

ĐỀ THI HỌC KÌ I – ĐỀ SỐ 1

Môn: Toán học - Lớp 10

Bộ sách Cánh diều

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM



Mục tiêu

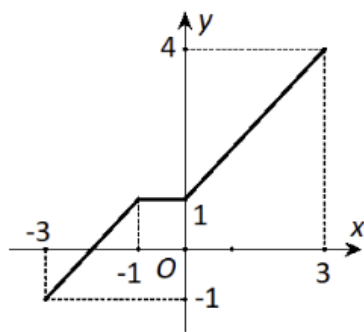
- Ôn tập lý thuyết học kì I của chương trình sách giáo khoa Toán 10 – Cánh diều.
- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm, tự luận Toán học.
- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dàn trải tất cả các chương học kì I – chương trình Toán 10.

I. Trắc nghiệm (6 điểm)

Câu 1: Tập $S = \{q \in \mathbb{Q} \mid 25q^4 - 9q^2 = 0\}$ có bao nhiêu phần tử?

- A. 4
- B. 1
- C. 2
- D. 3

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có tập xác định là $[-3; 3]$ và đồ thị của nó được biểu diễn bởi hình bên.



Khẳng định nào sau đây là đúng?

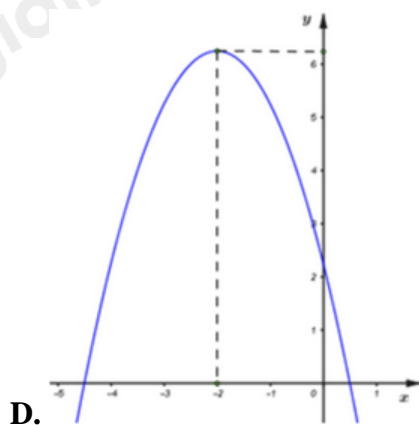
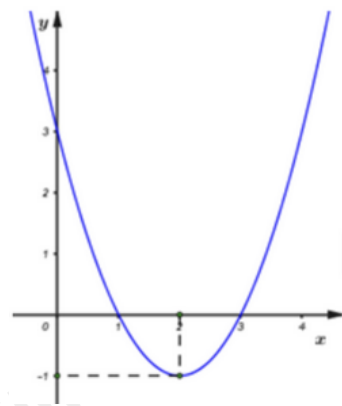
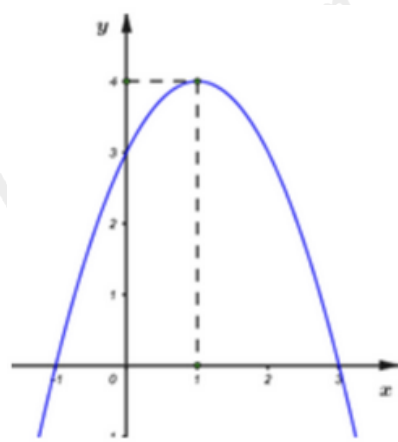
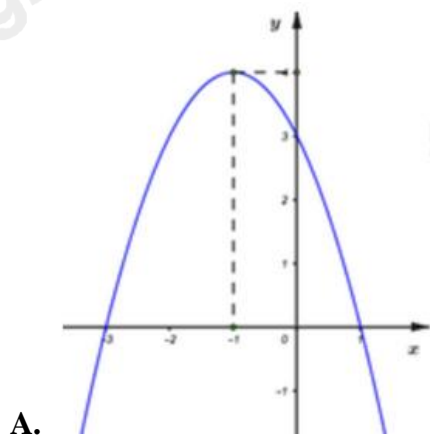
- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3; -1)$ và $(1; 3)$.
- B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3; -1)$ và $(1; 4)$.
- C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3; 3)$.
- D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 0)$.

Câu 3: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{3x-1}{2x-2}$.

- A. $D = \mathbb{R}$
- B. $D = (1; +\infty)$
- C. $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

D. $D = [1; +\infty)$

Câu 4: Hàm số $y = -x^2 + 2x + 3$ có đồ thị là hình nào trong các hình sau?



Câu 5: Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{1}{x-1}$.

- A. $M_1(2;1)$
- B. $M_2(1;1)$
- C. $M_3(2;0)$
- D. $M_4(0;-2)$

Câu 6: Bảng xét dấu nào sau đây là bảng xét dấu của tam thức $f(x) = x^2 + 12x + 36$?

A.

x	$-\infty$	-6	$+\infty$
$f(x)$	$-$	0	$+$

B.

x	$-\infty$	-6	$+\infty$
$f(x)$	$+$	0	$-$

C.

X	$-\infty$	-6	$+\infty$
$f(x)$	$+$	0	$+$

D.

X	$-\infty$	-6	$+\infty$
$f(x)$	$-$	0	$-$

Câu 7: Cho tứ giác ABCD. Điều kiện nào là điều kiện cần và đủ để $\overline{AB} = \overline{CD}$?

- A. ABCD là vuông.
- B. ABDC là hình bình hành.
- C. AD và BC có cùng trung điểm.
- D. $AB = CD$.

Câu 8: Cho bốn điểm A, B, C, D phân biệt. Khi đó, $\overline{AB} - \overline{DC} + \overline{BC} - \overline{AD}$ bằng vectơ nào sau đây?

- A. $\vec{0}$
- B. \overline{BD}
- C. \overline{AC}
- D. $2\overline{DC}$

Câu 9: Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AC của tam giác đều ABC. Hỏi đẳng thức nào dưới đây đúng?

