

## ĐỀ THI HỌC KÌ I – Đề số 4

Môn: Toán học - Lớp 10

Bộ sách Chân trời sáng tạo

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM



## Mục tiêu

- Ôn tập lý thuyết học kì I của chương trình sách giáo khoa Toán 10 – Chân trời sáng tạo.
- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm, tự luận Toán học.
- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dần trải tất cả các chương học kì I – chương trình Toán 10.

## I. Trắc nghiệm (6 điểm)

**Câu 1:** Cho mệnh đề chứa biến với  $x$  là số thực. Mệnh đề nào sau đây là đúng:

- A.  $P(3)$ .
- B.  $P(4)$ .
- C.  $P(1)$ .
- D.  $P(5)$ .

**Câu 2:** Cho mệnh đề “ $\forall x \in R, x^2 - x + 7 < 0$ ”. Hỏi mệnh đề nào là mệnh đề phủ định của mệnh đề trên?

- A.  $\exists x \in R, x^2 - x + 7 \geq 0$ .
- B.  $\forall x \in R, x^2 - x + 7 > 0$ .
- C.  $\forall x \in R, x^2 - x + 7 < 0$ .
- D.  $\nexists x \in R, x^2 - x + 7 < 0$ .

**Câu 3:** Cho hai tập hợp  $A = \{1; 2; 3\}$  và  $B = \{1; 2; 3; 4; 5\}$ . Có tất cả bao nhiêu tập  $X$  thỏa  $A \subset X \subset B$ ?

- A. 4.
- B. 5.
- C. 6.
- D. 8.

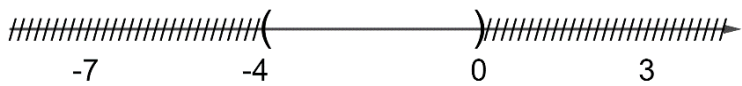



**Câu 4:** Hãy liệt kê các phần tử của tập  $X = \{x \in \mathbb{Q} \mid (x^2 - x - 6)(x^2 - 5) = 0\}$ .

- A.  $X = \{\sqrt{5}; 3\}$ .
- B.  $X = \{-\sqrt{5}; -2; \sqrt{5}; 3\}$ .
- C.  $X = \{-2; 3\}$ .
- D.  $X = \{-\sqrt{5}; \sqrt{5}\}$ .

**Câu 5:** Cho hai tập hợp  $A = \{0; 1; 2; 3; 4\}$ ,  $B = \{2; 3; 4; 5; 6\}$ . Tìm  $X = (A \setminus B) \cap (B \setminus A)$ .

- A.  $X = \{0; 1; 5; 6\}$ .
- B.  $X = \{1; 2\}$ .
- C.  $X = \{5\}$ .
- D.  $X = \emptyset$ .

**Câu 6:** Biểu diễn trên trục số các tập hợp  $[-7, 3] \setminus [-4, 0]$  là hình nào dưới đây.

- A. 
- B. 
- C. 
- D. 

**Câu 7:** Miền nghiệm của bất phương trình:  $3x + 2(y + 3) > 4(x + 1) - y + 3$  là nửa mặt phẳng chứa điểm:

- A.  $(3; 0)$ .
- B.  $(3; 1)$ .
- C.  $(2; 1)$ .
- D.  $(0; 0)$ .

**Câu 8:** Cho hệ bất phương trình  $\begin{cases} x + 3y - 2 \geq 0 \\ 2x + y + 1 \leq 0 \end{cases}$ . Trong các điểm sau, điểm nào thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình?

- A.  $M(0; 1)$ .
- B.  $N(-1; 1)$ .
- C.  $P(1; 3)$ .
- D.  $Q(-1; 0)$ .

**Câu 9:** Tiền thưởng (triệu đồng) của cán bộ và nhân viên trong một công ty được cho ở bảng dưới đây:

Tiền thưởng	1	2	3	4	5	Cộng
Tần số	10	12	11	15	2	50

Tìm Một  $M_0$  ?

