

ĐỀ THI HỌC KÌ I – Đề số 3

Môn: Toán học - Lớp 10

Bộ sách Cánh diều

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

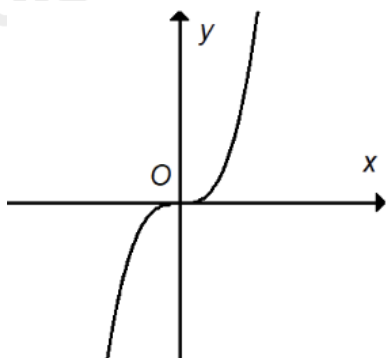


Mục tiêu

- Ôn tập lý thuyết học kì I của chương trình sách giáo khoa Toán 10 – Cánh diều.
- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm, tự luận Toán học.
- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dàn trải tất cả các chương học kì I – chương trình Toán 10.

Phần I: Trắc nghiệm (6 điểm)

Câu 1: Cho đồ thị hàm số $y = x^3$ như hình bên:



Khẳng định nào sau đây sai?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.
- B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
- C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
- D. Hàm số đồng biến tại gốc tọa độ O.

Câu 2: Hàm số $y = \frac{9x-1}{x+6}$ xác định khi nào?

- A. $9x-1 \geq 0$.
- B. $x+6 \geq 0$.
- C. $9x-1 \neq 0$.
- D. $x+6 \neq 0$.

Câu 3: Đồ thị hàm số $y = 3x^2 + 4x - 1$ nhận đường thẳng nào dưới đây làm trục đối xứng?

- A. $x = \frac{4}{3}$

B. $y = \frac{2}{3}$

C. $x = -\frac{2}{3}$

D. $x = -\frac{1}{3}$

Câu 4: Hàm số $y = 2x^2 + 16x - 25$ đồng biến trên khoảng:

A. $(-\infty; -4)$.

B. $(-\infty; 8)$.

C. $(-6; +\infty)$.

D. $(-4; +\infty)$.

Câu 5: Cho $\overrightarrow{AB} \neq \vec{0}$ và một điểm C , có bao nhiêu điểm D thỏa mãn $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

A. 1

B. 2

C. 0

D. Vô số.

Câu 6: Cho lục giác đều ABCDEF tâm O . Số các vector khác vector không, cùng phương với \overrightarrow{OC} có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của lục giác là:

A. 4

B. 6

C. 7

D. 9.

Câu 7: Cho ba điểm M, N, P phân biệt. Đẳng thức nào sau đây **sai**?

A. $\overrightarrow{PM} + \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{PN}$.

B. $\overrightarrow{MP} - \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{NP}$.

C. $\overrightarrow{NM} - \overrightarrow{NP} = \overrightarrow{PM}$.

D. $\overrightarrow{NM} + \overrightarrow{PM} = \overrightarrow{NP}$.

Câu 8: Cho đoạn thẳng MN lấy điểm P sao cho $\overrightarrow{MN} = -3\overrightarrow{MP}$. Điểm P được xác định bởi hình vẽ nào sau đây?

A.

B.

C.

D.

Câu 9: Cho hai vector \vec{a}, \vec{b} thỏa $|\vec{a}| = 2, |\vec{b}| = 3, (\vec{a}, \vec{b}) = 120^\circ$. Tính tích vô hướng $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

A. $\$ - 3\$$.

B. $\$3\$$.

C. $\$ - 3\sqrt{3} \$$.

D. $\$3\sqrt{3} \$$.

Câu 10: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{2\sqrt{x+2}-3}{x-1} & x \geq 2 \\ x^2 + 1x < 2 \end{cases}$. Tính $P = f(2) + f(-2)$.

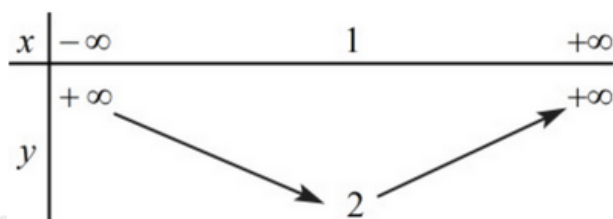
A. $P = \frac{8}{3}$

B. $P = 4$

C. $P = 6$

D. $P = \frac{5}{3}$

Câu 11: Bảng biến thiên sau là của hàm số nào?



A. $y = x^2 + 2x - 1$

B. $y = x^2 - 2x + 2$

C. $y = 2x^2 - 4x + 4$

D. $y = -3x^2 + 6x - 1$

Câu 12: Đường thẳng $d : y = x + 3$ cắt parabol $(P) : y = 3x^2 + 10x + 3$ tại hai điểm có hoành độ lần lượt là

A. $x = -\frac{1}{3}, x = 3$.

B. $x = -\frac{1}{3}, x = -3$.

C. $x = -3, x = 3$.

D. $x = -3, x = 0$.

Câu 13: Một vật được ném lên trên cao và độ cao của nó so với mặt đất được cho bởi công thức $h(t) = 3 + 10t - 2t^2$ (m), với t là thời gian tính bằng giây (s) kể từ lúc bắt đầu ném. Độ cao cực đại mà vật đó có thể đạt được so với mặt đất bằng bao nhiêu mét?

A. $\frac{31}{2}$

B. $\frac{33}{2}$

C. 15

D. 16

Câu 14: Cho $f(x) = mx^2 - 2x - 1$. Xác định m để $f(x) < 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

A. $m < -1$

- B. $m < 0$
 C. $-1 < m < 0$
 D. $m < 1$ và $m \neq 0$.