- A. $\overline{MA} + \overline{MB}$
- B. $\overline{AB} = \overline{AC}$
- C. $\overline{MN} = \overline{BC}$

D. $|\overline{BC}| = 2|\overline{MN}|$

Câu 10: Xác định hàm số bậc hai $y = ax^2 - x + c$ biết đồ thị hàm số đi qua A(1;-2) và B(2;3).

A. $y = 3x^2 - x - 4$

B. $y = x^2 - 3x + 5$

C. $y = 2x^2 - x - 3$

D. $y = -x^2 - 4x + 3$

Câu 11: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 - 4x + 5$ là:

A. 0

B. -2

C. 2

D. 1

Câu 12: Các giá trị m làm cho biểu thức $f(x) = x^2 + 4x + m - 5$ luôn luôn dương là

A. $m < 9$

B. $m \geq 9$

C. $m > 9$

D. $m \in \emptyset$

Câu 13: Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{\frac{2}{x^2 + 5x - 6}}$ là:

A. $(-\infty; -6] \cup [1; +\infty)$

B. $(-6; 1)$

C. $(-\infty; -6) \cup (1; +\infty)$

D. $(-\infty; -1) \cup (6; +\infty)$

Câu 14: Giải phương trình: $\sqrt{x^2 - 4x - 1} = 2$.

A. $S = \{5; -1\}$.

B. $S = \{-5; 1\}$.

C. $S = \{-5; -1\}$.

D. $S = \{5; 1\}$.

Câu 15: Cho tam giác ABC đều cạnh bằng 1, trọng tâm G . Độ dài vector \overline{AG} bằng:

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

C. $\frac{\sqrt{3}}{4}$

D. $\frac{\sqrt{3}}{6}$

Câu 16: Cho ngũ giác ABCDE. Từ đỉnh của ngũ giác đã cho lập được bao nhiêu vectơ

(khác $\vec{0}$) có điểm cuối là điểm A?

A. 5.

B. 3.

C. 6.

D. 4.

Câu 17: Cho các vectơ \vec{a} và \vec{b} thỏa mãn $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 1$ và $(\vec{a}, \vec{b}) = 60^\circ$. Tính góc giữa vectơ \vec{a} và vectơ

$$\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}.$$

A. 30° B. 45° C. 60° D. 90°

Câu 18: Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 3$, $BC = 5$. Tính $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB}|$

A. 4

B. 3

C. 5

D. 2

Câu 19: Cho hình bình hành ABCD có M là trung điểm của AC. Phân tích vectơ \overrightarrow{DM} theo hai vectơ \overrightarrow{BC}

và \overrightarrow{CD} ta được:

A. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC})$

B. $\overrightarrow{DM} = -\frac{1}{2}(\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC})$

C. $\overrightarrow{DM} = -\frac{1}{2}(\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB})$

D. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{CD} - \overrightarrow{BC})$

Câu 20: Cho hình vuông ABCD có cạnh bằng a . Tích $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ bằng:

A. $2a^2$

B. a^2

C. $a^2\sqrt{2}$

D. 0

Câu 21: Khi nuôi cá thí nghiệm trong hồ, một nhà khoa học đã thấy rằng: Nếu trên mỗi đơn vị diện tích của mặt hồ có x con cá ($x \in \mathbb{Z}^+$) thì trung bình mỗi con cá sau một vụ cân nặng là $480 - 2x$ (gam). Hỏi phải thả bao nhiêu con cá trên một đơn vị diện tích của mặt hồ để sau mỗi vụ thu hoạch được nhiều cá nhất?

A. 10

B. 12

C. 9

D. 24

Câu 22: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $-2x^2 + 2(m-2)x + m - 2 \geq 0$ có nghiệm.

A. $m \in \mathbb{R}$

B. $m \in (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$

C. $m \in (-\infty; 0] \cup [2; +\infty)$

D. $m \in [0; 2]$

Câu 23: Tìm m để phương trình $\sqrt{x^2 + mx + 2} = 2x + 1$ có 2 nghiệm phân biệt.

A. $m > \frac{9}{2}$

B. $-\frac{1}{2} \leq m \leq \frac{9}{2}$

C. $-\frac{1}{2} < m < \frac{9}{2}$

D. $m \geq \frac{9}{2}$

Câu 24: Vịnh Vân Phong – tỉnh Khánh Hòa nổi tiếng vì có con đường đi bộ xuyên biển nối từ Hòn Quạ đến đảo Diệp Sơn. Một du khách muốn chèo thuyền kayak từ vị trí C trên Hòn Quạ đến vị trí B trên Bè thay vì đi bộ xuyên qua con đường qua vị trí A rồi mới đến vị trí B (coi con đường AC , AB , BC là các đường thẳng). Nếu người đó chèo thuyền với vận tốc không đổi là 4 km/h thì sẽ mất bao nhiêu thời gian biết $AB = 0,4$ km, $AC = 0,6$ km và góc giữa AB và AC là 60° ?

A. 5 phút.

B. 4, 2 phút.

C. 6 phút

D. 4,5 phút.

Câu 25: Cho hình bình hành ABCD. Trên các đoạn thẳng DC, AB theo thứ tự lấy các điểm M, N sao cho $DM = BN$. Gọi P là giao điểm của AM, DB và Q là giao điểm của CN, DB . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{NC}$
- B. $\overrightarrow{DP} = \overrightarrow{QB}$
- C. Cả A, B đúng
- D. Cả A, B sai.