- A.  $M_0 = 4$

B.  $M_0 = 15$

C.  $M_0 = 5$

D.  $M_0 = 11$

**Câu 10:** Thống kê điểm thi môn Ngữ văn trong một kì thi của 380 em học sinh. Người ta thấy có 10 bài được điểm 8. Hỏi tần suất có giá trị  $x_i = 8$  là bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến 2 chữ số thập phân)

A. 2,63%

B. 2,11%

C. 2,10%

D. 4,74%

**Câu 11:** Tiền thưởng (triệu đồng) của cán bộ và nhân viên trong một công ty được cho ở bảng dưới đây:

Tiền thưởng	2	3	4	5	6	Cộng
Tần số	5	15	10	6	4	40

Tính tiền thưởng trung bình:

A. 3725000 đồng

B. 3745000 đồng

C. 3715000 đồng

D. 3625000 đồng

**Câu 12:** Các giá trị xuất hiện nhiều nhất trong mẫu số liệu được gọi là:

A. Độ lệch chuẩn

B. Số trung bình

C. Mốt

D. Số trung vị

**Câu 13:** Cho mẫu số liệu thống kê 6;4;4;1;9;10;7 . Số liệu trung vị của mẫu số liệu thống kê trên là:

A. 1

B. 6

C. 4

D. 10

**Câu 14:** Có 100 học sinh tham dự kì thi HSG Toán (thang điểm 20 điểm) kết quả như sau:

Điểm	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	Cộng
Tần số	2	1	2	10	8	8	24	18	14	10	3	100

Tính độ lệch chuẩn (kết quả làm tròn đến hai chữ số thập phân).

A. 4,67

B. 2,16

C. 4,70

D. 2,17

**Câu 15:** Tìm tập xác định  $D$  của hàm số  $y = \frac{x^2 + 1}{x^2 + 3x - 4}$ .

- A.  $D = \{1; -4\}$ .
- B.  $D = \mathbb{R} \setminus \{1; -4\}$ .
- C.  $D = \mathbb{R} \setminus \{1; 4\}$ .
- D.  $D = \mathbb{R}$ .

**Câu 16:** Tìm tập xác định  $D$  của hàm số  $y = \frac{\sqrt{6-3x} + \sqrt{x+2}}{5x}$ .

- A.  $D = [-2; 2]$ .
- B.  $D = (-2; 2) \setminus \{0\}$ .
- C.  $D = [-2; 2] \setminus \{0\}$ .
- D.  $D = \mathbb{R}$ .

**Câu 17:** Cho hàm số  $f(x) = 4 - 3x$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên  $\left(-\infty; \frac{4}{3}\right)$ .
- B. Hàm số nghịch biến trên  $\left(\frac{4}{3}; +\infty\right)$ .
- C. Hàm số đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .
- D. Hàm số đồng biến trên  $\left(\frac{3}{4}; +\infty\right)$ .

**Câu 18:** Cho hàm số  $y = \frac{\sqrt{x-2} - 2}{x-6}$ . Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số:

- A.  $(6; 0)$ .
- B.  $(2; -0,5)$ .
- C.  $(2; 0,5)$ .
- D.  $(0; 6)$ .

**Câu 19:** Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = x - 2\sqrt{x-3}$  là:

- A.  $-2$
- B.  $-1$
- C.  $0$
- D.  $2$

**Câu 20:** Tọa độ đỉnh của parabol  $y = -2x^2 - 4x + 6$  là

- A.  $I(-1; 8)$ .
- B.  $I(1; 0)$ .
- C.  $I(2; -10)$ .
- D.  $I(-1; 6)$ .

**Câu 21:** Tính giá trị biểu thức  $P = \sin 30^\circ \cos 60^\circ + \sin 60^\circ \cos 30^\circ$ .

- A.  $P = 1$ .
- B.  $P = 0$ .
- C.  $P = \sqrt{3}$ .
- D.  $P = -\sqrt{3}$ .

**Câu 22:** Tam giác ABC có  $\hat{B} = 60^\circ$ ,  $\hat{C} = 45^\circ$  và  $AB = 5$ . Tính độ dài cạnh AC.

- A.  $AC = \frac{5\sqrt{6}}{2}$ .
- B.  $AC = 5\sqrt{3}$ .
- C.  $AC = 5\sqrt{2}$ .
- D.  $AC = 10$ .

