

**ĐỀ THI HỌC KÌ I – Đề số 1****Môn: Toán học - Lớp 10****Bộ sách Kết nối tri thức****BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM** **Mục tiêu**

- Ôn tập lý thuyết học kì I của chương trình sách giáo khoa Toán 10 – Kết nối tri thức.
- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm, tự luận Toán học.
- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dàn trải tất cả các chương học kì I – chương trình Toán 10.

**HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT****THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM****I. Trắc nghiệm (6 điểm)**

1.A	2.D	3.B	4.D	5.C	6.C	7.D	8.D	9.A	10.D
11.D	12.B	13.B	14.D	15.D	16.D	17.A	18.A	19.B	20.B
21.D	22.D	23.B	24.B	25.A	26.C	27.C	28.B	29.C	30.B

**Câu 1 (NB):****Phương pháp:**

Mệnh đề là câu khẳng định có tính đúng hoặc sai.

**Cách giải:**

Bạn bao nhiêu tuổi? là câu nghi vấn nên không phải là mệnh đề.

**Chọn A.**

**Câu 2 (NB):****Phương pháp:**

Ta thường dùng các chữ cái in hoa để kí hiệu tập hợp và chữ cái in thường để kí hiệu phần tử thuộc tập hợp.

**Cách giải:**

Ta có:  $\bar{a} = 31975421 \pm 150 \Rightarrow \bar{a} \in [31975271; 31975571]$ .

Khi làm tròn số gần đúng a ta nên làm tròn đến hàng nghìn vì chữ số hàng trăm không chắc chắn đúng.

Vậy quy tròn số gần đúng a ta được số 31975000.

**Chọn D.**

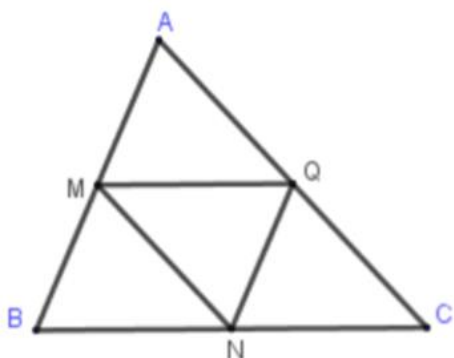
**Câu 3 (TH):**

**Phương pháp:**

Sử dụng quy tắc ba điểm.

Sử dụng hai vectơ bằng nhau.

**Cách giải:**



Ta có:

$$\begin{aligned} & \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{NA} + \overrightarrow{BQ} \\ &= \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{NA} + \overrightarrow{BQ} \\ &= \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BQ} + \overrightarrow{NA} \\ &= \overrightarrow{MQ} + \overrightarrow{NA} \\ &= \overrightarrow{BN} + \overrightarrow{NA} = \overrightarrow{BA} \end{aligned}$$

**Chọn B.**

**Câu 4 (NB):**

**Phương pháp:**

Sử dụng định lí cosin trong tam giác:  $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB.AC.\cos \angle BAC$ .

**Cách giải:**

Ta có:

$$\begin{aligned} BC^2 &= AB^2 + AC^2 - 2AB.AC.\cos \angle BAC \\ &= 6^2 + 8^2 - 2.6.8.\cos 120^\circ \\ &= 148 \\ \Rightarrow BC &= \sqrt{148} = 2\sqrt{37}. \end{aligned}$$

**Chọn D.**

**Câu 5 (NB):**

**Phương pháp:**

Cặp số nào thỏa mãn bất phương trình là nghiệm của bất phương trình.

**Cách giải:**

Thay cặp số  $(x;y) = (0;4)$  vào bất phương trình:  $0 - 4 + 3 > 0 \Rightarrow$  Sai.

Thay cặp số  $(x;y) = (2;5)$  vào bất phương trình:  $2 - 5 + 3 > 0 \Rightarrow$  Sai.

Thay cặp số  $(x;y) = (1;3)$  vào bất phương trình:  $1 - 3 + 3 > 0 \Rightarrow$  Đúng.

Thay cặp số  $(x;y) = (1;4)$  vào bất phương trình:  $1 - 4 + 3 > 0 \Rightarrow$  Sai.