Câu 26: Cho tam giác ABC đều cạnh a. Điểm M thỏa mãn $|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MC}|$ là:

- A. M là trung điểm AB
- B. M là trung điểm BC
- C. M nằm trên 1 đường tròn tâm C
- D. M thỏa mãn hình bình hành BAMC

Câu 27: Cho tam giác ABC và giả sử M là điểm thỏa mãn đẳng thức $x\overrightarrow{MA} + y\overrightarrow{MB} + z\overrightarrow{MC} = \vec{0}$ (trong đó x, y, z là các số thực). Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Nếu $x + y + z \neq 0$ thì tồn tại duy nhất điểm M thỏa mãn đẳng thức trên.
- B. Nếu $x + y + z = 0$ thì tồn tại duy nhất điểm M thỏa mãn đẳng thức trên.
- C. Nếu ít nhất một trong ba số x, y, z khác 0 thì tồn tại duy nhất điểm M thỏa mãn đẳng thức trên.
- D. Nếu cả ba số x, y, z khác 0 thì tồn tại duy nhất điểm M thỏa mãn đẳng thức trên.

Câu 28: Cho ba điểm O, A, B không thẳng hàng. Điều kiện cần và đủ để tích vô hướng $(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}) \cdot \overrightarrow{AB} = 0$ là

- A. Tam giác OAB đều.
- B. Tam giác OAB cân tại O.
- C. Tam giác OAB vuông tại O.
- D. Tam giác OAB vuông cân tại O.

Câu 29: Cho bất phương trình: $x^2 + mx + m^2 + 6m < 0$. Để bất phương trình nghiệm đúng $\forall x \in (1; 2)$ thì giá trị nguyên nhỏ nhất của m là:

- A. $m = -7$
- B. $m = -6$
- C. $m = 3$
- D. $m = -3$

Câu 30: Cho hình bình hành ABCD có đường chéo lớn là AC. Gọi E, F lần lượt là hình chiếu vuông góc của C trên AB, AD. Biểu thức nào sau đây là đúng?

- A. $AB.AH + AD.AF = AC^2$
 B. $AB.AE + AD.AH = AC^2$
 C. $AB.AE + AD.AF = AC.AH$
 D. $AB.AE + AD.AF = AC^2$

II. Tự luận (4 điểm)

Câu 1: Cho tam giác ABC đều, cạnh a . Gọi H là trung điểm BC, I là trung điểm AH.

a) Chứng minh rằng: $2\vec{IA} + \vec{IB} + \vec{IC} = \vec{0}$.

b) Tính $\cos \angle BIA$.

c) Tìm quỹ tích của điểm M thỏa mãn $MB^2 + MC^2 + 2MA^2 = \frac{3}{2}a^2$.

Câu 2: Khi du lịch đến thành phố Xanh Lu-I (Mĩ), ta sẽ thấy một cái cổng lớn có hình parabol hướng bề lõm xuống dưới, đó là cổng Ac-xơ. Khoảng cách giữa hai chân cổng là 162m. Từ một điểm trên thân cổng người ta đo được khoảng cách tới mặt đất là 43 m và khoảng cách tới điểm chân cổng gần nhất là 10 m. Chiều cao của cổng gần với số nào sau đây?



Câu 3: Tìm các giá trị của m để phương trình $(m-5)x^2 - 4mx + m - 2 = 0$ có nghiệm.

----- Hết -----

**I. Trắc nghiệm (6 điểm)**

1.D	2.C	3.C	4.B	5.A	6.C	7.B	8.A	9.D	10.C
11.D	12.C	13.C	14.A	15.B	16.D	17.A	18.A	19.B	20.B
21.B	22.C	23.D	24.B	25.C	26.A	27.A	28.B	29.B	30.D

Câu 1 (NB):**Phương pháp:**

Liệt kê các phần tử của tập hợp.

Cách giải:

$$S = \{q \in \mathbb{Q} \mid 25q^4 - 9q^2 = 0\}.$$

$$25q^4 - 9q^2 = 0 \Leftrightarrow q^2(25q^2 - 9) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} q^2 = 0 \\ 25q^2 - 9 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q = 0 \\ q = \frac{3}{5} \\ q = -\frac{3}{5} \end{cases}.$$

Vậy S có 3 phần tử.

Chọn D.**Câu 2 (NB):****Phương pháp:**

Quan sát đồ thị, xác định khoảng đồng biến là khoảng ứng với đồ thị đi lên, khoảng nghịch biến là khoảng ứng với đồ thị đi xuống.

Cách giải:

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(-3; 3)$.

Chọn C.**Câu 3 (NB):****Phương pháp:**

Hàm phân thức xác định khi mẫu thức khác 0.

Cách giải:

$$\text{ĐKXĐ: } 2x - 2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1.$$

Vậy TXĐ của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Chọn C.**Câu 4 (NB):**

Phương pháp:

Hàm số bậc hai $y = ax^2 + bx + c$ có tọa độ đỉnh $\left(-\frac{b}{2a}; \frac{-\Delta}{4a}\right)$, có bề lõm hướng lên khi $a > 0$ và hướng xuống khi $a < 0$.

Cách giải:

Hàm số $y = -x^2 + 2x + 3$ có $a = -1$, $b = 2$, $c = 3$.

Vì $a < 0$ nên bề lõm hướng xuống \Rightarrow Loại C.

Đồ thị hàm số có tọa độ đỉnh $(1; 4) \Rightarrow$ Loại A và D.

Chọn B.**Câu 5 (NB):****Phương pháp:**

Thay tọa độ các điểm ở các đáp án vào hàm số. Điểm nào thỏa mãn hàm số thì sẽ thuộc đồ thị hàm số.

Cách giải:

Thay tọa độ điểm $M_1(2; 1)$ vào hàm số: $1 = \frac{1}{2-1}$ (đúng) nên M_1 thuộc đồ thị hàm số.

Chọn A.**Câu 6 (NB):****Phương pháp:**

- Xác định a, Δ . Xét dấu của $f(x)$ theo quy tắc xét dấu tam thức bậc hai.

