

**ĐỀ CƯƠNG ÔN TẬP HỌC KÌ I****Môn: Toán học - Lớp 12****Chương trình GDPT 2018****BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM****Mục tiêu**

- Ôn tập lý thuyết học kì I của chương trình sách giáo khoa Toán 12.
- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm Toán học.
- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dần trải tất cả các chương học kì I – chương trình Toán 12.

**A. Nội dung ôn tập****Ứng dụng đạo hàm để khảo sát và vẽ đồ thị hàm số**

1. Tính đơn điệu và cực trị của hàm số
2. Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số
3. Đường tiệm cận của đồ thị hàm số
4. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số
5. Ứng dụng đạo hàm để giải quyết một số vấn đề liên quan đến thực tiễn

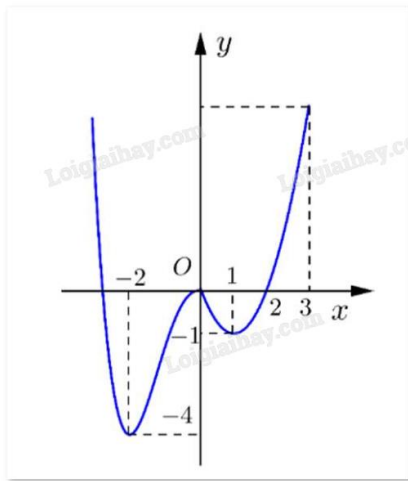
**Vecto và hệ trục tọa độ trong không gian**

1. Vecto trong không gian
2. Hệ trục tọa độ trong không gian
3. Biểu thức tọa độ của các phép toán vecto

**Các số đặc trưng đo mức độ phân tán của mẫu số liệu ghép nhóm**

1. Khoảng biến thiên và khoảng tứ phân vị
2. Phương sai và độ lệch chuẩn

**B. Bài tập****Phần I: Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn****Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-1; 0)$
- B.  $(-2; -1)$
- C.  $(0; 1)$
- D.  $(1; 3)$

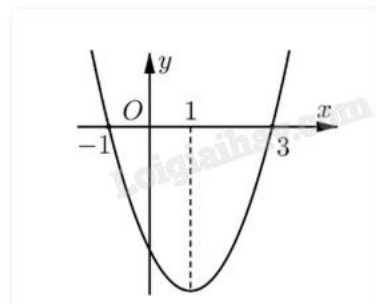
**Câu 2.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên sau:

$x$	$-\infty$	$-1$	$0$	$1$	$+\infty$	
$y'$		$+$	$0$	$-$	$0$	$+$
$y$	$-\infty$	$2$	$+\infty$	$4$	$+\infty$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-1; 1)$
- B.  $(4; +\infty)$
- C.  $(-\infty; 2)$
- D.  $(0; 1)$

**Câu 3.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm  $f'(x)$  xác định, liên tục trên  $\mathbb{R}$  và  $f'(x)$  có đồ thị như hình vẽ.



Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên  $(1; +\infty)$
- B. Hàm số đồng biến trên  $(-\infty; -1)$  và  $(3; +\infty)$

C. Hàm số nghịch biến trên  $(-\infty; 1)$

D. Hàm số đồng biến trên  $(-1; 3)$

**Câu 4.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đạo hàm  $f'(x) = (x+1)(3-x)^2$ . Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A.  $(-1; 0)$

B.  $(-\infty; 0)$

C.  $(-3; +\infty)$

D.  $(-\infty; -1)$

**Câu 5.** Hàm số nào đồng biến trên tập  $\mathbb{R}$  trong các hàm số dưới đây?

A.  $y = x^4$

B.  $y = x^3 + 2x$

C.  $y = x^2 + x + 1$

D.  $y = -3x + 2$

**Câu 6.** Cho hàm số  $f(x)$ , bảng xét dấu của  $f'(x)$  như sau:

$x$	$-\infty$	$-1$	$0$	$1$	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 0

B. 2

C. 1

D. 3

**Câu 7.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có bảng xét dấu  $f'(x)$  như sau:

$x$	$-\infty$	$-1$	$0$	$1$	$2$	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$	$-$

Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. 4

B. 2

C. 3

D. 0

**Câu 8.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = x(x+1)^2(x-2)^3$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$ . Số điểm cực trị của hàm số là

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

**Câu 9.** Cho hàm số  $y = \sqrt{x^2 - 4x}$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

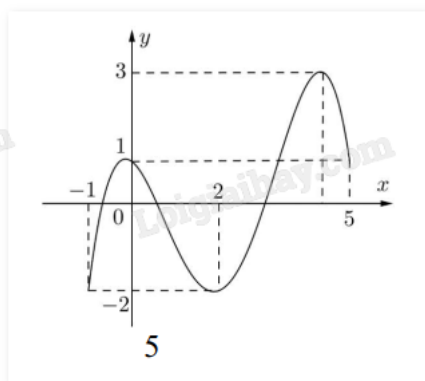
A. Hàm số đạt cực đại tại  $x = 4$

B. Hàm số không có cực trị

C. Hàm số đạt cực tiểu tại  $x = 0$

D. Hàm số có 2 điểm cực trị

**Câu 10.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $[-1;5]$  và có đồ thị trên đoạn  $[-1;5]$  như hình vẽ:



Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $f(x)$  trên đoạn  $[-1;5]$  bằng