**Chọn C.**

**Câu 6 (TH):**

**Phương pháp:**

Sử dụng quy tắc hình bình hành.

**Cách giải:**

Theo quy tắc hình bình hành ta có:

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AC}$$

$$\Rightarrow k = 2.$$

**Chọn C.**

**Câu 7 (NB):**

**Phương pháp:**

Sử dụng các công thức tính diện tích tam giác:  $S = \frac{abc}{4R}$ ,  $S = \frac{1}{2}ab \sin C$ ,  $S = \frac{1}{2}\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ ,

$$S = p.R \text{ với } p = \frac{a+b+c}{2}.$$

**Cách giải:**

$$S = \frac{1}{2}ab \sin C \text{ nên đáp án D sai.}$$

**Chọn D.**

**Câu 8 (VD):**

**Phương pháp:**

Sử dụng hằng đẳng thức để biến đổi biểu thức đề bài cho.

Sử dụng hệ quả định lý cosin trong tam giác.

**Cách giải:**

Ta có:

$$a^4 + b^4 + c^4 + a^2c^2 - 2a^2b^2 - 2b^2c^2 = 0$$

$$a^4 + c^4 + 2a^2c^2 - a^2c^2 + b^4 - 2a^2b^2 - 2b^2c^2 = 0$$

$$(a^2 + c^2)^2 - 2b^2(a^2 + c^2) + b^4 - a^2c^2 = 0$$

$$(a^2 + c^2 - b^2) = (ac)^2$$

$$\text{Khi đó } a^2 + c^2 - b^2 = ac \text{ hoặc } a^2 + c^2 - b^2 = -ac$$

$$\text{Áp dụng hệ quả định lý cosin trong tam giác ta có: } \cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} \Rightarrow a^2 + c^2 - b^2 = 2ac \cos B.$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2ac \cos B = ac \\ 2ac \cos B = -ac \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos B = \frac{1}{2} \\ \cos B = -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} B = 60^\circ \\ B = 120^\circ \end{cases}$$

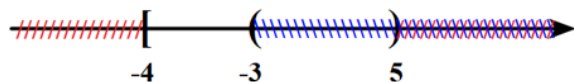
**Chọn D.**

**Câu 9 (TH):**

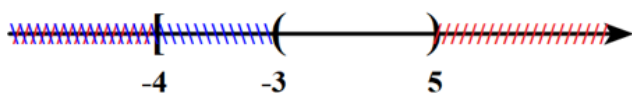
**Phương pháp:**

Biểu diễn các tập hợp trên trục số và thực hiện các phép toán trên tập hợp.

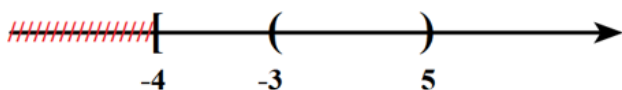
**Cách giải:**



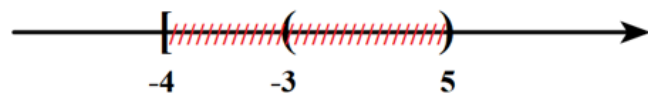
$$P \setminus Q = [-4; -3] \Rightarrow A \text{ đúng.}$$



$$P \cap Q = (-3; 5) \Rightarrow B \text{ sai.}$$



$$P \cup Q = [-4; 5) \Rightarrow C \text{ sai.}$$



$$C_{\mathbb{R}} P = \mathbb{R} \setminus P = (-\infty; -4) \cup [5; +\infty) \Rightarrow D \text{ sai.}$$

**Chọn A.**

**Câu 10 (TH):**

**Phương pháp:**

Sử dụng khái niệm các phép toán trên tập hợp.

**Cách giải:**

Phần tô đậm trong hình vẽ biểu diễn cho tập hợp  $(A \cap B) \setminus C$ .

**Chọn D.**

**Câu 11 (TH):**

**Phương pháp:**

Sử dụng định lý Cosin trong tam giác ABC ta có:  $AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC \cdot BC \cdot \cos C$ .