**Câu 23:** Tam giác ABC có  $AB = 4$ ,  $BC = 6$ ,  $AC = 2\sqrt{7}$ . Điểm  $M$  thuộc đoạn BC sao cho  $MC = 2MB$ . Tính độ dài cạnh AM.

- A.  $AM = 4\sqrt{2}$ .
- B.  $AM = 3$ .
- C.  $AM = 2\sqrt{3}$ .
- D.  $AM = 3\sqrt{2}$ .

**Câu 24:** Tam giác ABC có  $\angle A = 45^\circ$ ,  $c = 6$ ,  $\angle B = 75^\circ$ . Độ dài bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác bằng:

- A.  $8\sqrt{3}$
- B.  $2\sqrt{3}$
- C.  $6\sqrt{3}$
- D.  $4\sqrt{3}$

**Câu 25:** Cho tam giác ABC có trung tuyến BM và trọng tâm  $G$ . Đặt  $\overrightarrow{BC} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{BA} = \vec{b}$ . Hãy phân tích vectơ  $\overrightarrow{BG}$  theo  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$ .

- A.  $\overrightarrow{BG} = \frac{1}{3}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b}$
- B.  $\overrightarrow{BG} = \frac{2}{3}\vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b}$
- C.  $\overrightarrow{BG} = \frac{1}{3}\vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b}$
- D.  $\overrightarrow{BG} = \frac{2}{3}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b}$

**Câu 26:** Cho tam giác ABC với  $M, N, P$  lần lượt là trung điểm của  $BC, CA, AB$ . Khẳng định nào sau đây sai?

- A.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \vec{0}$ .
- B.  $\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CN} = \vec{0}$ .
- C.  $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{PM} = \vec{0}$ .
- D.  $\overrightarrow{PB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MP}$ .

**Câu 27:** Gọi  $O$  là tâm hình vuông ABCD. Tính  $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC}$ .

- A.  $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{BC}$ .  
 B.  $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{DA}$ .  
 C.  $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OA}$ .  
 D.  $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{AB}$ .

**Câu 28:** Tam giác ABC có  $AB = AC = a$  và  $BAC = 120^\circ$ . Tính  $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|$ .

- A.  $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = a\sqrt{3}$ .  
 B.  $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = a$ .  
 C.  $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = \frac{a}{2}$ .  
 D.  $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 2a$ .

**Câu 29:** Cho hình vuông ABCD cạnh a. Tính  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ .

- A.  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = a^2$ .  
 B.  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = a^2\sqrt{2}$ .  
 C.  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{\sqrt{2}}{2}a^2$ .  
 D.  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}a^2$ .

**Câu 30:** Cho hình vuông ABCD cạnh a. Tính  $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DA}|$ .

- A.  $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DA}| = 0$ .  
 B.  $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DA}| = a$ .  
 C.  $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DA}| = a\sqrt{2}$ .  
 D.  $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DA}| = 2a$ .

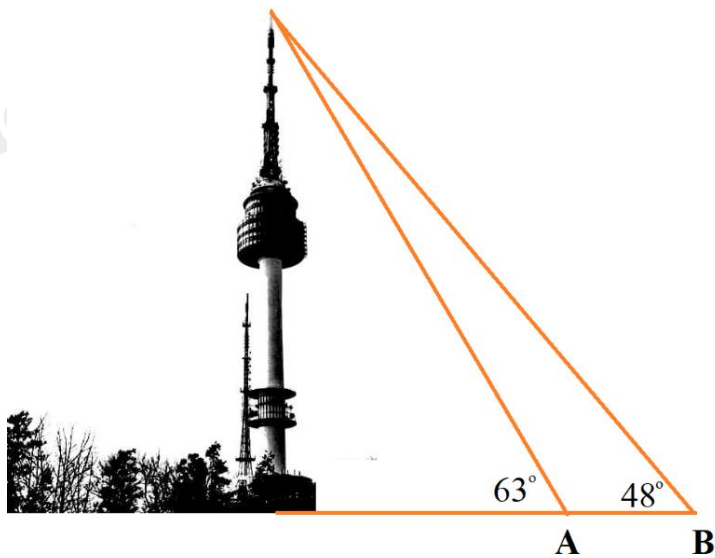
## II. Tự luận (4 điểm)

**Câu 1:** Trong lớp 10C có 40 học sinh trong đó có 20 em thích môn Toán, 18 em thích môn Anh và 12 em không thích môn nào. Tính số học sinh thích cả hai môn Toán và Anh.