A. -1

B. 4

C. 1

D. 2

**Câu 11:** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định, liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có bảng biến thiên:

$x$	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$y'$	+		- 0 +	
$y$	$-\infty$	↗ 0 ↘	-1 ↗	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 1

B. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 0 và giá trị nhỏ nhất bằng -1

C. Hàm số đạt cực đại tại  $x = 0$  và đạt cực tiểu tại  $x = 1$

D. Hàm số có đúng một cực trị

**Câu 12.** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

$x$	$-\infty$	$-1$	$0$	$1$	$+\infty$		
$y'$		-	-	0	+	0	-

A.  $\max_{(-1;1]} f(x) = f(0)$

B.  $\max_{(0;+\infty]} f(x) = f(1)$

C.  $\min_{(-\infty;-1)} f(x) = f(-1)$

D.  $\min_{(-1;+\infty)} f(x) = f(0)$

Câu 13. Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $f(x) = x^4 - 10x^2 + 2$  trên đoạn  $[-1;2]$  bằng

A. 2

B. -23

C. -22

D. -7

Câu 14. Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $f(x) = \frac{x^2 + 3}{x - 1}$  trên đoạn  $[2;4]$  bằng

A. -3

B.  $\frac{19}{3}$

C. 6

D. -2

Câu 15. Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $f(x) = \frac{\ln x}{x}$  trên đoạn  $[2;3]$  bằng

A.  $\frac{\ln 2}{2}$

B.  $\frac{\ln 3}{3}$

C.  $\frac{3}{e^2}$

D.  $\frac{1}{e}$

Câu 16. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{x-2}{x+1}$  là

A.  $y = -2$

B.  $y = 1$

C.  $x = -1$

D.  $x = 2$

**Câu 17.** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{x-1}{x-3}$  là

A.  $x = -3$

B.  $x = -1$

C.  $x = 1$

D.  $x = 3$

**Câu 18.** Đồ thị của hàm số  $y = 2x + 1 + \frac{2}{3x-1}$  có đường tiệm cận xiên là

A.  $y = 3x - 1$

B.  $y = 2 + x$

C.  $y = 3 - x$

D.  $y = 2x + 1$

**Câu 19.** Trong không gian cho 3 điểm M, N, P phân biệt. Tính  $\overrightarrow{PM} + \overrightarrow{MN}$ .

A.  $\overrightarrow{NM}$

B.  $\overrightarrow{MN}$

C.  $\overrightarrow{NP}$

D.  $\overrightarrow{PN}$

**Câu 20.** Trong không gian cho 3 điểm M, N, P phân biệt. Tính  $\overrightarrow{PM} + \overrightarrow{MN}$ .

A.  $\overrightarrow{NM}$

B.  $\overrightarrow{MN}$

C.  $\overrightarrow{NP}$

D.  $\overrightarrow{PN}$

**Câu 21.** Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D'. Vecto  $\vec{u} = \overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{A'D'}$  bằng vecto nào dưới đây?

A.  $\overrightarrow{A'C}$

B.  $\overrightarrow{CA'}$

C.  $\overrightarrow{AC'}$

D.  $\overrightarrow{C'A}$

**Câu 22.** Gọi I là trung điểm của AB. Khẳng định nào sau đây sai?

A.  $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$

B.  $IA = IB$

C.  $\vec{IA} = \vec{IB}$

D.  $\vec{MA} + \vec{MB} = 2\vec{MI}$

**Câu 23.** Cho hai vecto  $\vec{u}, \vec{v}$  có  $|\vec{u}| = 3$ ,  $|\vec{v}| = 4$  và góc giữa hai vecto  $\vec{u}, \vec{v}$  bằng  $60^\circ$ . Tích vô hướng  $\vec{u}, \vec{v}$  bằng

A. 12

B. 6

C. -12

D. -6

**Câu 24.** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho vecto  $\vec{u} = -2\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$ . Tọa độ của vecto  $\vec{u}$  là

A.  $(-2; -1; 3)$

B.  $(2; 1; 3)$

C.  $(-2; 0; 3)$

D.  $(-2; -1; -3)$

**Câu 25.** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai điểm  $A(1; -3; 1)$ ,  $B(3; 0; -2)$ . Tính độ dài AB.

