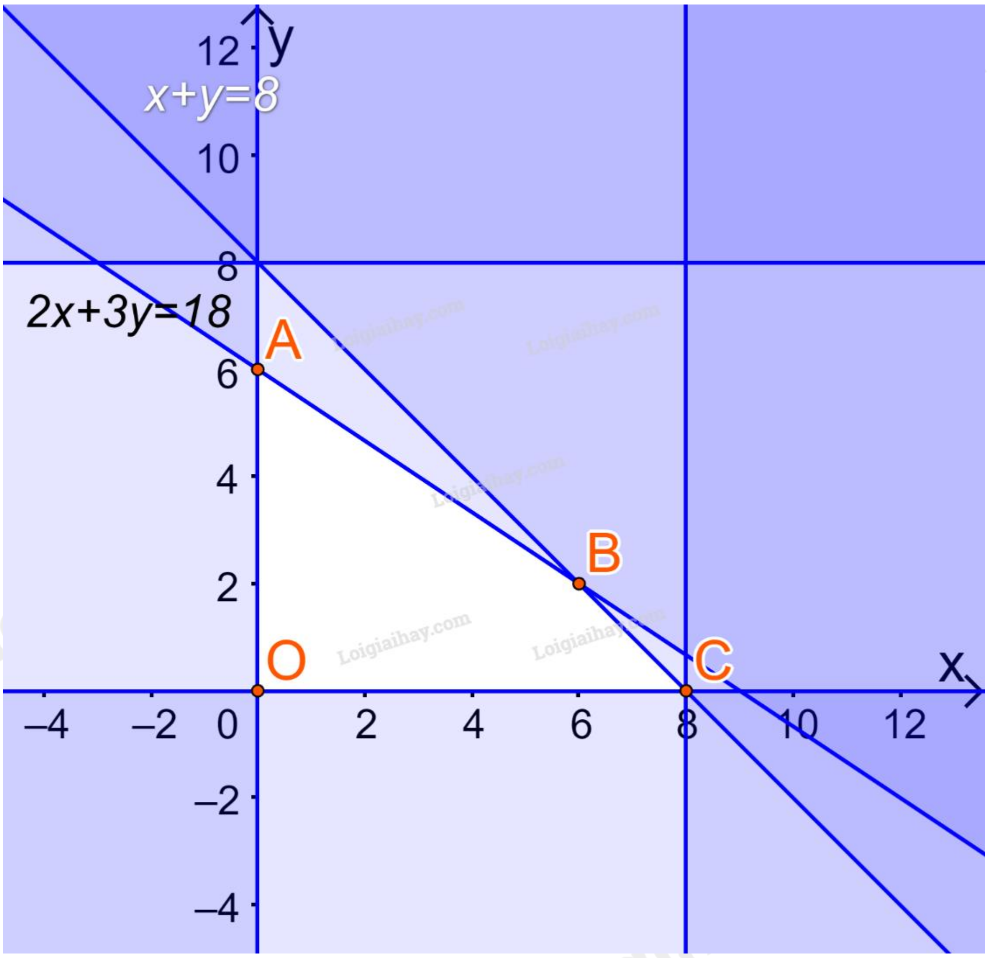
Khi trồng y m^2 cải bắp thì cần 30x công và thu được 400x nghìn đồng

Tổng số công không quá 180 nên ta có: $20x + 30y \leq 180$ hay $2x + 3y \leq 18$

Tổng số tiền thu được là: $F(x;y) = 300x + 400y$

Ta có hệ bất phương trình: $\begin{cases} 0 \leq x \leq 8 \\ 0 \leq y \leq 8 \\ x + y \leq 8 \\ 2x + 3y \leq 18 \end{cases}$

Biểu diễn miền nghiệm trên hệ trục Oxy, ta được:



Miền nghiệm là miền tứ giác ABCD (kể cả các cạnh) , trong đó $A(0;6), B(6;2), C(8;0), O(0;0)$

Lần lượt thay tọa độ các điểm A, B, C, D vào biểu thức $F(x;y) = 300x + 400y$ ta được:

$F(0;0) = 300.0 + 400.0 = 0$
$F(0;6) = 300.0 + 400.6 = 2400$
$F(2;6) = 300.2 + 400.6 = 3000$
$F(8;0) = 300.8 + 400.0 = 2400$

Do đó F đạt giá trị lớn nhất bằng 3000 tại $x = 2; y = 6$

Vậy cô Minh cần mua trồng $2m^2$ cà chua và $6m^2$ cải bắp.