**Cách giải:**

Áp dụng định lý Cosin trong tam giác ABC ta có:

$$\begin{aligned}
 AB^2 &= AC^2 + BC^2 - 2AC \cdot BC \cdot \cos C \\
 &= 200^2 + 180^2 - 2 \cdot 200 \cdot 180 \cdot \cos 52^\circ 16' \approx 28337 \\
 &\Rightarrow AB \approx 168(m)
 \end{aligned}$$

**Chọn D.**

**Câu 12 (TH):**

**Phương pháp:**

Dùng công thức  $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$  để tính  $\cos x$

**Cách giải:**

$$\begin{aligned}
 \sin x &= \frac{1}{2} \Rightarrow \sin^2 x = \frac{1}{4} \Rightarrow \cos^2 x = 1 - \sin^2 x = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \\
 \Rightarrow \sin^2 x - \cos^2 x &= \frac{1}{4} - \frac{3}{4} = \frac{-1}{2}
 \end{aligned}$$

**Chọn B.**

**Câu 13 (TH):**

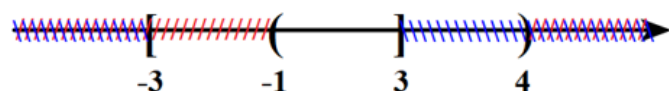
**Phương pháp:**

Xác định tập hợp A, B dưới dạng khoảng, đoạn, nửa khoảng.

Biểu diễn và tìm giao trên trục số.

**Cách giải:**

$$\begin{aligned}
 A &= \{x \in \mathbb{R} \mid -1 < x < 4\} \Rightarrow A = (-1; 4). \\
 B &= \{x \in \mathbb{R} \mid |x| \leq 3\} \Rightarrow B = [-3; 3].
 \end{aligned}$$



$$\text{Vậy } A \cap B = (-1; 3].$$

**Chọn B.**

**Câu 14 (TH):**

**Phương pháp:**

Nếu  $\alpha + \beta = 90^\circ$  thì  $\sin \alpha = \cos \beta$ .

**Cách giải:**

Ta có:

$$\begin{aligned}
 A &= \sin^2 51^\circ + \sin^2 55^\circ + \sin^2 39^\circ + \sin^2 35^\circ \\
 &= (\sin^2 51^\circ + \sin^2 39^\circ) + (\sin^2 55^\circ + \sin^2 35^\circ) \\
 &= (\sin^2 51^\circ + \sin^2 (90^\circ - 51^\circ)) + (\sin^2 55^\circ + \sin^2 (90^\circ - 55^\circ)) \\
 &= (\sin^2 51^\circ + \cos^2 51^\circ) + (\sin^2 55^\circ + \cos^2 55^\circ) \\
 &= 1 + 1 = 2
 \end{aligned}$$

**Chọn D.**

**Câu 15 (TH):**

**Phương pháp:**

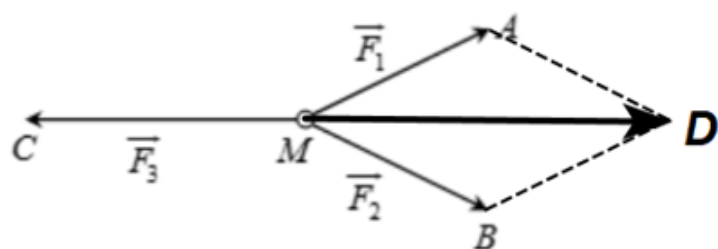
Vì M đứng yên nên  $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0} \Rightarrow \vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} = \vec{0}$ .

Sử dụng quy tắc hình bình hành.

**Cách giải:**

Vì M đứng yên nên  $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0} \Rightarrow \vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} = \vec{0}$ .

Áp dụng quy tắc hình bình hành ta có:  $\vec{MA} + \vec{MB} = \vec{MD}$ , với D là đỉnh thứ tư của hình bình hành AMBD như hình vẽ.



$$\Rightarrow \vec{MD} + \vec{MC} = \vec{0} \Rightarrow \vec{MC} = -\vec{MD}$$

$$\Rightarrow |\vec{F}_3| = |\vec{MC}| = |-\vec{MD}| = MD$$

Vì  $MA = MB = 100$ ,  $\angle AMB = 60^\circ$  nên tam giác  $AMB$  đều  $\Rightarrow MD = 100\sqrt{3}$ .