**Câu 2:**

- a) Xác định parabol  $(P): y = 2x^2 + bx + c$ , biết rằng  $(P)$  đi qua điểm  $M(0;4)$  và có trục đối xứng  $x = 1$ .  
 b) Xét sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số trên.

**Câu 3:** Để đo chiều cao ngọn tháp, người ta đánh dấu hai điểm A, B trên mặt đất sao cho ba điểm A, B và chân tháp thẳng hàng;  $AB = 100$  m. Tại A và B người ta xác định được góc nhìn tháp (như hình vẽ) lần lượt là  $63^\circ$  và  $48^\circ$ . Tính chiều cao của tháp.



**Câu 4.** Cho tam giác ABC. Gọi M là trung điểm của AB và N là điểm trên cạnh AC sao cho  $NC = 2NA$ . Gọi K là trung điểm của MN.

a) Chứng minh rằng:  $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$ .

b) Gọi D là trung điểm của BC. Chứng minh rằng:  $\overrightarrow{KD} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ .

----- Hết -----

**I. Trắc nghiệm (6 điểm)**

1.C	2.C	3.D	4.D	5.A	6.B	7.C	8.C	9.B	10.C
11.A	12.C	13.C	14.C	15.C	16.A	17.D	18.A	19.D	20.A
21.D	22.C	23.B	24.B	25.D	26.B	27.B	28.D	29.B	30.D

**Câu 1 (TH):****Cách giải:**

$P(3)$ : là mệnh đề sai.

$P(4)$ : là mệnh đề sai.

$P(1)$ : là mệnh đề sai.

$P(5)$ : là mệnh đề đúng.

**Chọn D.****Câu 2 (TH):****Phương pháp:**

Phủ định của  $\forall$  là  $\exists$ , phủ định của  $<$  là  $\geq$

**Cách giải:**

Phủ định của  $\forall x \in R, x^2 - x + 7 < 0$  là  $\exists x \in R, x^2 - x + 7 \geq 0$ .

**Chọn A.****Câu 3 (NB):****Phương pháp:**

$$X \subset Y \Leftrightarrow \forall x \in X \Rightarrow x \in Y$$

**Cách giải:**

Ta có  $A \subset X$  nên  $X$  có ít nhất 3 phần tử  $\{1; 2; 3\}$ .

Ta có  $X \subset B$  nên  $X$  phải có nhiều nhất 5 phần tử và các phần tử thuộc  $X$  cũng thuộc  $B$ .

Do đó các tập  $X$  thỏa mãn là có 4 tập thỏa mãn.

**Chọn A.****Câu 4 (TH):****Phương pháp:**



Giải phương trình  $(x^2 - x - 6)(x^2 - 5) = 0$  và lấy các nghiệm hữu tỉ.

**Cách giải:**

$$\text{Ta có } (x^2 - x - 6)(x^2 - 5) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x - 6 = 0 \\ x^2 - 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \in \mathbb{Q} \\ x = -2 \in \mathbb{Q} \\ x = \sqrt{5} \notin \mathbb{Q} \\ x = -\sqrt{5} \notin \mathbb{Q} \end{cases}.$$

Do đó  $X = \{-2; 3\}$ .

**Chọn C.**

**Câu 5 (TH):**

**Phương pháp:**

Áp dụng định nghĩa tìm các phép toán trên tập hợp.

**Cách giải:**

$$\text{Ta có } \begin{cases} A \setminus B = \{0; 1\} \\ B \setminus A = \{5; 6\} \end{cases} \Rightarrow (A \setminus B) \cap (B \setminus A) = \emptyset.$$

**Chọn D.**

**Câu 6 (TH): -**

**Phương pháp:**

Biểu diễn các tập hợp trên trục số và áp dụng định nghĩa các phép toán trên tập hợp.

**Cách giải:**



$$[-7; 3] \setminus [-4; 0] = [-7; -4) \cup (0; 3]$$

**Chọn B.**

**Câu 7 (NB):**

**Phương pháp:**

Thay tọa độ các điểm vào bất phương trình và kiểm tra tính đúng sai.