Câu 15: Trong các tập hợp sau đây, tập nào có chứa phần tử không phải là nghiệm của bất phương trình $x^2 - 8x + 7 \geq 0$?

- A. $(-\infty; 0]$
 B. $[8; +\infty)$
 C. $(-\infty; 1]$
 D. $[6; +\infty)$

Câu 16: Giải phương trình sau $\sqrt{x+7} = x+1$

- A. $x = 1$.
 B. $x = 2$.
 C. $x = -3$.
 D. $x = 3$.

Câu 17: Cho hình thoi ABCD tâm O , cạnh bằng a , và góc A bằng 60° . Kết luận nào **đúng**?

- A. $|\overline{OA}| = a$
 B. $|\overline{OA}| = \frac{a\sqrt{3}}{2}$
 C. $|\overline{OA}| = \frac{a\sqrt{2}}{2}$
 D. $|\overline{OA}| = |\overline{OB}|$

Câu 18: Cho tam giác ABC. Tập hợp các điểm M thỏa mãn $|\overline{MB} - \overline{MC}| = |\overline{BM} - \overline{BA}|$ là?

- A. Đường thẳng AB.
 B. Trung trực đoạn BC.
 C. Đường tròn tâm A, bán kính BC.
 D. Đường thẳng qua A và song song với BC.

Câu 19: Cho tam giác ABC có AM là đường trung tuyến. Gọi I là trung điểm của AM. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. $\overline{IA} + \overline{IB} + \overline{IC} = \vec{0}$
 B. $\overline{IA} + 2\overline{IB} + 2\overline{IC} = \vec{0}$
 C. $2\overline{IA} + \overline{IB} + \overline{IC} = \vec{0}$
 D. $2\overline{IA} - \overline{IB} - \overline{IC} = \vec{0}$

Câu 20: Cho đoạn thẳng AB và M là một điểm nằm trên đoạn AB sao cho $AM = \frac{1}{5}AB$. Giá trị của k để có đẳng thức $\overline{AM} = k.\overline{AB}$ là:

A. $k = -\frac{1}{5}$

B. $k = \frac{1}{5}$

C. $k = 5$

D. $k = -5$

Câu 21: Cho hai vectơ \vec{a} và \vec{b} khác $\vec{0}$. Xác định góc α giữa hai vectơ \vec{a} và \vec{b} biết $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$.

A. $\alpha = 0^\circ$.

B. $\alpha = 45^\circ$.

C. $\alpha = 90^\circ$.

D. $\alpha = 180^\circ$.

Câu 22: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{2x+1}{x^2-2x+m-2}$ xác định trên \mathbb{R} .

A. $m > 3$

B. $m \geq 3$

C. $m < 3$

D. $m \leq 3$

Câu 23: Parabol $y = ax^2 + bx + c$ đi qua A(0;-1), B(1;-1), C(-1;1) có phương trình là:

A. $y = x^2 - x + 1$

B. $y = x^2 - x - 1$

C. $y = x^2 + x - 1$

D. $y = x^2 + x + 1$

Câu 24: Giá trị dương lớn nhất để hàm số $y = \sqrt{5-4x-x^2}$ xác định là

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

Câu 25: Cho tam giác ABC nhọn, có H là trực tâm. ΔBHC nội tiếp (I, R) . Gọi M là trung điểm BC. Khẳng định nào sau đây là đúng

A. \vec{MB}, \vec{MC} cùng hướng.B. \vec{HA}, \vec{IM} cùng hướng.C. \vec{MB}, \vec{BC} cùng hướng.

D. Cả A, B, C đều sai.

Câu 26: Cho hình bình hành ABCD, $\vec{u} = \vec{AC} + \vec{BD}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. \vec{u} cùng hướng với \vec{AB} B. \vec{u} cùng hướng với \vec{AD}

C. \vec{u} ngược hướng với \overrightarrow{AB}

D. \vec{u} ngược hướng với \overrightarrow{AD}

Câu 27: Cho tam giác ABC, có $M \in BC$ sao cho $\overrightarrow{MB} = 3\overrightarrow{MC}$. Hãy phân tích \overrightarrow{AM} theo hai vectơ $\vec{u} = \overrightarrow{AB}, \vec{v} = \overrightarrow{AC}$.

A. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\vec{u} + \frac{3}{2}\vec{v}$

B. $\overrightarrow{AM} = \frac{-1}{2}\vec{u} + \frac{3}{2}\vec{v}$

C. $\overrightarrow{AM} = \frac{-1}{2}\vec{u} - \frac{3}{2}\vec{v}$

D. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\vec{u} - \frac{3}{2}\vec{v}$

Câu 28: Cho hình bình hành ABCD có $AB = 8cm, AD = 12cm$, góc $\angle ABC$ nhọn và diện tích tam giác ABC bằng $27cm^2$. Khi đó $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC})$ bằng

A. $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) = -\frac{5\sqrt{7}}{16}$

B. $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) = \frac{5\sqrt{7}}{16}$

C. $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) = \frac{2\sqrt{7}}{16}$

D. $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) = -\frac{2\sqrt{7}}{16}$

Câu 29: Cho tam giác ABC đều, cạnh bằng a , điểm M thuộc đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và thỏa mãn $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MA} = \frac{a^2}{4}$. Bán kính đường tròn đó là

A. $R = a$

B. $R = \frac{a}{4}$

C. $R = \frac{a}{2}$

D. $R = \frac{3a}{2}$

Câu 30: Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c, a \neq 0$, biết hàm số đạt giá trị lớn nhất trên \mathbb{R} bằng 4 khi $x = -1$ và tổng bình phương các nghiệm của phương trình $y = 0$ bằng 10. Hàm số đã cho là hàm số nào sau đây?