A. 26

B. 22

C.  $\sqrt{26}$

D.  $\sqrt{22}$

**Câu 26.** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai điểm  $A(2; -4; 3)$  và  $B(2; 2; 7)$ . Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là

A.  $(4; -2; 10)$

B.  $(1; 3; 2)$

C.  $(2; 6; 4)$

D.  $(2; -1; 5)$

**Câu 26.** Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D' có độ dài cạnh là a. Khi đó,  $\vec{AB} \cdot \vec{AD}$  bằng

A.  $a^2$

B. 0

C. a

D.  $\frac{a^2}{2}$

**Câu 27.** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho ba điểm  $A(1; -2; 3)$ ,  $B(-1; 2; 5)$  và  $C(0; 0; 1)$ . Trọng tâm G của tam giác ABC có tọa độ là

A.  $(0; 0; 3)$

- B. (0;0;9)  
 C. (-1;0;3)  
 D. (0;0;1)

**Câu 28.** Kết quả khảo sát cân nặng của một thùng táo ở một lô hàng cho trong bảng sau:

Cân nặng (g)	[150;155)	[155;160)	[160;165)	[165;170)	[170;175)
Số quả táo	4	7	12	6	2

Khoảng biến thiên R của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A.  $R = 5$   
 B.  $R = 24$   
 C.  $R = 25$   
 D.  $R = 10$

**Câu 29.** Gọi  $Q_1, Q_2, Q_3$  là tứ phân vị của một mẫu số liệu ghép nhóm. Khi đó khoảng tứ phân vị  $\Delta_Q$  của mẫu số liệu trên được xác định bởi công thức

- A.  $\Delta_Q = Q_2 - Q_1$   
 B.  $\Delta_Q = Q_3 - Q_1$   
 C.  $\Delta_Q = Q_2 - Q_3$   
 D.  $\Delta_Q = Q_1 - Q_3$

**Câu 30.** Một ý nghĩa của khoảng tứ phân vị là

- A. Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm giúp xác định các giá trị không bất thường của mẫu số liệu đó  
 B. Khoảng tứ phân vị thường không được sử dụng thay cho khoảng biến thiên  
 C. Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm xếp xỉ khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu gốc và là một đại lượng cho biết mức độ phân tán của nửa mẫu số liệu  
 D. Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm xếp xỉ khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu gốc và là một đại lượng cho biết mức độ không phân tán của nửa mẫu số liệu

## Phần II: Trắc nghiệm đúng sai

**Câu 31.** Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{x^2 + 3x}{x - 1}$ .

- a) Hàm số  $f(x)$  đồng biến trên khoảng  $(-\infty; 1)$ .  
 b) Giá trị cực đại của hàm số  $f(x)$  là 1.  
 c) Hàm số  $f(x)$  có ba điểm cực trị.  
 d) Hàm số  $f(x)$  nghịch biến trên khoảng  $(-1; 3)$ .

**Câu 32.** Trong không gian Oxyz, cho  $\vec{a} = (1; 2; -3)$ ,  $\vec{b} = (3; 1; 5)$ .



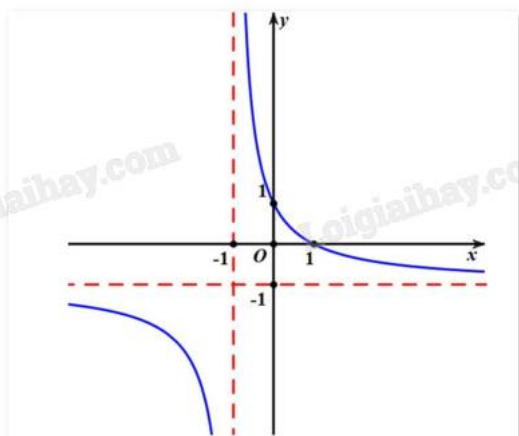
a)  $\vec{a} + \vec{b} = (4; 3; 2)$ .

b)  $2\vec{a} - 3\vec{b} = (-7; 1; 21)$ .

c)  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 10$ .

d)  $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{\sqrt{10}}{7}$ .

**Câu 33.** Cho hàm số  $y = \frac{ax+1}{cx+d}$  có đồ thị như hình vẽ.



a) Hàm số luôn nghịch biến trên từng khoảng xác định.

b)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -1$ .

c)  $\lim_{x \rightarrow -1^+} y = -\infty$ .

d) Hệ số  $a = 2$ .

**Câu 34.** Bảng sau biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm thống kê mức lương của một công ty (đơn vị: triệu đồng).

Nhóm	Tần số
[10;15)	15
[15;20)	18
[20;25)	10
[25;30)	10
[30;35)	5
[35;40)	2
	$n = 60$

a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là  $R = 30$ .

b) Số phần tử của mẫu là  $n = 60$ .

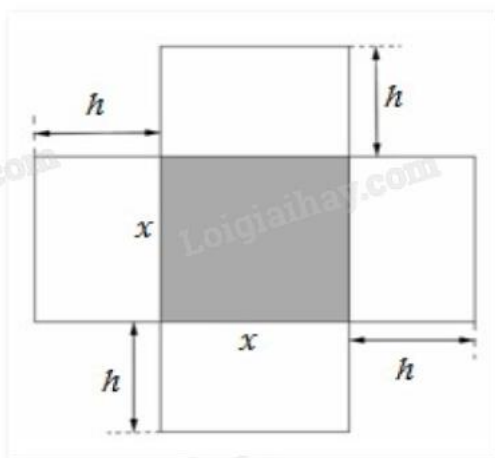
c) Tứ phân vị thứ nhất là  $Q_1 = 15$ .

d) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là  $\Delta_Q = 3$ .