Câu 3:

Phương pháp:

a) Áp dụng hệ quả của định lí cosin: $\cos B = \dfrac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}; \cos C = \dfrac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$

b) Áp dụng các công thức tính diện tích: $S = \dfrac{1}{2}a.h_a = \dfrac{abc}{4R}$

Định lí sin: $\dfrac{b}{\sin B} = \dfrac{c}{\sin C} = 2R$

Cách giải:

a) Từ định lí cosin, ta suy ra:

$\cos B = \dfrac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}; \cos C = \dfrac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$

$\Rightarrow a(b.\cos C - c.\cos B) = ab.\cos C - ac.\cos B)$

$= ab.\dfrac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} - ac.\dfrac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$

$= \dfrac{1}{2}\left(a^2 + b^2 - c^2\right) - \dfrac{1}{2}\left(a^2 + c^2 - b^2\right)$

$= \dfrac{1}{2}\left(a^2 + b^2 - c^2 - a^2 - c^2 + b^2\right)$

$= \dfrac{1}{2}\left(2b^2 - 2c^2\right) = b^2 - c^2$

b) Ta có: $S = \dfrac{1}{2}a.h_a \Rightarrow h_a = \dfrac{2S}{a}$

Mà $S = \dfrac{abc}{4R} \Rightarrow 2S = \dfrac{abc}{2R} \Rightarrow h_a = \dfrac{bc}{2R}$ (1)

Lại có: Theo định lí sin thì: $\dfrac{b}{\sin B} = \dfrac{c}{\sin C} = 2R$

$\Rightarrow \sin B = \dfrac{b}{2R}; \sin C = \dfrac{c}{2R}$

$\Rightarrow 2R\sin B\sin C = 2R.\dfrac{b}{2R}.\dfrac{c}{2R} = \dfrac{bc}{2R}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $h_a = 2R\sin B\sin C$

Câu 4:

Cách giải:

Đặt $2u = \sin(a+b) = 2\cos(a-b)$

Dễ thấy $u \ne \pm 1$ do $|2u| = |\sin(a+b)| \le 1$.

Ta có:

$$M = \frac{1}{2-\sin 2a} + \frac{1}{2-\sin 2b} = \frac{2-\sin 2b + 2 - \sin 2a}{(2-\sin 2a)(2-\sin 2b)}$$
$$= \frac{4-(\sin 2a + \sin 2b)}{4 - 2\sin 2a - 2\sin 2b + \sin 2a.\sin 2b}$$
$$= \frac{4-(\sin 2a + \sin 2b)}{4 - 2(\sin 2a + \sin 2b) + \sin 2a.\sin 2b}$$

Mà:

$$\sin 2a + \sin 2b = 2\sin\frac{2a+2b}{2}\cos\frac{2a-2b}{2} = 2\sin(a+b)\cos(a-b) = 2.2u.u = 4u^2;$$

$$\sin 2a.\sin 2b = -\frac{1}{2}\left[\cos(2a+2b) - \cos(2a-2b)\right]$$
$$= -\frac{1}{2}\left[1 - 2\sin^2(a+b) - 2\cos^2(a-b) + 1\right]$$
$$= \cos^2(a+b) + \sin^2(a-b) - 1$$
$$= u^2 + (2u)^2 - 1 = 5u^2 - 1$$

$$\Rightarrow M = \frac{4-4u^2}{4 - 2.4u^2 + 5u^2 - 1} = \frac{4-4u^2}{3-3u^2} = \frac{4}{3}$$

Vậy $M = \frac{4}{3}$ không phụ thuộc vào a,b.