**Cách giải:**

$$\text{Ta có } 3x + 2(y + 3) > 4(x + 1) - y + 3 \Leftrightarrow -x + 3y - 1 > 0.$$

Vì  $-2 + 3 \cdot 1 - 1 > 0$  là mệnh đề đúng nên miền nghiệm của bất phương trình trên chứa điểm có tọa độ  $B$ .

**Chọn C.**

**Câu 8 (TH):**

**Phương pháp:**

Thay tọa độ các điểm vào bất phương trình và kiểm tra tính đúng sai

**Cách giải:**

Ta thay lần lượt tọa độ các điểm vào hệ bất phương trình.

$$\text{Với } M(0;1) \Rightarrow \begin{cases} 0+3.1-2 \geq 0 \\ 2.0+1+1 \leq 0 \end{cases}. \text{ Bất phương trình thứ hai sai nên A sai.}$$

$$\text{Với } N(-1;1) \Rightarrow \begin{cases} -1+3.1-2 \geq 0 \\ 2.(-1)+1+1 \leq 0 \end{cases} : \text{Đúng.}$$

**Chọn B.**

**Câu 9 (NB):**

**Phương pháp:**

Mốt là giá trị có tần số lớn nhất trong mẫu.

**Cách giải:**

Tiền thưởng 4 triệu đồng được thưởng cho 15 người  $\Rightarrow M_0 = 4$

**Chọn A.**

**Câu 10 (TH):**

**Phương pháp:**

Tần suất  $f_i$  của giá trị  $x_i$  là tỉ số giữa tần số  $n$  và kích thước mẫu  $N$  có công thức  $f_i = \frac{n}{N}$ .

**Cách giải:**

$$\text{Tần suất } f = \frac{10}{380} = \frac{1}{38} \approx 2,63\%$$

**Chọn A.**

**Câu 11 (TH):**

**Phương pháp:**

$$\text{Số trung bình là } \bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n}$$

**Cách giải:**

Tiền thưởng trung bình:

$$\bar{x} = \frac{5.2+15.3+10.4+6.5+4.6}{40}$$

$$\bar{x} = 3,725 \text{ (triệu đồng)}$$

**Chọn A.**

**Câu 12 (TH):**

**Phương pháp:**

Các giá trị xuất hiện nhiều nhất trong mẫu số liệu được gọi là một

**Cách giải:**

**Chọn C.**

**Câu 13 (TH):**

**Phương pháp:**

Bước 1: Sắp thứ tự các số liệu thống kê thành 1 dãy không giảm (không tăng).

Bước 2:

+ Nếu số phần tử lẻ thì  $M_e$  là số đứng giữa dãy.

+ Nếu số phần tử chẵn thì  $M_e$  là trung bình cộng của 2 số đứng giữa dãy.

**Cách giải:**

Sắp thứ tự các số liệu thống kê thành một dãy không giảm là:

1      4      4      6      7      9      10

Vậy số trung vị là  $M_e = 6$

**Chọn B.**

**Câu 14 (TH):**

**Phương pháp:**

Dùng MTCT để tính

**Cách giải:**

+ Điểm trung bình của 100 học sinh là:  $\bar{x} = 15,09$

+ Độ lệch chuẩn:

$$S = \sqrt{\frac{1}{100} \left[ 2 \cdot (9 - 15,09)^2 + 1 \cdot (10 - 15,09)^2 + \dots + 3 \cdot (19 - 15,09)^2 \right]}$$

$$S \approx 2,17$$

**Chọn D.**

**Câu 15 (NB):**

**Phương pháp:**

Hàm phân thức xác định khi mẫu thức khác 0.

**Cách giải:**

Hàm số xác định khi và chỉ khi  $x^2 + 3x - 4 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x \neq -4 \end{cases}$

Vậy TXĐ của hàm số là  $D = \mathbb{R} \setminus \{1; -4\}$ .

**Chọn B.****Câu 16 (TH):****Phương pháp:**

Căn bậc 2 xác định khi biểu thức trong căn không âm.