A. $y = x^2 + 2x - 3$.

B. $y = -2x^2 - 4x + 2$.

C. $y = -x^2 - 2x + 1$.

D. $y = -x^2 - 2x + 3$.

Phần II: Tự luận (4 điểm)

Câu 1: Khi quả bóng được đá lên, nó sẽ đạt độ cao nào đó rồi rơi xuống đất. Biết rằng quỹ đạo của quả là một cung parabol trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oth, trong đó t là thời gian kể từ khi quả bóng được đá lên; h là độ cao của quả bóng. Giả thiết rằng quả bóng được đá lên từ độ cao 1,2m. Sau đó 1 giây, nó đạt độ cao 8,5m và 2 giây sau khi đá lên, nó ở độ cao 6m. Hãy tìm hàm số bậc hai biểu thị độ cao h theo thời gian t và có phần đồ thị trùng với quỹ đạo của quả bóng trong tình huống trên.

Câu 2: Cho hình bình hành ABCD và hai điểm E, F được xác định bởi các hệ thức sau: $2\overrightarrow{CE} + \overrightarrow{EB} = \vec{0}$, $3\overrightarrow{DF} + \overrightarrow{BD} = \vec{0}$.

a) Chứng minh A, E, F thẳng hàng.

b) M là điểm thỏa mãn $2\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{AF}$. Chứng minh M là trung điểm CD.

Câu 3: Cho hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ với a, b, c là các hệ số, ($a > 0$). Biết rằng $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2; +\infty)$, hãy tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{6a^2}{5a^2 + 2ab + b^2}$.

----- Hết -----

**Phần I: Trắc nghiệm (6 điểm)**

1.D	2.D	3.C	4.D	5.A	6.B	7.D	8.B	9.A	10.C
11.C	12.D	13.A	14.A	15.D	16.B	17.A	18.C	19.C	20.B
21.D	22.A	23.B	24.A	25.B	26.B	27.B	28.A	29.C	30.D

Câu 1 (NB):**Phương pháp:**

Quan sát đồ thị, xác định khoảng đồng biến là khoảng ứng với đồ thị đi lên, khoảng nghịch biến là khoảng ứng với đồ thị đi xuống.

Cách giải:

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$ nên các đáp án A, B, C đúng.

Chọn D.**Câu 2 (NB):****Phương pháp:**

Ta có: $\frac{A}{B}$ xác định khi và chỉ khi $B \neq 0$.

Cách giải:

Hàm số $y = \frac{9x-1}{x+6}$ xác định khi và chỉ khi $x+6 \neq 0$.

Chọn D.**Câu 3 (NB):****Phương pháp:**

Đồ thị hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có trục đối xứng $x = -\frac{b}{2a}$.

Cách giải:

Hàm số $y = 3x^2 + 4x - 1$ có các hệ số $a = 3, b = 4, c = -1$.

Vậy đồ thị hàm số có trục đối xứng $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{4}{2 \cdot 3} = -\frac{2}{3}$.

Chọn C.**Câu 4 (NB):****Phương pháp:**

Hàm số $y = ax^2 + bx + c$ ($a > 0$) đồng biến trên khoảng $\left(\frac{-b}{2a}; +\infty\right)$.

Cách giải:

Hàm số $y = 2x^2 + 16x - 25$ đồng biến trên khoảng $(-4; +\infty)$.

Chọn D.

Câu 5 (NB):

Phương pháp:

Sử dụng định nghĩa hai vectơ bằng nhau.

Cách giải:

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} \Leftrightarrow \begin{cases} AB // CD \\ AB = CD \end{cases}$$

Mà $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$ cùng hướng

Nên có duy nhất một điểm D để $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

Chọn A.

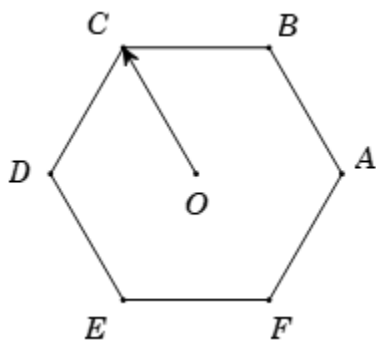
Câu 6 (NB):

Phương pháp:

ABCDEF là lục giác đều nên DE, AB, CO song song với nhau.

Sử dụng định nghĩa hai vectơ cùng phương.

Cách giải:



Các vectơ khác vectơ không, cùng phương với \overrightarrow{OC} có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của lục giác là: $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BA}, \overrightarrow{DE}, \overrightarrow{ED}, \overrightarrow{FC}, \overrightarrow{CF}$.

Chọn B.

Câu 7 (NB):

Phương pháp:

Quy tắc cộng, trừ vectơ cơ bản.

Cách giải:

$\overline{NM} + \overline{PM} = \overline{NP}$ là đẳng thức sai.

Chọn D.

Câu 8 (NB):

Phương pháp:

Áp dụng tính chất của phép nhân vecto với một số.

Cách giải:

Ta có: $\overline{MN} = -3\overline{MP} \Rightarrow \overline{MN}, \overline{MP}$ là hai vecto ngược chiều hay M nằm giữa N, P và $MN = 3MP$

Trong các đáp án, chỉ có đáp án B đúng.

Chọn B.