Vậy  $|\vec{F}_3| = 100\sqrt{3}N$ .

**Chọn D.**

**Câu 16 (TH):**

**Phương pháp:**

Dựa vào các khái niệm về hai vectơ cùng phương, cùng hướng.

**Cách giải:**

Dễ thấy A, B đúng.

C:  $\vec{a}, \vec{b}$  cùng phương với  $\vec{c}$  nên giá của  $\vec{a}, \vec{b}$  song song hoặc trùng với giá của  $\vec{c} \Rightarrow$  Giá của  $\vec{a}, \vec{b}$  song song hoặc trùng nhau, do đó  $\vec{a}, \vec{b}$  cùng phương  $\Rightarrow$  C đúng.

**Chọn D.**

**Câu 17 (VD):**

**Phương pháp:**

Xác định và so sánh phương sai, độ lệch chuẩn về tốc độ của 20 chiếc xe ô tô trên mỗi con đường.

**Cách giải:**

\*) Con đường A

Bảng phân bố tần số:

Giá trị	60	65	68	72	75	76	80	84	85	90	
Tần số	2	4	2	1	2	2	2	1	2	2	$N = 20$

Số trung bình:  $\bar{x}_A = \frac{60.2 + 65.4 + 68.2 + 72.1 + 75.2 + 76.2 + 80.2 + 84.1 + 85.2 + 90.2}{20} = 74,2 \text{ (km/h)}$

Phương sai:  $s_A^2 = \frac{1}{20} [2.(60 - 74,2)^2 + 4.(65 - 74,2)^2 + \dots + 2.(90 - 74,2)^2] = 86,36 \text{ (km/h)}$

Độ lệch chuẩn:  $s_A = \sqrt{s_A^2} = \sqrt{86,36} \approx 9,29 \text{ (km/h)}$

\*) Con đường B

Bảng phân bố tần số:

Giá trị	55	60	62	64	70	76	79	80	85	
Tần số	3	1	2	2	3	2	3	2	2	$N = 20$

Số trung bình:  $x_B = \frac{55.3 + 60.1 + 62.2 + 64.2 + 70.3 + 76.2 + 79.3 + 80.2 + 85.2}{20} = 70,3 \text{ (km/h)}$

Phương sai:  $s_B^2 = \frac{1}{20} [3.(55 - 70,3)^2 + 1.(60 - 70,3)^2 + \dots + 2.(85 - 70,3)^2] = 96,91 \text{ (km/h)}$

Độ lệch chuẩn:  $s_B = \sqrt{s_B^2} = \sqrt{96,91} \approx 9,84 \text{ (km/h)}$

Vậy xe chạy trên con đường A sẽ an toàn hơn.

**Chọn A.**

**Câu 18 (NB):**

**Phương pháp:**

Cho mẫu số liệu có kích thước  $N$  là  $\{x_1; x_2; \dots; x_N\}$ . Phương sai của mẫu số liệu này bằng trung bình của tổng các bình phương độ lệch giữa các giá trị với số trung bình.

**Cách giải:**

Dựa theo lý thuyết, ta có:

Dãy số liệu  $x_1, x_2, \dots, x_N$  có kích thước mẫu  $N$ , phương sai được tính theo công thức:

$$s^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 \text{ trong đó } \bar{x} = \text{trung bình cộng của mẫu số liệu}$$

**Chọn A.**

**Câu 19 (TH):**

**Phương pháp:**

Sử dụng công thức:  $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = BA \cdot BC \cdot \cos(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC})$

**Cách giải:**

Vì ABC là tam giác vuông cân tại A nên  $BC = AB\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$  và  $(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) = \angle ABC = 45^\circ$ .