Cách giải:

Ta có $x^2 + 12x + 36 = 0 \Leftrightarrow x = -6$ và $a = 1 > 0$.

Nên ta có bảng xét dấu:

X	$-\infty$	-6	$+\infty$
$f(x)$	$+$	0	$+$

Chọn C.**Câu 7 (NB):****Phương pháp:**

Sử dụng định nghĩa hai vecto bằng nhau.

Cách giải:

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} \Rightarrow \begin{cases} AB \parallel CD \\ AB = CD \end{cases} \Rightarrow ABDC \text{ là hình bình hành.}$$

$$\text{Mặt khác, } ABDC \text{ là hình bình hành} \Rightarrow \begin{cases} AB \parallel CD \\ AB = CD \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}.$$

Do đó, điều kiện cần và đủ để $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ là $ABDC$ là hình bình hành.

Chọn B.

Câu 8 (NB):

Phương pháp:

Nhóm $\overline{AB}, \overline{BC}; \overline{DC}, \overline{AD}$, áp dụng quy tắc cộng vectơ.

Cách giải:

$$\text{Ta có: } \overline{AB} - \overline{DC} + \overline{BC} - \overline{AD} = (\overline{AB} + \overline{BC}) - (\overline{AD} + \overline{DC}) = \overline{AC} - \overline{AC} = \vec{0}.$$

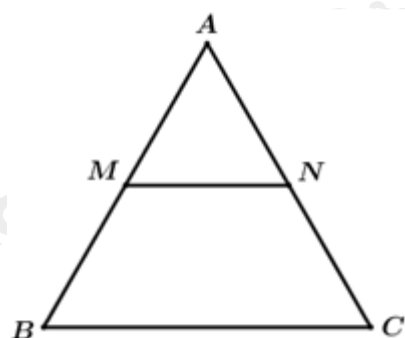
Chọn A.

Câu 9 (NB):

Phương pháp:

Áp dụng các kiến thức về tam giác đều, đường trung bình trong tam giác.

Cách giải:



$$\text{Vì } \left. \begin{array}{l} MA = MB \\ \overline{MA} \nearrow \swarrow \overline{MB} \end{array} \right\} \Rightarrow \overline{MA} = -\overline{MB} \text{ nên đáp án A sai.}$$

Vì \overline{AB} và \overline{AC} không cùng phương nên đáp án B sai.

$$\text{Vì } \left. \begin{array}{l} MN = \frac{1}{2} BC \\ \overline{MN} \nearrow \nearrow \overline{BC} \end{array} \right\} \Rightarrow \overline{MA} = \frac{1}{2} \overline{BC} \text{ nên đáp án C sai.}$$

Vì MN là đường trung bình của $\triangle ABC$ nên $|\overline{BC}| = 2|\overline{MN}|$.

Chọn D.

Câu 10 (TH):

Phương pháp:

Thay tọa độ điểm A, B vào hàm số.

Giải hệ phương trình tìm a, c và xác định hàm số bậc hai.

Cách giải:

$$\text{Vì A, B thuộc đồ thị hàm số nên ta có hệ phương trình: } \begin{cases} -2 = a - 1 + c \\ 3 = 4a - 2 + c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + c = -1 \\ 4a + c = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -3 \end{cases}$$

Vậy hàm số bậc hai là $y = 2x^2 - x - 3$.

Chọn C.

Câu 11 (TH):

Phương pháp:

Khi $a > 0$, hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có GTNN bằng $-\frac{\Delta}{4a}$ tại $x = -\frac{b}{2a}$.

Cách giải:

Hàm số $y = x^2 - 4x + 5$ có $a = 1$, $b = -4$, $c = 5$.

$$\Rightarrow \Delta = (-4)^2 - 4.1.5 = -4.$$

Vậy hàm số có GTNN bằng $-\frac{\Delta}{4a} = -\frac{-4}{4.1} = 1$ tại $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-4}{2.1} = 2$.

Chọn D.**Câu 12 (TH):****Phương pháp:**

Dùng quy tắc xét dấu của tam thức bậc hai. Hoặc biến đổi về hằng đẳng thức rồi giải bất phương trình.

Cách giải:

$$f(x) = x^2 + 4x + m - 5 = (x^2 + 4x + 4) + m - 9 = (x + 2)^2 + (m - 9).$$

Ta có: $(x + 2)^2 \geq 0, \forall x$.

Để $f(x) > 0, \forall x$ thì $m - 9 > 0 \Leftrightarrow m > 9$.

Chọn C.**Câu 13 (TH):****Phương pháp:**

Hàm số xác định khi $\frac{2}{x^2 + 5x - 6} \geq 0$ và $x^2 + 5x - 6 \neq 0$.

Xét dấu các tam thức bậc 2 và kết luận nghiệm.

Cách giải:

Hàm số xác định khi $\frac{2}{x^2 + 5x - 6} \geq 0$ và $x^2 + 5x - 6 \neq 0$.

$$\Leftrightarrow x^2 + 5x - 6 > 0.$$

Ta có $a = 1 > 0$, $x^2 + 5x - 6$ có hai nghiệm là $x = 1; x = -6$

$$\text{Vậy } x^2 + 5x - 6 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -6 \\ x > 1 \end{cases}.$$

Chọn C.**Câu 14 (TH):****Phương pháp:**

$$\sqrt{f(x)} = a (a > 0) \Leftrightarrow f(x) = a^2$$

Cách giải:

$$\sqrt{x^2 - 4x - 1} = 2$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4x - 1 = 4$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4x - 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-5)(x+1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-5=0 \\ x+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ x=-1 \end{cases}$$

Vậy $S = \{5; -1\}$.