Câu 9 (NB):

Phương pháp:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$$

Cách giải:

$$\text{Ta có: } \vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b}) = 2 \cdot 3 \cdot \cos 120^\circ = -3.$$

Chọn A.

Câu 10 (TH):

Phương pháp:

Tính giá trị hàm số tại 1 điểm.

Cách giải:

$$f(2) = \frac{2\sqrt{2+2} - 3}{2-1} = 1$$

$$f(-2) = (-2)^2 + 1 = 5$$

$$\text{Vậy } P = f(2) + f(-2) = 1 + 5 = 6.$$

Chọn C.

Câu 11 (TH):

Phương pháp:

Dựa vào BBT nhận xét đỉnh của đồ thị hàm số và tọa độ đỉnh của đồ thị hàm số.

Cách giải:

Đồ thị hàm số có bề lõm hướng lên nên $a > 0 \Rightarrow$ Loại đáp án D.

Đồ thị hàm số có đỉnh $I(1;2)$ nên loại A và B.

Chọn C.

Câu 12 (TH):

Phương pháp:

Hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số là nghiệm của phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số.

Cách giải:

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và d :

$$3x^2 + 10x + 3 = x + 3$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 + 9x = 0$$

$$\Leftrightarrow 3x(x+3) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -3 \end{cases}$$

Chọn D.**Câu 13 (TH):****Phương pháp:**

Hàm số bậc hai $y = ax^2 + bx + c$ với $a < 0$ đạt GTLN tại $x = -\frac{b}{2a}$.

Cách giải:

Ta có $h(t) = 3 + 10t - 2t^2$ có đồ thị là parabol có bề lõm hướng xuống, đạt GTLN tại $t = \frac{-10}{2 \cdot (-2)} = \frac{5}{2}$.

$$\text{Vậy } \max h(t) = h\left(\frac{5}{2}\right) = \frac{31}{2} (m).$$

Chọn A.**Câu 14 (TH):****Phương pháp:**

Xét hai trường hợp: $a = 0$ và $a \neq 0$.

Trong trường hợp $a \neq 0$, $f(x)$ là tam thức bậc hai, tìm m để $f(x) < 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Cách giải:

$$\text{TH1. } m = 0. \text{ Khi đó: } f(x) = -2x - 1 < 0 \Leftrightarrow x > -\frac{1}{2}.$$

Suy ra $m = 0$ không thỏa yêu cầu bài toán.

TH2. $m \neq 0$

$$f(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ \Delta' < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ 1 + m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < -1 \text{ (thỏa mãn điều kiện).}$$

Chọn A.

Câu 15 (TH):

Phương pháp:

Tìm các nghiệm của biểu thức $x^2 - 8x + 7$, lập bảng xét dấu và kết luận.

Áp dụng định nghĩa: Tập hợp A là tập hợp con của tập hợp B nếu tất cả các phần tử của A đều nằm trong B .

Cách giải:

Giải: $f(x) = x^2 - 8x + 7 = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x-7) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 7 \end{cases}$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	1	7	$+\infty$	
$f(x) = x^2 - 8x + 7$	$+$	0	$-$	0	$+$

Tập nghiệm của bất phương trình là $S = (-\infty; 1] \cup [7; +\infty)$.

Vì $\begin{cases} 6 \in [6; +\infty) \\ 6 \notin S \end{cases} \Rightarrow [6; +\infty)$ là tập có chứa phần tử không phải là nghiệm của bất phương trình.

Chọn D.

Câu 16 (TH):

Phương pháp:

Giải phương trình $\sqrt{f(x)} = g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) \geq 0 \\ f(x) = g^2(x) \end{cases}$

Cách giải:

$$\sqrt{x+7} = x+1 \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 > 0 \\ x+7 = (x+1)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x+7 = x^2 + 2x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x^2 + x - 6 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ (x+3)(x-2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ \begin{cases} x = -3 \Leftrightarrow x = 2 \\ x = 2 \end{cases} \end{cases}$$

Vậy phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $x = 2$.

Chọn B.

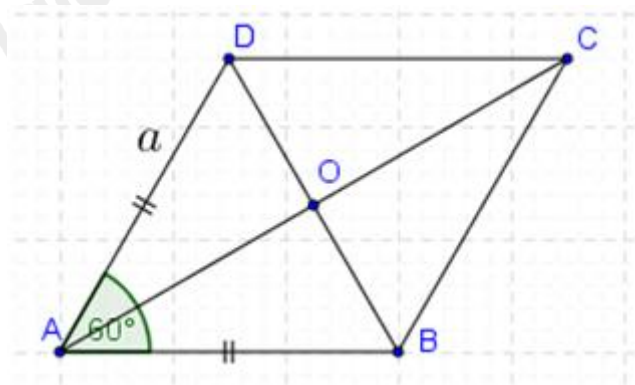
Câu 17 (TH):

Phương pháp:

Tam giác ABD là tam giác đều cạnh a.

Tính độ dài OA.

Cách giải:



Ta có tam giác ABD là tam giác đều cạnh a nên $|\overline{OA}| = OA = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Chọn A.

Câu 18 (TH):

Phương pháp:

Tìm các vectơ hiệu $\overline{MB} - \overline{MC}$, $\overline{BM} - \overline{BA}$.

Suy ra hai đoạn thẳng bằng nhau và xác định vị trí M.