Vậy  $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = BA \cdot BC \cdot \cos \angle(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC})$

$$= 4.4\sqrt{2} \cdot \cos 45^\circ = 4.4\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 16.$$

**Chọn B.**

**Câu 20 (TH):**

**Phương pháp:**

Đối với bảng phân bố tần số ghép lớp:

$$+ \text{Số trung bình cộng: } \bar{x} = \frac{c_1n_1 + c_2n_2 + \dots + c_kn_k}{N}$$

$$+ \text{Phương sai: } s^2 = \frac{1}{N} \left[ n_1(c_1 - \bar{x})^2 + n_2(c_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_k(c_k - \bar{x})^2 \right]$$

$$+ \text{Độ lệch chuẩn: } s = \sqrt{s^2}$$

Với  $n_i$  là tần số của giá trị  $c_i$ .

**Cách giải:**

Ta có bảng phân bố tần số, tần suất ghép lớp:

Lớp	Tần số	Giá trị đại diện
[40; 49]	3	44,5
[50; 59]	6	54,5
[60; 69]	19	64,5
[70; 79]	23	74,5
[80; 89]	9	84,5
Tổng	$N = 60$	

Số trung bình cộng:

$$\bar{x} = \frac{44,5 \cdot 3 + 54,5 \cdot 6 + 64,5 \cdot 19 + 74,5 \cdot 23 + 84,5 \cdot 9}{60} = \frac{4160}{60} \approx 69,33 \text{ (nghìn đồng)}$$

Phương sai:

$$s^2 = \frac{1}{60} (3 \cdot 44,5^2 + 6 \cdot 54,5^2 + 19 \cdot 64,5^2 + 23 \cdot 74,5^2 + 9 \cdot 84,5^2) - \left( \frac{4160}{60} \right)^2 = \frac{3779}{36} \text{ (nghìn đồng)}$$

$$\text{Độ lệch chuẩn: } s = \sqrt{s^2} = \sqrt{\frac{3779}{36}} \approx 10,25 \text{ (nghìn đồng)}$$

**Chọn B.**

**Câu 21 (NB):**

**Phương pháp:**

Chọn điểm bất kỳ thỏa mãn bất phương trình để chọn miền nghiệm

**Cách giải:**



Vì  $O(0,0)$  không thuộc miền nghiệm nên nửa mặt phẳng có bờ là  $d$  khác phía gốc tọa độ  $O$  và không lấy đường thẳng  $d$

**Chọn D.**

**Câu 22 (NB):**

**Phương pháp:**

Vẽ đồ thị hoặc thử các đáp án

**Cách giải:**

$(0, 2)$  thỏa mãn 3 phương trình trong hệ phương trình nên chọn D

**Chọn D.**

**Câu 23 (TH):**

**Phương pháp:**

Sử dụng định lí Sin trong tam giác  $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ .

**Cách giải:**

Sử dụng định lí Sin trong tam giác  $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R \Rightarrow \begin{cases} a = 2R \sin A \\ b = 2R \sin B \\ c = 2R \sin C \end{cases}$

Theo giả thiết ta có:

$$b + c = 2a$$

$$\Leftrightarrow 2R \sin B + 2R \sin C = 2 \cdot 2R \sin A$$

$$\Leftrightarrow \sin B + \sin C = 2 \sin A.$$

**Chọn B.**

**Câu 24 (TH):**

**Phương pháp:**

Sử dụng công thức  $\overrightarrow{BM} \cdot \overrightarrow{BA} = BM \cdot BA \cdot \cos(\overrightarrow{BM}, \overrightarrow{BA})$ .

**Cách giải:**

Ta có:  $\overrightarrow{BM} \cdot \overrightarrow{BA} = -\frac{1}{2} \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BA} = -\frac{1}{2} BC \cdot BA \cdot \cos(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA})$ .

Vì tam giác ABC đều nên  $\cos(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA}) = \angle ABC = 60^\circ$ .

$$\Rightarrow \overrightarrow{BM} \cdot \overrightarrow{BA} = -\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = -4\sqrt{3}.$$

**Chọn B.**

**Câu 25 (NB):**

**Phương pháp:**

Xác định số gần đúng  $a$  và độ chính xác  $d$ .

Tính số đúng  $\bar{a} = a \pm d \Rightarrow a - d \leq \bar{a} \leq a + d$ .