**Phần III: Trắc nghiệm trả lời ngắn**

**Câu 35.** Một hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm sản xuất mỗi ngày được  $x$  mét vải lụa ( $1 \leq x \leq 18$ ). Tổng chi phí sản xuất  $x$  mét vải lụa, tính bằng nghìn đồng, cho bởi hàm chi phí:  $C(x) = x^3 - 3x^2 - 20x + 500$ . Giả sử hộ làm nghề dệt này bán hết sản phẩm mỗi ngày với 220 nghìn đồng/mét. Gọi  $L(x)$  là lợi nhuận thu được khi bán  $x$  mét vải lụa. Hỏi lợi nhuận (đơn vị: nghìn đồng) tối đa của hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm trong một ngày?

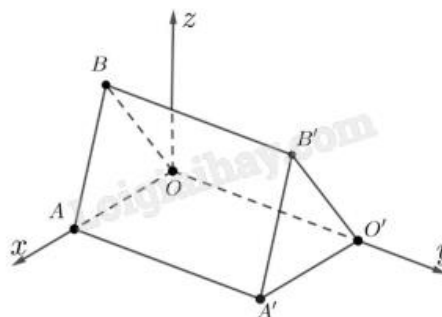
**Câu 36.** Một hộp không nắp được làm từ một mảnh các tông theo hình vẽ. Hộp có đáy là một hình vuông cạnh  $x$  (cm), chiều cao là  $h$  (cm) và thể tích là  $4000 \text{ cm}^3$ . Tìm độ dài cạnh hình vuông  $x$  sao cho chiếc hộp làm ra tốn ít bìa các tông nhất.



**Câu 37.** Những căn nhà gỗ trong Hình 1 được phác thảo dưới dạng một hình lăng trụ đứng tam giác  $OAB \cdot O'A'B'$ . Với hệ trục tọa độ  $Oxyz$  thể hiện như Hình 2 (đơn vị đo lấy theo centimet), hai điểm  $A'$  và  $B'$  có tọa độ lần lượt là  $(240;450;0)$  và  $(120;450;300)$ . Mỗi căn nhà gỗ có chiều dài là  $a$  cm, chiều rộng là  $b$  cm, mỗi cạnh bên củ mặt tiền có độ dài là  $c$  cm. Tính  $a + b + c$  (làm tròn đến hàng đơn vị).

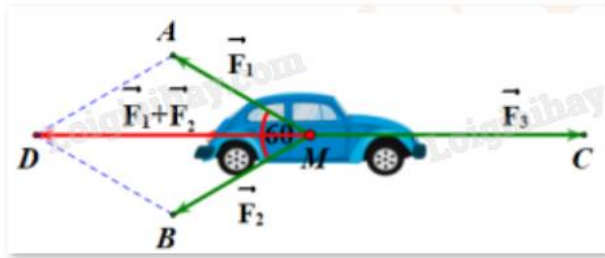


Hình 1



Hình 2

**Câu 38.** Cho ba lực  $\vec{F}_1 = \vec{MA}$ ,  $\vec{F}_2 = \vec{MB}$ ,  $\vec{F}_3 = \vec{MC}$  cùng tác động vào một ô tô tại điểm M và ô tô đứng yên. Cho biết cường độ hai lực  $\vec{F}_1$ ,  $\vec{F}_2$  đều bằng 25N và  $\angle AMB = 60^\circ$ . Khi đó, cường độ lực  $\vec{F}_3$  là (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)?



**Câu 39.** Người ta ghi lại tuổi thọ của một số con ong cho kết quả như sau:

Tuổi thọ (ngày)	$[0; 20)$	$[20; 40)$	$[40; 60)$	$[60; 80)$	$[80; 100)$
Số lượng	5	12	23	31	29

Tính khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

**Câu 40.** Cho mẫu số liệu ghép nhóm cho bởi bảng sau:

Nhóm	$[0; 5)$	$[5; 10)$	$[10; 15)$	$[15; 20)$	$[20; 25)$
Tần số	8	10	11	8	3

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên là (làm tròn đến hàng phần mười)?

----- Hết -----



## Phần I: Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

1. C	2. D	3. B	4. A	5. B	6. B
7. B	8. B	9. B	10. C	11. C	12. B
13. C	14. C	15. A	16. B	17. D	18. D
19. D	20. D	21. A	22. C	23. B	24. A
25. D	26. B	27. A	28. C	29. B	30. C

## Phần II: Trắc nghiệm đúng sai

**Câu 31.** Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{x^2 + 3x}{x - 1}$ .

- a) Hàm số  $f(x)$  đồng biến trên khoảng  $(-\infty; 1)$ .  
 b) Giá trị cực đại của hàm số  $f(x)$  là 1.  
 c) Hàm số  $f(x)$  có ba điểm cực trị.  
 d) Hàm số  $f(x)$  nghịch biến trên khoảng  $(-1; 3)$ .