Chọn A.

Câu 15 (TH):

Phương pháp:

Gọi M là trung điểm BC, tính độ dài AM.

Sử dụng tính chất của trọng tâm G $\left(AG = \frac{2}{3} AM \right)$ để tính AG.

Cách giải:

Gọi M là trung điểm của BC.

Tam giác ABC đều cạnh 1 suy ra $AM = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Ta có: $|\overrightarrow{AG}| = AG = \frac{2}{3} AM = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

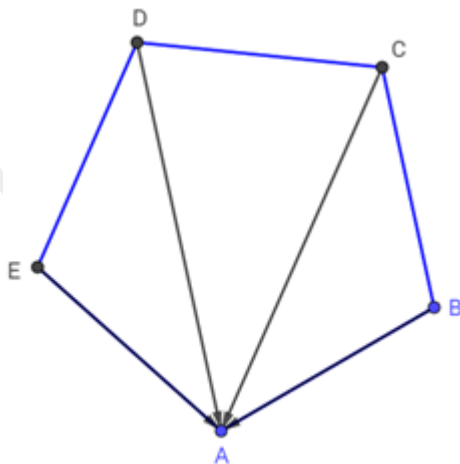
Chọn B.

Câu 16 (TH):

Phương pháp:

Liệt kê các vectơ có điểm cuối là A từ các điểm A, B, C, D, E.

Cách giải:



Ta có 4 vectơ thỏa đề bài: $\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{CA}, \overrightarrow{DA}, \overrightarrow{EA}$.

Chọn D.

Câu 17 (TH):

Phương pháp:

+ Xác định \vec{c} và $|\vec{c}|$. Tính $\vec{a} \cdot \vec{c}$.

+ Áp dụng công thức $\cos(\vec{a}, \vec{c}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{c}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{c}|}$ để tìm (\vec{a}, \vec{c}) .

Cách giải:

$$|\vec{a}| = 2, |\vec{b}| = 1 \text{ và } (\vec{a}, \vec{b}) = 60^\circ.$$

Ta có:

$$\vec{c}^2 = (\vec{a} - \vec{b})^2 = \vec{a}^2 + \vec{b}^2 - 2\vec{a}\vec{b} = \vec{a}^2 + \vec{b}^2 - 2 \cdot |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b}) = 2^2 + 1^2 - 2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot \cos 60^\circ = 3$$

$$\Rightarrow |\vec{c}| = \sqrt{3}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{c} = \vec{a} \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = \vec{a}^2 - \vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a}^2 - |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b}) = 2^2 - 2 \cdot 1 \cdot \cos 60^\circ = 3$$

$$\text{Mà } \cos(\vec{a}, \vec{c}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{c}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{c}|} = \frac{3}{2 \cdot \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Vậy } \cos(\vec{a}, \vec{c}) = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \angle(\vec{a}, \vec{c}) = 30^\circ$$

Chọn A.

Câu 18 (TH):

Phương pháp:

Dùng tính chất vectơ và độ dài vectơ

Cách giải:

$$AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = 4$$

$$\Rightarrow |\vec{AB} - \vec{CB}| = |\vec{AB} + \vec{BC}| = |\vec{AC}| = 4$$

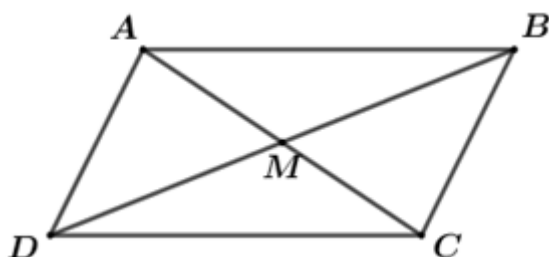
Chọn A.

Câu 19 (TH):

Phương pháp:

Áp dụng định nghĩa tích của vectơ với một số, quy tắc cộng vectơ, quy tắc hình bình hành để phân tích vectơ theo các vectơ khác.

Cách giải:



Vì ABCD là hình bình hành nên $DB = 2DM$.

$$\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{DB} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CD}) = -\frac{1}{2}\overrightarrow{BC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{CD}$$

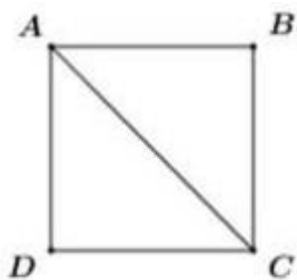
Chọn B.

Câu 20 (TH):

Phương pháp:

Sử dụng công thức $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}; \vec{b})$.

Cách giải:



Vì $ABCD$ là hình vuông cạnh a nên $AB = BC = a$ và AC là phân giác của góc BAD .

$$\Rightarrow \angle BAC = 45^\circ = (\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}).$$

Áp dụng định lý Pytago trong tam giác vuông ABC ta có:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$AC^2 = a^2 + a^2 = 2a^2$$

$$\Rightarrow AC = a\sqrt{2}$$

$$\text{Vậy } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \cdot AC \cdot \cos(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}) = a \cdot a\sqrt{2} \cdot \cos 45^\circ = a^2 \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = a^2.$$

Chọn B.

Câu 21 (VD):

Phương pháp:

Lập hàm số bậc hai biểu thị khối lượng cá theo hoạch sau mỗi vụ theo ẩn x .

Tìm GTLN của hàm số.

Cách giải:

Khối lượng cá thu hoạch sau mỗi vụ là: $f(x) = x(480 - 20x) = -20x^2 + 480x$ (gam).