**Cách giải:**

Gọi  $\bar{a}$  là chiều dài đúng của dây cầu  $\Rightarrow \bar{a} = 152m \pm 0,2m$ .

$$\Rightarrow 152 - 0,2 \leq \bar{a} \leq 152 + 0,2$$

$$\Leftrightarrow 151,8 \leq \bar{a} \leq 152,2$$

Vậy chiều dài đúng của cây cầu là một số nằm trong khoảng 151,8m đến 152,2m.

**Chọn A.**

**Câu 26 (TH):****Phương pháp:**

Đổi sang đơn vị m.

Tính diện tích hình chữ nhật bằng dài nhân rộng.

**Cách giải:**

Diện tích hình chữ nhật là

$$(2 \pm 0,01)(5 \pm 0,02)$$

$$= 10 \pm (0,04 + 0,05 + 0,01 \cdot 0,02)$$

$$= 10 \pm 0,0902$$

$\Rightarrow$  diện tích hình chữ nhật là  $\bar{S} = 10m^2$ , độ chính xác là  $d = 0,0902m^2$

$\Rightarrow$  Sai số tuyệt đối:  $\Delta \leq 0,0902(m^2) = 902(cm^2)$ .

Vậy diện tích hình chữ nhật là  $10m^2$  và sai số tuyệt đối là  $900cm^2$ .

**Chọn C.**

**Câu 27 (TH):****Phương pháp:**

Khoảng biến thiên, kí hiệu là R, là hiệu giữa giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trong mẫu số liệu.

**Cách giải:**

Giá trị lớn nhất trong mẫu số liệu là 19.

Giá trị nhỏ nhất trong mẫu số liệu là 2.

Vậy khoảng biến thiên  $R = 19 - 2 = 17$ .

**Chọn C.**

**Câu 28 (VD):****Phương pháp:**

Sử dụng công thức  $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C)$ .

**Cách giải:**

Gọi A là tập hợp các bạn đăng kí tiết mục tập ca  $\Rightarrow n(A) = 7$ .

B là tập hợp các bạn đăng kí tiết mục múa  $\Rightarrow n(B) = 6$ .

C là tập hợp các bạn đăng kí tiết mục diễn kịch  $\Rightarrow n(C) = 8$ .

$\Rightarrow A \cap B$ : tập hợp các bạn đăng kí cả 2 tiết mục tốp ca và múa  $\Rightarrow n(A \cap B) = 3$ .

$A \cap C$ : tập hợp các bạn đăng kí cả 2 tiết mục tốp ca và diễn kịch  $\Rightarrow n(A \cap C) = 4$ .

$B \cap C$ : tập hợp các bạn đăng kí cả 2 tiết mục múa và diễn kịch  $\Rightarrow n(B \cap C) = 2$ .

$A \cap B \cap C$ : tập hợp các bạn đăng kí cả 3 tiết mục tốp ca, múa và diễn kịch  $\Rightarrow n(A \cap B \cap C) = 1$ .

$A \cup B \cup C$ : tập hợp các bạn đăng kí ít nhất 1 tiết mục.

Ta có:  $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C)$

$$\Rightarrow n(A \cup B \cup C) = 7 + 6 + 8 - 3 - 4 - 2 + 1 = 13.$$

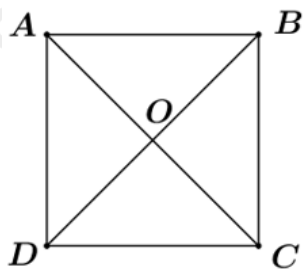
**Chọn B.**

**Câu 29 (TH):**

**Phương pháp:**

Sử dụng hai vector bằng nhau, đưa về hai vector chung điểm đầu và cuối, sử dụng quy tắc ba điểm.

**Cách giải:**



Ta có:  $\vec{AB} + \vec{OD} = \vec{OD} + \vec{AB} = \vec{OD} + \vec{DC} = \vec{OC}$ .

$$\Rightarrow |\vec{AB} + \vec{OD}| = |\vec{OC}| = OC.$$

Áp dụng định lí Pytago ta có:

$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{(4a)^2 + (3a)^2} = 5a \Rightarrow OC = \frac{1}{2}AC = \frac{5}{2}a.$$

$$\text{Vậy } |\vec{AB} + \vec{OD}| = OC = \frac{5}{2}a.$$

**Chọn C.**

**Câu 30 (TH):**

**Phương pháp:**

Sử dụng định nghĩa tích vô hướng của hai vector:  $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$ .