## Phương pháp giải:

Tìm đạo hàm, lập bảng biến thiên.

## Lời giải chi tiết:

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } y' &= \frac{(x^2 + 3x)'(x - 1) - (x^2 + 3x)(x - 1)'}{(x - 1)^2} \\ &= \frac{(2x + 3)(x - 1) - (x^2 + 3x)}{(x - 1)^2} = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x - 1)^2}. \end{aligned}$$

$$\text{Xét } y' = 0 \Leftrightarrow \frac{x^2 - 2x - 3}{(x - 1)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$	
y'	+	0	-	+	0	-
y	$-\infty$	1	$-\infty$	9	$+\infty$	

- a) **Sai.** Hàm số đồng biến trên  $(-\infty; -1)$  và nghịch biến trên  $(-1; 1)$ .  
 b) **Đúng.** Giá trị cực đại của hàm số là  $y = 1$ .  
 c) **Sai.** Hàm số có hai cực trị là  $x = -1$ ,  $x = 3$ .  
 d) **Sai.** Hàm số nghịch biến trên  $(-1; 1)$  và  $(1; 3)$ .

**Câu 32.** Trong không gian Oxyz, cho  $\vec{a} = (1; 2; -3)$ ,  $\vec{b} = (3; 1; 5)$ .

a)  $\vec{a} + \vec{b} = (4; 3; 2)$ .

b)  $2\vec{a} - 3\vec{b} = (-7; 1; 21)$ .

c)  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 10$ .

d)  $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{\sqrt{10}}{7}$ .

**Phương pháp giải:**

Sử dụng các quy tắc cộng, trừ, nhân vecto với một số, tích vô hướng của hai vecto.

**Lời giải chi tiết:**

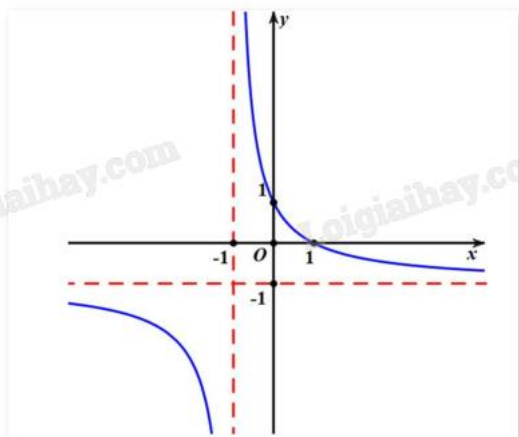
a) **Đúng.**  $\vec{a} + \vec{b} = (1 + 3; 2 + 1; -3 + 5) = (4; 3; 2)$ .

b) **Sai.**  $2\vec{a} - 3\vec{b} = (2 \cdot 1 - 3 \cdot 3; 2 \cdot 2 - 3 \cdot 1; 2 \cdot (-3) - 3 \cdot 5) = (-7; 1; -21)$ .

c) **Sai.**  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1 \cdot 3 + 2 \cdot 1 - 3 \cdot 5 = -10$ .

d) **Đúng.**  $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{-10}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-3)^2} \cdot \sqrt{3^2 + 1^2 + 5^2}} = -\frac{\sqrt{10}}{7}$ .

**Câu 33.** Cho hàm số  $y = \frac{ax + 1}{cx + d}$  có đồ thị như hình vẽ



a) Hàm số luôn nghịch biến trên từng khoảng xác định.

b)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -1$ .

c)  $\lim_{x \rightarrow -1^+} y = -\infty$ .

d) Hệ số  $a = 2$ .

**Phương pháp giải:**

Quan sát đồ thị và nhận xét.

**Lời giải chi tiết:**

a) **Đúng.** Đồ thị hàm số đi xuống từ trái sang trên từng khoảng xác định.

b) **Đúng.**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -1$ .

c) **Sai.**  $\lim_{x \rightarrow -1^+} y = +\infty$ .

d) **Sai.** Vì đồ thị đi qua điểm (0;1) nên  $1 = \frac{a \cdot 0 + 1}{c \cdot 0 + d} \Leftrightarrow d = 1$ .

Đồ thị có tiệm cận đứng là đường thẳng  $x = -1$  nên  $-\frac{d}{c} = -1 \Leftrightarrow -\frac{1}{c} = -1 \Leftrightarrow c = 1$ .

Đồ thị có tiệm cận ngang là đường thẳng  $y = -1$  nên  $\frac{a}{c} = -1 \Leftrightarrow \frac{a}{1} = -1 \Leftrightarrow a = -1$ .

Vậy hệ số  $a = -1$ .