$f(x)$ là hàm số bậc hai có $a = -20$, $b = 480$, $c = 0 \Rightarrow \Delta = 480^2$.

$$\Rightarrow \text{Giá trị lớn nhất của hàm số bằng } \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-480^2}{4 \cdot (-20)} = -2880 \text{ đạt được tại } x = \frac{-b}{2a} = \frac{-480}{2 \cdot (-20)} = 12.$$

Vậy để sau mỗi vụ thu hoạch được nhiều cá nhất phải thả 12 con cá trên một đơn vị diện tích của mặt hồ.

Chọn B.

Câu 22 (VD):

Phương pháp:

Xét các trường hợp: $\Delta' < 0$; $\Delta' = 0$; $\Delta' > 0$

Cách giải:

Đặt $f(x) = -2x^2 + 2(m-2)x + m - 2$.

$$\Delta' = (m-2)^2 + 2(m-2) = m^2 - 2m$$

$$+) \begin{cases} a = -2 < 0 \\ \Delta' < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 < 0 \\ m^2 - 2m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < 2$$

$$\Rightarrow f(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

Vậy bất phương trình $-2x^2 + 2(m-2)x + m - 2 \geq 0$ vô nghiệm.

\Rightarrow Loại

$$+) \Delta' = 0 \Leftrightarrow m^2 - 2m = 0 \Leftrightarrow m(m-2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -2x^2 - 4x - 2 = 0 \\ -2x^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 0 \end{cases} \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy bất phương trình $-2x^2 + 2(m-2)x + m - 2 \geq 0$ có nghiệm $\begin{cases} x = -1 \\ x = 0 \end{cases}$.

\Rightarrow Nhận $m = 0; m = 2$.

$$+) \Delta' > 0 \Leftrightarrow m^2 - 2m > 0 \Leftrightarrow m(m-2) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m > 2 \end{cases}$$

$\Rightarrow f(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 (giả sử $x_1 < x_2$)

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f(x)$		$+$	0 $-$

Dựa vào bảng xét dấu, ta có: $f(x) \geq 0 \Leftrightarrow x_1 \leq x \leq x_2$

$$\Rightarrow \text{Nhận } \begin{cases} m < 0 \\ m > 2 \end{cases}$$

Kết hợp các trường hợp, ta được $m \in (-\infty; 0] \cup [2; +\infty)$.

Vậy $m \in (-\infty; 0] \cup [2; +\infty)$.

Chọn C.

Câu 23 (VD):

Phương pháp:

$$- \text{Giải phương trình chứa căn } \sqrt{A} = B \Leftrightarrow \begin{cases} B \geq 0 \\ A = B^2 \end{cases}$$

- Sử dụng định lý Vi-ét.

Cách giải:

Ta có:

$$\sqrt{x^2 + mx + 2} = 2x + 1$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{1}{2} \\ x^2 + mx + 2 = 4x^2 + 4x + 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{1}{2} \\ 3x^2 - (m-4)x - 1 = 0 (*) \end{cases}$$

Để phương trình ban đầu có 2 nghiệm phân biệt thì phương trình (*) phải có 2 nghiệm phân biệt

$$x_1 > x_2 \geq -\frac{1}{2}.$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ x_1 + x_2 > -1 \\ \left(x_1 + \frac{1}{2}\right)\left(x_2 + \frac{1}{2}\right) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m-4)^2 + 12 > 0 \text{ (luôn đúng)} \\ \frac{m-4}{3} > -1 \\ \frac{-1}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{m-4}{3} + \frac{1}{4} \geq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m-4 > -3 \\ \frac{m-4}{6} \geq \frac{1}{12} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m-4 \geq \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow m \geq \frac{9}{2}.$$

Vậy $m \geq \frac{9}{2}$.

Chọn D.

Câu 24 (VD):

Phương pháp:

- Mô hình hoá bài toán.

- Tính BC dựa vào định lý côsin trong tam giác ABC.

- Tính thời gian chèo thuyền bằng công thức $t = \frac{s}{v}$. Trong đó: t là thời gian; s là quãng đường; v là vận tốc.

Cách giải:

Áp dụng định lý Cô sin cho tam giác ABC ta có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB.AC.\cos A = 0,28 \text{ km.}$$

Vậy thời gian du khách chèo thuyền từ A đến B là: $t = \frac{BC}{v} = \frac{0,28}{4} = 0,07$ giờ = 4,2 phút.

Chọn B.

Câu 25 (VD):

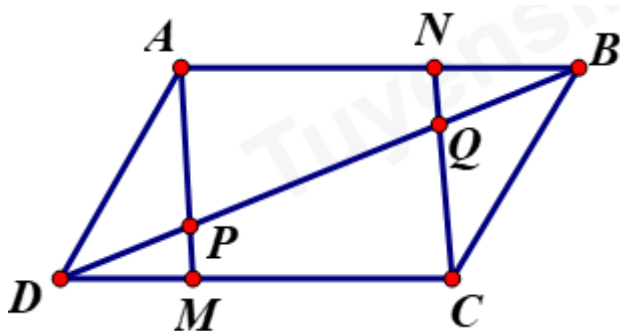
Phương pháp:

- Vẽ hình.

- Xét xem \overline{AM} có bằng \overline{NC} không bằng cách xét ANCM có là hình bình hành không.

- Xét xem DP có bằng QB không.

Cách giải:



Ta có $DM = BN \Rightarrow AN = MC$, mặt khác AN song song với MC do đó tứ giác ANCM là hình bình hành

Suy ra $\overline{AM} = \overline{NC}$.

Xét tam giác $\triangle DMP$ và $\triangle BNQ$ ta có $DM = NB$ (giả thiết), $\angle DPM = \angle BQN$ (so le trong)

Mặt khác $\angle DPM = \angle APB$ (đối đỉnh) và $\angle APQ = \angle NQB$ (hai góc đồng vị) suy ra $\angle DPM = \angle NQB$.