**Cách giải:**

Ta có:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$$

$$2\vec{a} \cdot \vec{b} = 2|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$$

$$-\left|\vec{a}\right| \cdot \left|\vec{b}\right| = 2\left|\vec{a}\right| \cdot \left|\vec{b}\right| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$$

$$\left|\vec{a}\right| \cdot \left|\vec{b}\right| \left[1 + 2\cos(\vec{a}, \vec{b})\right] = 0$$

$$\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{1}{2} \quad (\text{do } \vec{a} \neq \vec{0}, \vec{b} \neq \vec{0})$$

$$(\vec{a}, \vec{b}) = 120^\circ$$

**Chọn B.**

## II. Tự luận (4 điểm)

**Câu 1 (VD):**

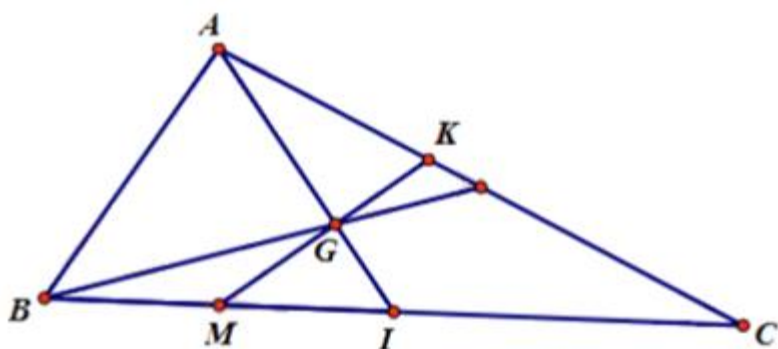
**Phương pháp:**

a) Gọi I là trung điểm của BC. Chứng minh M là trung điểm của BI.

Sử dụng quy tắc ba điểm, công thức trung điểm.

b) Sử dụng điều kiện để hai vectơ cùng phương.

**Cách giải:**



a) Gọi I là trung điểm của BC.

$$\text{Ta có: } 3\vec{MB} + \vec{MC} = \vec{0} \Rightarrow 3MB = MC \Rightarrow MB = \frac{1}{4}BC = \frac{1}{2}BI.$$

$\Rightarrow$  M là trung điểm của BI.

Khi đó ta có:

$$\vec{MG} = \vec{MI} + \vec{IG} = \frac{1}{4}\vec{BC} - \frac{1}{3}\vec{AI}$$

$$= \frac{1}{4}(\vec{AC} - \vec{AB}) - \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AC})$$

$$= \frac{1}{4}\vec{AC} - \frac{1}{4}\vec{AB} - \frac{1}{6}\vec{AB} - \frac{1}{6}\vec{AC}$$

$$= \frac{1}{2}\vec{AC} - \frac{5}{12}\vec{AB} \quad (\text{đpcm}).$$

b) Đặt  $\overrightarrow{AK} = x\overrightarrow{AC}$  ( $x > 0$ ), ta có:

$$\overrightarrow{GK} = \overrightarrow{AK} - \overrightarrow{AG} = x\overrightarrow{AC} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AI}$$

$$= x\overrightarrow{AC} - \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$$

$$= \left(x - \frac{1}{3}\right)\overrightarrow{AC} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}.$$

Vì M, G, K thẳng hàng nên  $\frac{x - \frac{1}{3}}{\frac{1}{12}} = \frac{-\frac{1}{3}}{-\frac{5}{12}} \Leftrightarrow x = \frac{2}{5}$ .

Vậy  $\overrightarrow{AK} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AC}$  nên  $AK = \frac{2}{5}AC \Rightarrow \frac{KA}{KC} = \frac{2}{3}$ .

**Câu 2 (VD):**

**Phương pháp:**

a)

\* Số trung bình của mẫu số liệu  $x_1, \dots, x_n$  kí hiệu là  $\bar{x}$ , được tính bằng công thức:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

\* Tìm trung vị của mẫu số liệu.