Cách giải:

Ta có $|\overline{MB} - \overline{MC}| = |\overline{BM} - \overline{BA}| \Leftrightarrow |\overline{CB}| = |\overline{AM}| \Rightarrow AM = BC$

Mà A, B, C cố định \Rightarrow Tập hợp điểm M là đường tròn tâm A, bán kính BC.

Chọn C.

Câu 19 (TH):

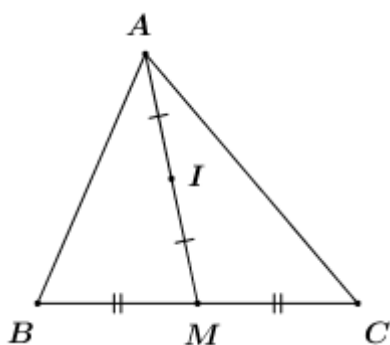
Phương pháp:

Sử dụng các đẳng thức vectơ liên quan đến trung điểm:

- Nếu I là trung điểm của AB thì $\overline{IA} + \overline{IB} = \vec{0}$.

- Với mọi điểm M, I là trung điểm của AB thì $\overline{MA} + \overline{MB} = 2\overline{MI}$.

Cách giải:



Vì I là trung điểm của AM nên $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IM} = \vec{0}$.

Mà M là trung điểm của BC nên $\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = 2\overrightarrow{IM}$.

Do đó $\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = -2\overrightarrow{IA}$ hay $2\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = \vec{0}$.

Chọn C.

Câu 20 (TH):

Phương pháp:

Áp dụng định nghĩa tích của một vecto với một số.

Cách giải:



$$\text{Ta có: } AM = \frac{1}{5} AB \Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{1}{5}$$

$$\text{Theo đề bài, ta có: } \overrightarrow{AM} = k \cdot \overrightarrow{AB} \Rightarrow |\overrightarrow{AM}| = |k| \cdot |\overrightarrow{AB}| \Rightarrow |k| = \frac{|\overrightarrow{AM}|}{|\overrightarrow{AB}|} = \frac{1}{5}$$

Mà \overrightarrow{AM} và \overrightarrow{AB} cùng hướng nên $k = \frac{1}{5}$.

Chọn B.

Câu 21 (TH):

Phương pháp:

Sử dụng công thức $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos(\vec{a}; \vec{b})$.

Cách giải:

$$\text{Ta có: } \vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos(\vec{a}; \vec{b}) = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \Rightarrow \cos(\vec{a}; \vec{b}) = -1.$$

Vậy góc α giữa hai vectơ \vec{a} và \vec{b} là $\alpha = 180^\circ$.

Chọn D.

Câu 22 (VD):

Phương pháp:

Hàm số $\frac{1}{f(x)}$ xác định $\Leftrightarrow f(x) \neq 0$.

Cách giải:

Hàm số $y = \frac{2x+1}{x^2-2x+m-2}$ xác định trên \mathbb{R}

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x + m - 2 \neq 0 \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow (x-1)^2 + m - 3 \neq 0 \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow (x-1)^2 \neq -(m-3) \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow -(m-3) < 0$$

$$\Leftrightarrow m-3 > 0$$

$$\Leftrightarrow m > 3$$

Chú ý khi giải:

Các em có thể làm theo cách 2:

Hàm số $y = \frac{2x+1}{x^2-2x+m-2}$ xác định trên \mathbb{R}

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x + m - 2 \neq 0 \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x + m - 2 = 0 \text{ vonghiem}$$

$$\Leftrightarrow \Delta' < 0$$

$$\Leftrightarrow 1 - m + 2 < 0$$

$$\Leftrightarrow m > 3.$$

Chọn A.

Câu 23 (VD):

Phương pháp:

Thay tọa độ các điểm A, B, C vào hàm số, lập hệ phương trình và giải tìm a, b, c.

Cách giải:

Vì A, B, C thuộc đồ thị hàm số nên ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} -1 = c \\ -1 = a + b + c \\ 1 = a - b + c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \\ c = -1 \end{cases}$$

Vậy $y = x^2 - x - 1$.

Chọn B.

Câu 24 (VD):

Phương pháp:

Hàm số $y = \sqrt{f(x)}$ xác định $\Leftrightarrow f(x) \geq 0$.

Cách giải:

Hàm số $y = \sqrt{5-4x-x^2}$ xác định khi và chỉ khi $5-4x-x^2 \geq 0$.

Giải $5-4x-x^2 = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x+5) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -5 \end{cases}$.

Ta có bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-5	1	$+\infty$
$5-4x-x^2$	$-$	0	$+$	$-$

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy $5-4x-x^2 \geq 0 \Leftrightarrow x \in [-5;1]$.

Vậy giá trị dương lớn nhất để hàm số $y = \sqrt{5-4x-x^2}$ xác định là $x=1$.

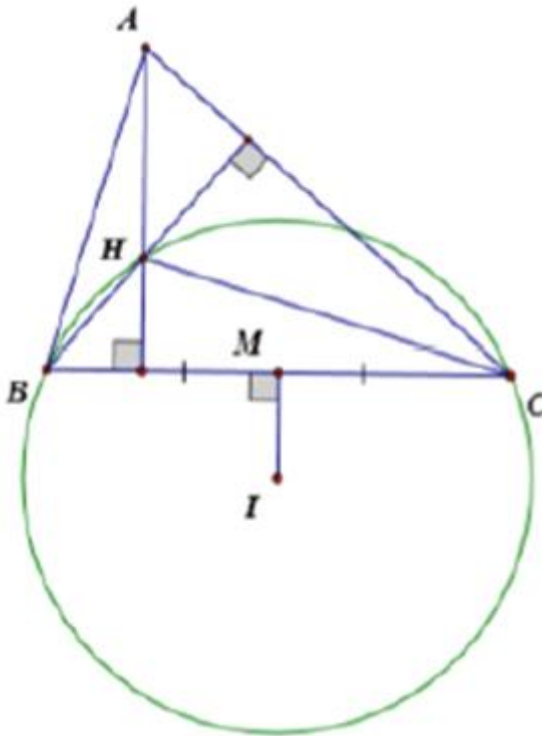
Chọn A.