**Câu 34.** Bảng sau biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm thống kê mức lương của một công ty (đơn vị: triệu đồng).

Nhóm	Tần số
[10;15)	15
[15;20)	18
[20;25)	10
[25;30)	10
[30;35)	5
[35;40)	2
	$n = 60$

a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là  $R = 30$ .

b) Số phần tử của mẫu là  $n = 60$ .

c) Tứ phân vị thứ nhất là  $Q_1 = 15$ .

d) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là  $\Delta_Q = 3$ .

**Phương pháp giải:**

a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là hiệu số giữa đầu mút phải của nhóm cuối cùng và đầu mút trái của nhóm đầu tiên có chứa dữ liệu của mẫu số liệu.

b) Số phần tử của mẫu là tổng tần số mỗi nhóm trong bảng.

c) Tứ phân vị thứ  $i$ , kí hiệu là  $Q_i$  với  $i = 1, 2, 3$  của mẫu số liệu ghép nhóm được xác định như sau:

$$Q_i = u_m + \frac{\frac{in}{4} - C}{n_m} (u_{m+1} - u_m).$$

Trong đó:

$n = n_1 + n_2 + \dots + n_k$  là cỡ mẫu.

$[u_m; u_{m+1})$  là nhóm chứa tứ phân vị thứ  $i$ .

$n_m$  là tần số của nhóm chứa tứ phân vị thứ  $i$ .

$$C = n_1 + n_2 + \dots + n_{m-1}.$$

d) Khoảng tứ phân vị:  $\Delta_Q = Q_3 - Q_1$ .

**Lời giải chi tiết:**

a) **Đúng.**  $R = 40 - 10 = 30$ .

b) **Đúng.** Số phần tử của mẫu là  $n = 60$ .

c) **Đúng.** Giả sử mức lương của công ty là  $x_1, x_2, \dots, x_{60}$  được sắp xếp theo thứ tự không giảm.

$$\text{Vì } \frac{n}{4} = 15 \text{ nên ta có tứ phân vị thứ nhất là } Q_1 = 10 + \frac{\frac{60}{4} - 0}{15} (15 - 10) = 15.$$

$$\text{d) Sai. Vì } \frac{3n}{4} = 45 \text{ nên ta có tứ phân vị thứ ba là } Q_3 = 25 + \frac{\frac{3 \cdot 60}{4} - (15 + 18 + 10)}{10} (30 - 25) = 26.$$

$$\text{Vậy } \Delta_Q = 26 - 15 = 11.$$

### Phần III: Trắc nghiệm trả lời ngắn

**Câu 35.** Một hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm sản xuất mỗi ngày được  $x$  mét vải lụa ( $1 \leq x \leq 18$ ). Tổng chi phí sản xuất  $x$  mét vải lụa, tính bằng nghìn đồng, cho bởi hàm chi phí:  $C(x) = x^3 - 3x^2 - 20x + 500$ . Giả sử hộ làm nghề dệt này bán hết sản phẩm mỗi ngày với 220 nghìn đồng/mét. Gọi  $L(x)$  là lợi nhuận thu được khi bán  $x$  mét vải lụa. Hỏi lợi nhuận (đơn vị: nghìn đồng) tối đa của hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm trong một ngày?

**Phương pháp giải:**

Lập hàm lợi nhuận  $L(x)$  rồi tìm giá trị lớn nhất của  $L(x)$ .

**Lời giải chi tiết:**

Ta có: Lợi nhuận = Doanh thu - Chi phí sản xuất.

Tức là:  $L(x) = \text{Doanh thu} - C(x)$ .

Mỗi ngày hộ bán được  $x$  mét vải với 200 nghìn đồng/mét nên doanh thu mỗi ngày của hộ là:  $220x$  (nghìn đồng).

Lợi nhuận khi bán được  $x$  mét vải:  $L(x) = 220x - (x^3 - 3x^2 - 20x + 500) = -x^3 + 3x^2 + 240x - 500$ .

$$\text{Ta có: } L'(x) = -3x^2 + 6x + 240 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 \\ x = -8 \end{cases}$$

Vì  $1 \leq x \leq 18$  nên chỉ xét giá trị  $x = 10$ .

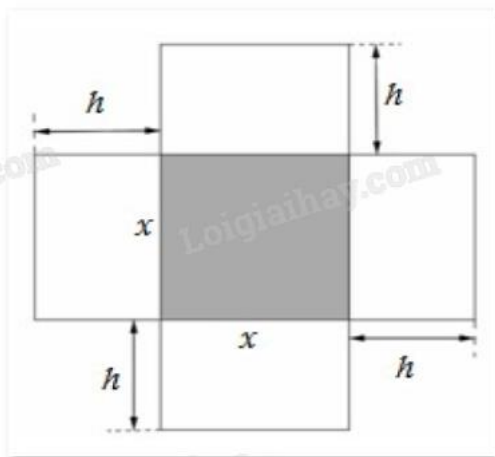
Ta có bảng biến thiên:

x	1	10	18	
L'(x)		+	0	-
L(x)	-258	→ 1200	→ -1040	

Vậy lợi nhuận tối đa của hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm trong một ngày bằng 1200 nghìn đồng.