Suy ra: $\triangle DMP = \triangle BNQ$.

Do đó $\triangle DMP = \triangle BNQ$ (c.g.c) suy ra $DP = QB$.

Dễ thấy $\overline{DP}, \overline{QB}$ cùng hướng vì vậy $\overline{DP} = \overline{QB}$.

Chọn C.

Câu 26 (VD):

Phương pháp:

Dùng tính chất vector và độ dài vector

Cách giải:

$$|\overline{MA} - \overline{MB}| = |\overline{MC}| \Rightarrow |\overline{BA}| = |\overline{MC}| \Rightarrow M \text{ nằm trên 1 đường tròn tâm C bán kính AB}$$

Chọn A.

Câu 27 (VD):

Phương pháp:

Thu gọn các biểu thức vecto ở hai vế.

Tìm quỹ tích điểm M dựa vào đẳng thức vecto vừa thu gọn.

Cách giải:

$$\text{Theo bài ra, ta có: } x\overline{MA} + y\overline{MB} + z\overline{MC} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow x\overline{MA} + y(\overline{MA} + \overline{AB}) + z(\overline{MA} + \overline{AC}) = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow x\overline{MA} + y\overline{MA} + y\overline{AB} + z\overline{MA} + z\overline{AC} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow (x\overrightarrow{MA} + y\overrightarrow{MA} + z\overrightarrow{MA}) + (y\overrightarrow{AB} + z\overrightarrow{AC}) = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow (x + y + z)\overrightarrow{MA} + (y\overrightarrow{AB} + z\overrightarrow{AC}) = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow (x + y + z)\overrightarrow{MA} = -y\overrightarrow{AB} - z\overrightarrow{AC}$$

Đặt $-y\overrightarrow{AB} - z\overrightarrow{AC} = \vec{u}$. Khi đó, ta có: $(x + y + z)\overrightarrow{MA} = \vec{u}$

Do đó, nếu $x + y + z \neq 0$ thì tồn tại duy nhất điểm M thỏa mãn đẳng thức trên.

Chọn A.

Câu 28 (VD):

Phương pháp:

Từ $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}$ chứng minh được $OA = OB$. Từ đó, rút ra kết luận.

Cách giải:

Ta có:

$$(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}) \cdot \overrightarrow{AB} = 0$$

$$\Leftrightarrow (\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OA}) \cdot (\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}) = 0$$

$$\Leftrightarrow OB^2 - OA^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow OA = OB$$

$\Rightarrow \Delta AOB$ cân tại O .

Vậy điều kiện cần và đủ để $(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}) \cdot \overrightarrow{AB} = 0$ là ΔAOB cân tại O .

Chọn B.

Câu 29 (VDC):

Cách giải:

Xét tam thức: $f(x) = x^2 + mx + m^2 + 6m$

Để $f(x) < 0 \forall x \in (1; 2) \Rightarrow x_1 < 1 < 2 < x_2$ trong đó x_1, x_2 là hai nghiệm của tam thức.

Áp dụng định lí Vi-ét ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -m \\ x_1 x_2 = m^2 + 6m \end{cases}$$

Từ đây ta có:

$$\begin{cases} \Delta > 0 \\ x_1 < 1 < x_2 \\ x_1 < 2 < x_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ (x_1 - 1)(x_2 - 1) < 0 \\ (x_1 - 2)(x_2 - 2) < 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4(m^2 + 6m) > 0 \\ x_1 x_2 - (x_1 + x_2) + 1 < 0 \\ x_1 x_2 - 2(x_1 + x_2) + 4 < 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -3m^2 - 24m > 0 \\ m^2 + 6m + m + 1 > 0 \\ m^2 + 6m + 2m + 4 < 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -8 < m < 0 \\ \frac{-7 - 3\sqrt{5}}{2} < m < \frac{-7 + 3\sqrt{5}}{2} \\ -4 - 2\sqrt{3} < m < -4 + 2\sqrt{3} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \frac{-7 - 3\sqrt{5}}{2} < m < -4 + 2\sqrt{3}$$

Mà m nguyên nên $m = -6$.

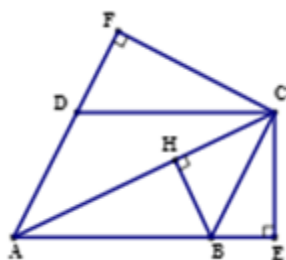
Chọn B.

Câu 30 (VDC):

Phương pháp:

+) Từ hai hình chiếu của C lên AB, AD , ta biến đổi các đẳng thức theo đề bài để đưa ra đáp án đúng.

Cách giải:



Vì E, F lần lượt là hình chiếu của C lên AB, AD nên ta có:

$$\overline{AB} \cdot \overline{AE} = \overline{AC} \cdot \overline{AB}$$

$$\overline{AD} \cdot \overline{AF} = \overline{AC} \cdot \overline{AD}$$

$$\text{Suy ra } \overline{AB} \cdot \overline{AE} + \overline{AD} \cdot \overline{AF} = \overline{AC} \cdot \overline{AB} + \overline{AC} \cdot \overline{AD} = \overline{AC}^2 (*)$$

Do AC là đường chéo lớn nên $\angle ABC \geq 90^\circ$ và B nằm giữa hai điểm A và E . Suy ra $\overline{AB} \cdot \overline{AE} = AB \cdot AE$

Tương tự ta có D nằm giữa hai điểm A và F . Suy ra $\overline{AD} \cdot \overline{AF} = AD \cdot AF$

Vậy (*) trở thành: $AB \cdot AE + AD \cdot AF = AC^2$

Chọn D.