Câu 25 (VD):

Phương pháp:

- Vẽ hình.
- Từ M là trung điểm BC . Xác định tính đúng sai của A và C .
- Chứng minh $IM // AH$. Suy ra $\overrightarrow{HA}, \overrightarrow{IM}$ cùng hướng.

Cách giải:



Vì $MB = MC$ suy ra $IM \perp BC$

Mà H là trực tâm của tam giác ABC nên $AH \perp BC$.

Suy ra $IM // AH$.

Từ đó, $\overrightarrow{HA}, \overrightarrow{IM}$ cùng hướng.

Chọn B.

Câu 26 (VD):

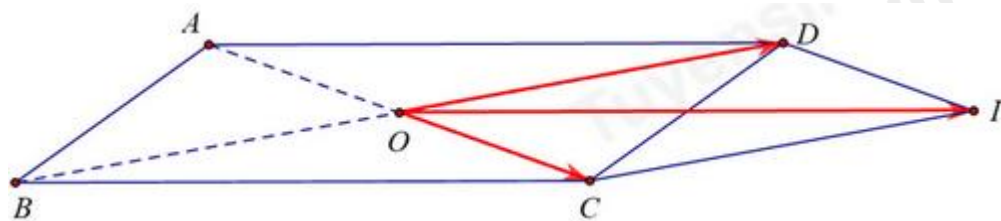
Phương pháp:

Cách 1: Gọi $O = AC \cap BD$, biểu diễn vectơ \vec{u} qua điểm O , và xác định hướng của \vec{u} .

Cách 2: Sử dụng quy tắc hình bình hành, biểu diễn \vec{AC} , \vec{BD} , thay vào vectơ \vec{u} .

Cách giải:

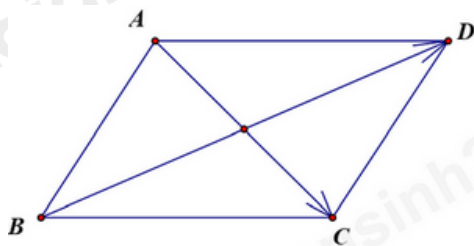
Cách 1:



Gọi $O = AC \cap BD$. Khi đó: $\vec{u} = \vec{AC} + \vec{BD} = 2\vec{OC} + 2\vec{OD} = 2(\vec{OD} + \vec{OC}) = 2\vec{OI}$

(Với I là điểm thỏa mãn tứ giác ODIC là hình bình hành như hình vẽ). Khi đó ta có \vec{u} cùng hướng với \vec{AD} .

Cách 2:



Ta có: $\vec{u} = \vec{AC} + \vec{BD} = (\vec{AB} + \vec{AD}) + (\vec{BA} + \vec{AD}) = 2\vec{AD}$.

Vậy \vec{u} cùng hướng với \vec{AD} .

Chọn B.

Câu 27 (VD):

Phương pháp:

Sử dụng phương pháp phân tích một vectơ theo hai vectơ không cùng phương.

Cách giải:

Theo đề bài, ta có hình vẽ:

$$\vec{MB} = 3\vec{MC} \Leftrightarrow \vec{MB} = 3(\vec{MB} + \vec{BC}) = 3\vec{MB} + 3\vec{BC} \Leftrightarrow \vec{MB} = \frac{3}{2}\vec{CB}$$

$$\Rightarrow \vec{AM} = \vec{AB} + \vec{BM} = \vec{AB} + \frac{3}{2}\vec{BC}$$

$$\Rightarrow \vec{AM} = \vec{AB} + \frac{3}{2}(\vec{BA} + \vec{AC}) = \vec{AB} - \frac{3}{2}\vec{AB} + \frac{3}{2}\vec{AC} = \frac{-1}{2}\vec{AB} + \frac{3}{2}\vec{AC}$$

$$\text{Mà } \vec{AB} = \vec{u}, \vec{AC} = \vec{v} \Rightarrow \vec{AM} = \frac{-1}{2}\vec{u} + \frac{3}{2}\vec{v}.$$

Chọn B.

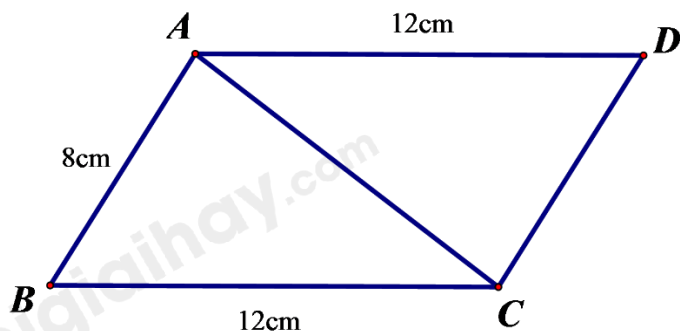
Câu 28 (VD):

Phương pháp:

Áp dụng công thức diện tích tam giác $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot \sin B \Rightarrow \cos B$

Và tính $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) = \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) = \cos BAD$

Cách giải:



$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot \sin ABC = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 12 \cdot \sin ABC = 27$$

$$\Rightarrow \sin ABC = \frac{9}{16}$$

$$\Rightarrow \cos ABC = \sqrt{1 - \left(\frac{9}{16}\right)^2}$$

$$\Rightarrow \cos ABC = \frac{5\sqrt{7}}{16} \quad (\text{vì } \angle ABC \text{ nhọn})$$

$$\Rightarrow \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) = \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) = \cos BAD = \cos 180^\circ - \angle ABC = -\cos ABC = -\frac{5\sqrt{7}}{16}$$

Chọn A.