Để tìm trung vị của mẫu số liệu, ta thực hiện như sau:

- Sắp xếp các giá trị trong mẫu số liệu theo thứ tự không giảm.
- Nếu giá trị của mẫu số liệu là số lẻ thì giá trị chính giữa của mẫu là trung vị. Nếu là số chẵn thì trung vị là trung bình cộng của hai giá trị chính giữa của mẫu.

b) So sánh và kết luận.

**Cách giải:**

a)

\* Số trung bình của dãy số trên là:

$$\bar{x} = \frac{190174 + 81182 + 19728 + 19048 + 8155 + 6103 + 5807 + 4544 + 3760 + 3297 + 2541 + 2000 + 1934 + 1602 + 1195}{15} \approx 23404,67.$$

\* Sắp xếp dãy số liệu theo thứ tự không giảm ta được:

1 195   1 602   1 934   2 000   2 541   3 297   3 760   4 544  
5 807   6 103   8 155   19 048   19 728   81 182   190 174

Cỡ mẫu là  $n = 15$  lẻ nên số trung vị là  $M_e = 4544$ .

b) Số trung bình lớn hơn nhiều so với số trung vị là do trong dãy số có một giá trị rất lớn là 190 174. Trung vị không bị ảnh hưởng bởi giá trị “bất thường” này.

**Câu 3 (VDC):**

**Phương pháp:**

Ta thường dùng các chữ cái in hoa để kí hiệu tập hợp và chữ cái in thường để kí hiệu phần tử thuộc tập hợp.

**Cách giải:**

Ta có

$$\begin{aligned}
 S &= GB^2 + GC^2 + 9GA^2 \\
 &= \left(\frac{2}{3}m_b\right)^2 + \left(\frac{2}{3}m_c\right)^2 + 9\left(\frac{2}{3}m_a\right)^2 \\
 &= \frac{4}{9}m_b^2 + \frac{4}{9}m_c^2 + 4m_a^2 \\
 &= \frac{4}{9} \cdot \left(\frac{2a^2 + 2c^2 - b^2}{4} + \frac{2a^2 + 2b^2 - c^2}{4}\right) + 4 \cdot \frac{2b^2 + 2c^2 - a^2}{4} \\
 &= \frac{4a^2 + b^2 + c^2}{9} + 2b^2 + 2c^2 - a^2 \\
 &= \frac{19}{9}(b^2 + c^2) - \frac{5}{9}a^2
 \end{aligned}$$

Theo giả thiết ta có:  $4 \sin A \tan A = \sin B \sin C \Leftrightarrow 4 \sin^2 A = \sin B \sin C \cos A (*)$

Áp dụng định lí sin trong tam giác ta có:  $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R \Rightarrow \begin{cases} \sin A = \frac{a}{2R} \\ \sin B = \frac{b}{2R} \\ \sin C = \frac{c}{2R} \end{cases}$

Thay vào (\*) ta có:

$$\begin{aligned}
 (*) &\Leftrightarrow 4 \left(\frac{a}{2R}\right)^2 = \frac{b}{2R} \cdot \frac{c}{2R} \cos A \\
 &\Leftrightarrow 4 \cdot \frac{a^2}{4R^2} = \frac{bc}{4R^2} \cos A \\
 &\Leftrightarrow 4a^2 = bc \cos A
 \end{aligned}$$

Lại theo định lí cosin trong tam giác ABC ta có:

$$\begin{aligned}
 a^2 &= b^2 + c^2 - 2bc \cos A \\
 \Rightarrow bc \cos A &= \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2}
 \end{aligned}$$

Khi đó ta có:

$$\begin{aligned}
 (*) &\Leftrightarrow 4a^2 = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2} \\
 &\Leftrightarrow 8a^2 = b^2 + c^2 - a^2 \\
 &\Leftrightarrow 9a^2 = b^2 + c^2
 \end{aligned}$$

$$\text{Do đó: } S = \frac{19}{9}(b^2 + c^2) - \frac{5}{9}a^2 = \frac{19}{9} \cdot 9a^2 - \frac{5}{9}a^2 = \frac{166a^2}{9} = 166.$$

Vậy  $S = 166$ .