**Đáp án: 1200.**

**Câu 36.** Một hộp không nắp được làm từ một mảnh các tông theo hình vẽ. Hộp có đáy là một hình vuông cạnh  $x$  (cm), chiều cao là  $h$  (cm) và thể tích là  $4000 \text{ cm}^3$ . Tìm độ dài cạnh hình vuông  $x$  sao cho chiếc hộp làm ra tốn ít bìa các tông nhất.



**Phương pháp giải:**

Lập hàm biểu diễn diện tích xung quanh của hộp rồi tìm giá trị nhỏ nhất của hàm đó.

**Lời giải chi tiết:**

Thể tích của hộp là  $V = x^2h = 4000 \text{ (cm}^3\text{)}$ .

Suy ra chiều cao của hộp là  $h = \frac{4000}{x^2} \text{ (cm)}$ .

Diện tích xung quanh của hộp là  $S(x) = x^2 + 4xh = x^2 + 4x \frac{4000}{x^2} = x^2 + \frac{16000}{x} \text{ (cm}^2\text{)}$ .

Chiếc hộp làm ra tốn ít bìa nhất khi diện tích xung quanh hình hộp nhỏ nhất.

Ta cần tìm giá trị nhỏ nhất của  $S(x)$ .

Ta có  $S'(x) = 2x - \frac{16000}{x^2} = 0 \Leftrightarrow 2x = \frac{16000}{x^2} \Leftrightarrow 2x^3 = 16000 \Leftrightarrow x^3 = 8000 \Leftrightarrow x = 20$ .

Ta có bảng biến thiên:



x	0	20	$+\infty$
S'(x)		-	0
S(x)	$+\infty$		+
		$1200$	$+\infty$

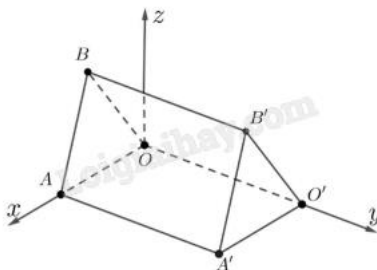
Vậy để tốn ít bìa nhất thì cạnh hình vuông có chiều dài  $x = 20$  (cm).

**Đáp án: 20.**

**Câu 37.** Những căn nhà gỗ trong Hình 1 được phác thảo dưới dạng một hình lăng trụ đứng tam giác  $OAB \cdot O'A'B'$ . Với hệ trục tọa độ Oxyz thể hiện như Hình 2 (đơn vị đo lấy theo centimét), hai điểm A' và B' có tọa độ lần lượt là  $(240;450;0)$  và  $(120;450;300)$ . Mỗi căn nhà gỗ có chiều dài là a cm, chiều rộng là b cm, mỗi cạnh bên củ mặt tiền có độ dài là c cm. Tính  $a + b + c$  (làm tròn đến hàng đơn vị).



Hình 1



Hình 2

**Phương pháp giải:**

Sử dụng quy tắc tính tọa độ vecto, tính độ dài vecto.

**Lời giải chi tiết:**

Ta có:  $a = AA'$ ,  $b = A'O'$ ,  $c = A'B' = B'O'$ .

Vì A' có tọa độ  $(240;450;0)$  nên khoảng cách từ A' đến trục Ox, Oy lần lượt là 450 cm và 250 cm.

Hay  $AA' = 450$  cm và  $A'O' = 240$  cm.

Ta có  $\overrightarrow{A'B'} = (120 - 240; 450 - 450; 300 - 0) = (-120; 0; 300)$ .

$A'B' = |\overrightarrow{A'B'}| = \sqrt{(-120)^2 + 0^2 + 300^2} = 60\sqrt{29}$  (cm).

Vì  $O'O = A'A = 450$  cm và O' nằm trên trục Oy nên  $O'(0;450;0)$ .

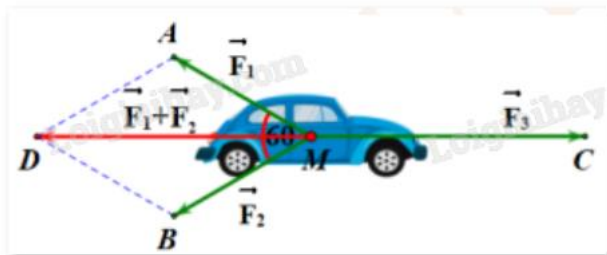
$\overrightarrow{O'B'} = (120 - 0; 450 - 450; 300 - 0) = (120; 0; 300)$ .

$|\overrightarrow{O'B'}| = \sqrt{120^2 + 0^2 + 300^2} = 60\sqrt{29}$ .