Câu 29 (VDC):

Phương pháp:

Áp dụng: Trong tam giác đều, tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác cũng là trọng tâm của tam giác đó.

Cách giải:

Gọi G là trọng tâm tam giác ABC , ta có: $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$, $GA = GB = GC = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

và $\overrightarrow{GA} \cdot \overrightarrow{GB} = \overrightarrow{GB} \cdot \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{GC} \cdot \overrightarrow{GA} = -\frac{a^2}{6}$

Vì $\triangle ABC$ đều nên G cũng là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Ta có:

$$\overline{MA} \cdot \overline{MB} = (\overline{MG} + \overline{GA}) \cdot (\overline{MG} + \overline{GB}) = \overline{MG}^2 + \overline{MG} \cdot (\overline{GA} + \overline{GB}) + \overline{GA} \cdot \overline{GB}$$

$$\overline{MB} \cdot \overline{MC} = (\overline{MG} + \overline{GB}) \cdot (\overline{MG} + \overline{GC}) = \overline{MG}^2 + \overline{MG} \cdot (\overline{GB} + \overline{GC}) + \overline{GB} \cdot \overline{GC}$$

$$\overline{MC} \cdot \overline{MA} = (\overline{MG} + \overline{GC}) \cdot (\overline{MG} + \overline{GA}) = \overline{MG}^2 + \overline{MG} \cdot (\overline{GC} + \overline{GA}) + \overline{GC} \cdot \overline{GA}$$

$$\Rightarrow \overline{MA} \cdot \overline{MB} + \overline{MB} \cdot \overline{MC} + \overline{MC} \cdot \overline{MA} = 3\overline{MG}^2 + 3 \cdot \left(-\frac{a^2}{6}\right) = 3\overline{MG}^2 - \frac{a^2}{2}$$

$$\text{Mà } \overline{MA} \cdot \overline{MB} + \overline{MB} \cdot \overline{MC} + \overline{MC} \cdot \overline{MA} = \frac{a^2}{4} \text{ suy ra } \frac{a^2}{4} = 3\overline{MG}^2 - \frac{a^2}{2} \Rightarrow \overline{MG} = \frac{a}{2}.$$

Suy ra, điểm M nằm trên đường tròn tâm G bán kính $\frac{a}{2}$.

Chọn C.

Câu 30 (VDC):

Phương pháp:

Vì hàm số đạt giá trị lớn nhất trên \mathbb{R} bằng 4 khi $x = -1$ nên ta có đỉnh $I(-1; 4)$ được hệ 2 phương trình 3 ẩn a, b, c .

Sử dụng giả thiết tổng bình phương các nghiệm của phương trình $y = 0$ bằng 10 tức $x_1^2 + x_2^2 = 10$.

Áp dụng định lý Vi-et được phương trình thứ 3 ẩn a, b, c .

Ta giải hệ 3 phương trình 3 ẩn được a, b, c cần tìm.

Cách giải:

Hàm số $y = ax^2 + bx + c, a \neq 0$ là hàm số bậc 2 nên có đỉnh $I\left(\frac{-b}{2a}; \frac{-\Delta}{4a}\right)$

Vì hàm số đạt giá trị lớn nhất trên \mathbb{R} bằng 4 khi $x = -1$ nên đồ thị hàm số có đỉnh $I(-1; 4)$ và $a < 0$.

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{-b}{2a} = -1 \\ f(-1) = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 2a \\ a - b + c = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 2a \\ a - 2a + c = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 2a \\ c = 4 + a \end{cases}$$

Xét phương trình: $y = 0 \Leftrightarrow ax^2 + bx + c = 0$ có hai nghiệm $x_1, x_2 \Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow b^2 - 4ac > 0$.

$$\text{Áp dụng định lý Vi-et ta có: } \begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \\ x_1 x_2 = \frac{c}{a} \end{cases}.$$

Theo đề bài ta có: $x_1^2 + x_2^2 = 10 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 10$

$$\Leftrightarrow \left(-\frac{b}{a}\right)^2 - \frac{2c}{a} = 10$$

$$\Leftrightarrow \left(-\frac{2a}{a}\right)^2 - \frac{2c}{a} = 10$$

$$\Leftrightarrow 4a - 2c = 10a$$

$$\Leftrightarrow 6a + 2c = 0$$

$$\Leftrightarrow 6a + 2(4 + a) = 0$$

$$\Leftrightarrow 6a + 2a + 8 = 0$$

$$\Leftrightarrow a = -1 \text{ (tm)}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b = -2 \\ c = 3 \end{cases} \Rightarrow y = -x^2 - 2x + 3.$$

Chọn D.

Phần II: Tự luận (4 điểm)

Câu 1 (VD):

Phương pháp:

Chọn hệ trục tọa độ.