II. Tự luận (4 điểm)

Câu 1 (TH):

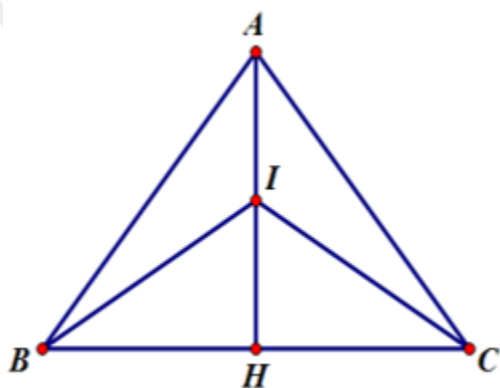
Phương pháp:

a) Nhóm \overline{IB} và \overline{IC} .

b) Tính IA, IB . Tính $\cos \angle BIA$ theo hệ quả định lý cosin trong tam giác BIA .

c) Sử dụng: $\vec{MB} = \vec{MI} + \vec{IB}$, $\vec{MC} = \vec{MI} + \vec{IC}$, $\vec{MA} = \vec{MI} + \vec{IA}$ thay vào điều kiện đề bài cho để tìm MI.

Cách giải:



a) Chứng minh $2\vec{IA} + \vec{IB} + \vec{IC} = \vec{0}$.

$$VT = (\vec{IB} + \vec{IC}) + 2\vec{IA} = 2\vec{IH} + 2\vec{IA} = 2(\vec{IH} + \vec{IA}) = 2\vec{0} = \vec{0} = VP \quad (\text{Đpcm}).$$

b) Tính $\cos \angle BIA$.

Ta có $IH = IA = \frac{1}{2}AH = \frac{a\sqrt{3}}{4}$; $IB = IC = \sqrt{BH^2 + IH^2} = \sqrt{\frac{a^2}{4} + \frac{3a^2}{16}} = \frac{a\sqrt{7}}{4}$.

$$\cos BIA = \frac{IB^2 + IA^2 - BA^2}{2IB \cdot IA} = \frac{\frac{7a^2}{16} + \frac{3a^2}{16} - a^2}{2 \cdot \frac{a\sqrt{7}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{4}} = -\frac{3}{\sqrt{21}}.$$

c)

$$\begin{aligned} MB^2 + MC^2 + 2MA^2 &= (\vec{MI} + \vec{IB})^2 + (\vec{MI} + \vec{IC})^2 + 2(\vec{MI} + \vec{IA})^2 \\ &= 4MI^2 + 2IA^2 + IB^2 + IC^2 = 4MI^2 + \frac{20a^2}{16} \end{aligned}$$

Suy ra $MI = \frac{a}{2}$. Vậy điểm tập hợp các điểm M là đường tròn tâm I bán kính $R = \frac{a}{2}$.

Câu 2 (VD):

Phương pháp:

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ.

Giả sử Parabol có phương trình $(P): y = ax^2 + bx + c$.

Tìm (P) biết P đi qua các điểm $O(0;0), M(10;43), N(162;0)$.

Chiều cao của công là tung độ đỉnh của parabol.

Cách giải:



Chọn hệ trục tọa độ Oxy sao cho một chân cổng đi qua gốc O như hình vẽ trên, chân kia là điểm $N(162;0)$. Giả sử Parabol có phương trình $(P): y = ax^2 + bx + c$.

Khi đó Parabol (P) đi qua các điểm $O(0;0), M(10;43), N(162;0)$ nên ta có

$$\begin{cases} c = 0 \\ 26244a + 162b + c = 0 \\ 100a + 10b + c = 43 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{43}{1520} \\ b = \frac{3483}{760} \\ c = 0 \end{cases}.$$

$$\text{Do đó } (P): y = -\frac{43}{1520}x^2 + \frac{3483}{760}x.$$

$$\text{Khi đó chiều cao của cổng là } h = y(81) = -\frac{\Delta}{4a} = \frac{282123}{1520} \approx 185,6(m).$$

Câu 3 (VD):

Phương pháp:

Xét các trường hợp: $a = 0, a \neq 0$: Phương trình bậc hai có nghiệm khi và chỉ khi $\Delta \geq 0$.

Cách giải:

$$\text{Xét phương trình: } (m-5)x^2 - 4mx + m - 2 = 0(1)$$

$$\text{Trường hợp 1: } m-5 = 0 \Leftrightarrow m = 5$$

$$\text{Phương trình (1) trở thành: } -20x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{20}$$

$$\Rightarrow \text{Với } m = 5 \text{ phương trình (1) có nghiệm duy nhất } x = \frac{3}{20}.$$

$$\text{Trường hợp 2: } m-5 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 5$$

Phương trình (1) có nghiệm khi và chỉ khi:

$$\Delta' \geq 0 \Leftrightarrow (-2m)^2 - (m-5)(m-2) \geq 0 \Leftrightarrow 4m^2 - (m^2 - 7m + 10) \geq 0 \Leftrightarrow 3m^2 - 7m - 10 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 1 \\ m \leq -\frac{10}{3} \end{cases}$$

Kết hợp với điều kiện $m \neq 5$ ta có: $m \in \left(-\infty; \frac{10}{3}\right] \cup [1; +\infty) \setminus \{5\}$

Kết hợp cả hai trường hợp ta có: $m \in \left(-\infty; -\frac{10}{3}\right] \cup [1; +\infty)$ hay $\begin{cases} m \leq -\frac{10}{3} \\ m \geq 1 \end{cases}$.