Vậy  $a + b + c = 450 + 240 + 60\sqrt{29} \approx 1013$ .

**Đáp án: 1013.**

**Câu 38.** Cho ba lực  $\vec{F}_1 = \vec{MA}$ ,  $\vec{F}_2 = \vec{MB}$ ,  $\vec{F}_3 = \vec{MC}$  cùng tác động vào một ô tô tại điểm M và ô tô đứng yên. Cho biết cường độ hai lực  $\vec{F}_1$ ,  $\vec{F}_2$  đều bằng 25N và  $\angle AMB = 60^\circ$ . Khi đó, cường độ lực  $\vec{F}_3$  là (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)?



**Phương pháp giải:**

Sử dụng công thức tính tổng hợp lực.

**Lời giải chi tiết:**

Ta có  $\vec{F}_{12} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{MA} + \vec{MB} = \vec{MD}$  (với D là điểm sao cho AMBD là hình bình hành).

Có  $MA = |\vec{MA}| = |\vec{F}_1| = 25\text{ N}$ ,  $MB = |\vec{MB}| = |\vec{F}_2| = 25\text{ N}$ .

Mà  $\angle AMB = 60^\circ$  nên  $F_{12} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2 \cos 60^\circ} = \sqrt{25^2 + 25^2 + 2.25.25.\cos 60^\circ} = 25\sqrt{3}\text{ N}$ .

Do ô tô đứng yên nên  $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{F}_3 = -(\vec{F}_1 + \vec{F}_2)$ .

Suy ra  $|\vec{F}_3| = |-(\vec{F}_1 + \vec{F}_2)| = |\vec{F}_{12}| = 25\sqrt{3}\text{ N}$ .

Vậy cường độ của  $\vec{F}_3 = 25\sqrt{3} \approx 43,3\text{ N}$ .

**Đáp án: 43,3.**

**Câu 39.** Người ta ghi lại tuổi thọ của một số con ong cho kết quả như sau:

Tuổi thọ (ngày)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số lượng	5	12	23	31	29

Tính khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

**Phương pháp giải:**

Tứ phân vị thứ i, kí hiệu là  $Q_i$  với  $i = 1, 2, 3$  của mẫu số liệu ghép nhóm được xác định như sau:

$$Q_i = u_m + \frac{\frac{in}{4} - C}{n_m} (u_{m+1} - u_m).$$

Trong đó:

$n = n_1 + n_2 + \dots + n_k$  là cỡ mẫu.

$[u_m; u_{m+1})$  là nhóm chứa tứ phân vị thứ i.

$n_m$  là tần số của nhóm chứa tứ phân vị thứ i.

$$C = n_1 + n_2 + \dots + n_{m-1}.$$

Khoảng tứ phân vị:  $\Delta_Q = Q_3 - Q_1$ .

**Lời giải chi tiết:**

Cỡ mẫu:  $n = 5 + 12 + 23 + 31 + 29 = 100$ .

Giả sử tuổi thọ của ong là  $x_1, x_2, \dots, x_{100}$  được sắp xếp theo thứ tự không giảm.

$$\text{Vì } \frac{n}{4} = 25 \text{ nên ta có tứ phân vị thứ nhất là } Q_1 = 40 + \frac{\frac{100}{4} - (5+12)}{23} (60 - 40) = \frac{1080}{23}.$$

$$\text{Vì } \frac{3n}{4} = 75 \text{ nên ta có tứ phân vị thứ ba là } Q_3 = 80 + \frac{\frac{3 \cdot 100}{4} - (5+12+23+31)}{29} (100 - 80) = \frac{2400}{29}.$$

$$\text{Khoảng tứ phân vị: } \Delta_Q = Q_3 - Q_1 = \frac{2400}{29} - \frac{1080}{23} \approx 35,8.$$

**Đáp án: 35,8.**

**Câu 40.** Cho mẫu số liệu ghép nhóm cho bởi bảng sau:

Nhóm	[0; 5)	[5; 10)	[10; 15)	[15; 20)	[20; 25)
Tần số	8	10	11	8	3

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên là (làm tròn đến hàng phần mười)?

**Phương pháp giải:**

Sử dụng công thức tính phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm.

$$s^2 = \frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + n_m(x_m - \bar{x})^2}{n}.$$

**Lời giải chi tiết:**

Cỡ mẫu:  $n = 8 + 10 + 11 + 8 + 3 = 40$ .

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\bar{x} = \frac{8 \cdot 2,5 + 10 \cdot 7,5 + 11 \cdot 12,5 + 8 \cdot 17,5 + 3 \cdot 22,5}{40} = 11.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$s^2 = \frac{1}{40} [8 \cdot (2,5 - 11)^2 + 10 \cdot (7,5 - 11)^2 + 11 \cdot (12,5 - 11)^2 + 8 \cdot (17,5 - 11)^2 + 3 \cdot (22,5 - 11)^2] = \frac{73}{2} \approx 36,5.$$

**Đáp án: 36,5.**