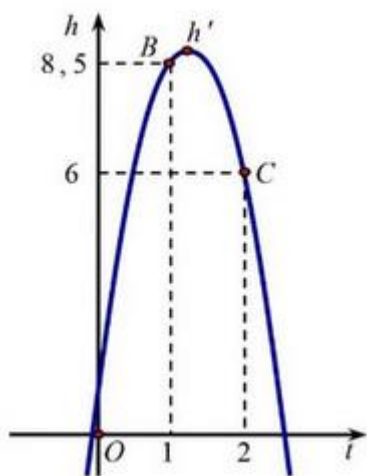
Giả sử (P) có phương trình $y = at^2 + bt + c, (a \neq 0)$.

Các điểm A, B, C tương ứng tại các thời điểm t là 0; 1; 2 thuộc (P) nên ta có các phương trình theo ẩn a, b, c.

Giải hệ phương trình ẩn a, b, c ta tìm được Parabol.

Cách giải:

Tại $t = 0 \Rightarrow h = 1,2; t = 1 \Rightarrow h = 8,5; t = 2 \Rightarrow h = 6$.



Chọn hệ trục Oth như hình, (P) có phương trình $y = at^2 + bt + c (a \neq 0)$.

Giả sử tại thời điểm t' thì quả bóng đạt độ cao lớn nhất h'.

Theo đề bài ta có:

tại $t = 0 \Rightarrow h = 1,2$ nên $A(0;1,2) \in (P)$.

tại $t = 1 \Rightarrow h = 8,5$ nên $B(1;8,5) \in (P)$.

tại $t = 2 \Rightarrow h = 6$ nên $B(2;6) \in (P)$.

Thay tọa độ 3 điểm A, B, C vào (P) ta có:

$$\begin{cases} c = 1,2 \\ a + b + c = 8,5 \\ 4a + 2b + c = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 1,2 \\ a = -4,9 \\ b = 12,2 \end{cases}$$

Vậy hàm số bậc hai cần tìm có dạng: $y = -4,9t^2 + 12,2t + 1,2$

Câu 2 (TH):

Phương pháp:

a) Từ hệ thức đề bài cho, xác định vị trí điểm E, F.

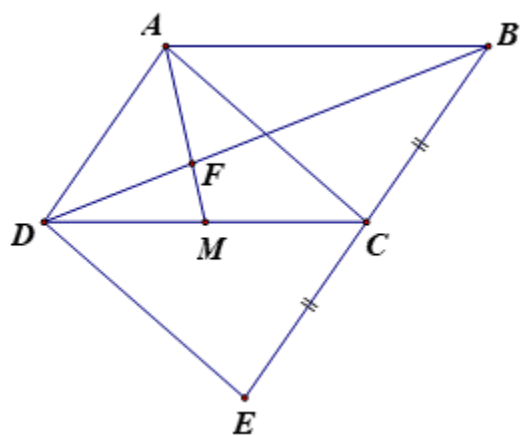
Tách biểu thức $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BF}$ rồi biến đổi đưa về dạng $\overrightarrow{AE} = k\overrightarrow{AF}$. Từ đó suy ra A, E, F thẳng hàng.

b) Chứng minh M là trung điểm AE.

Chứng minh ACED là hình hình hành.

Suy ra M là trung điểm CD.

Cách giải:



a) Ta có

$$2\overrightarrow{CE} + \overrightarrow{EB} = \vec{0} \Leftrightarrow 2\overrightarrow{CE} + \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{CB} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{CE} = -\overrightarrow{CB}, \text{ suy ra } C \text{ là trung điểm } EB.$$

$$3\overrightarrow{DF} + \overrightarrow{BD} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{DF} = \frac{1}{3}\overrightarrow{DB} \Rightarrow F \in BC \text{ sao cho } DF = \frac{1}{3}DB.$$

$$\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BF} = \overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}(\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}) = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AD}.$$

$$\text{Mặt khác } \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BE} = \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AF}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AE} = 3\overrightarrow{AF}$$

Vậy A, E, F thẳng hàng.

$$b) \overrightarrow{2AM} = 3\overrightarrow{AF} \Rightarrow \overrightarrow{2AM} = \overrightarrow{AE} \Rightarrow M \text{ là trung điểm } AE.$$

Mặt khác ACED là hình bình hành (vì $AD \parallel CE, AD = CE$) nên M cũng là trung điểm của CD.

Câu 3 (VDC):

Phương pháp:

Từ $a > 0$ và $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2; +\infty)$ xác định bất đẳng thức của $\frac{b}{a}$.

Chia cả tử và mẫu của P cho a^2 đưa về ẩn $\frac{b}{a}$ và tìm GTLN.

Cách giải:

Do $a > 0$ nên $f(x)$ đồng biến trên $\left(-\frac{b}{2a}; +\infty\right)$.

Từ đây ta có: $f(x)$ đồng biến trên $(-2; +\infty) \Leftrightarrow \frac{-b}{2a} \leq -2 \Leftrightarrow \frac{b}{a} \geq 4$.

$$\text{Ta có } P = \frac{6a^2}{5a^2 + 2ab + b^2} = \frac{6}{\left(\frac{b}{a}\right)^2 + 2\left(\frac{b}{a}\right) + 5} = \frac{6}{t^2 + 2t + 5}, \text{ với } t = \frac{b}{a} \geq 4.$$

Có $t^2 + 2t + 5 = (t+1)^2 + 4 \geq 29, \forall t \geq 4$. Dấu bằng xảy ra khi $t = 4$.

Do đó $\max P = \frac{6}{29}$, đạt được khi $\frac{b}{a} = 4$.