**Cách giải:**

$$\text{ĐKXĐ: } \begin{cases} 6-3x \geq 0 \\ x+2 \geq 0 \\ x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x \geq -2 \\ x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 \leq x \leq 2 \\ x \neq 0 \end{cases}.$$

Vậy TXĐ của hàm số là  $D = [-2; 2] \setminus \{0\}$ .**Chọn C.****Câu 17 (TH):****Cách giải:**TXĐ:  $D = \mathbb{R}$ . Với mọi  $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$  và  $x_1 < x_2$ , ta có

$$f(x_1) - f(x_2) = (4 - 3x_1) - (4 - 3x_2) = -3(x_1 - x_2) > 0.$$

Suy ra  $f(x_1) > f(x_2)$ . Do đó, hàm số nghịch biến trên  $\mathbb{R}$ .Mà  $\left(\frac{4}{3}; +\infty\right) \subset \mathbb{R}$  nên hàm số cũng nghịch biến trên  $\left(\frac{4}{3}; +\infty\right)$ .**Chọn B.****Câu 18 (TH):****Phương pháp:**

Thay tọa độ các điểm ở các đáp án vào hàm số. Điểm nào thỏa mãn hàm số thì sẽ thuộc đồ thị hàm số.

**Cách giải:**Thay  $x = 2$  vào hàm số ta được:  $y = \frac{\sqrt{2-2} - 2}{2-6} = \frac{-2}{-4} = 0,5$  nên điểm  $(2; 0,5)$  thuộc đồ thị hàm số.**Chọn C.****Câu 19 (VD):****Phương pháp:**

Phân tích biểu thức về dạng có hằng đẳng thức

**Cách giải:**

$$D = [3; +\infty)$$

$$y = x - 2\sqrt{x-3} = (x-3 - 2\sqrt{x-3} + 1) + 2 = (\sqrt{x-3} - 1)^2 + 2 \geq 2 \text{ khi } x = 4.$$

**Chọn D.**

**Câu 20 (NB):****Phương pháp:**

Cho hàm số bậc hai  $y = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ ) có đồ thị  $(P)$ , đỉnh của  $(P)$  là  $I\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$

**Cách giải:**

$$\text{Toạ độ đỉnh của parabol } y = -2x^2 - 4x + 6 \text{ là } \begin{cases} x = -\frac{-4}{2 \cdot (-2)} = -1 \\ y = -2 \cdot (-1)^2 - 4 \cdot (-1) + 6 = 8 \end{cases} \Rightarrow I(-1; 8).$$

**Chọn A.****Câu 21 (NB):****Phương pháp:**

Dùng bảng các giá trị lượng giác đặc biệt.

**Cách giải:**

Tra bảng giá trị lượng giác của các góc đặc biệt, ta được

$$\sin 30^\circ = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}; \sin 60^\circ = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\Rightarrow P = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 1$$

**Chọn A.****Chọn D.****Câu 22 (NB):****Phương pháp:**

Dùng định lý cosin  $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos B$

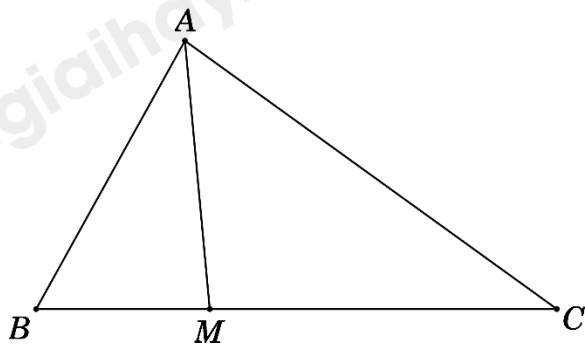
**Cách giải:**

$$\text{Theo định lý hàm sin, ta có } \frac{AB}{\sin C} = \frac{AC}{\sin B} \Leftrightarrow \frac{5}{\sin 45^\circ} = \frac{AC}{\sin 60^\circ} \Rightarrow AC = \frac{5\sqrt{6}}{2}$$

**Chọn A.****Câu 23 (TH):****Phương pháp:**

$$\text{Dùng định lý cosin } \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

**Cách giải:**



Theo định lí hàm cosin, ta có:  $\cos B = \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2AB \cdot BC} = \frac{4^2 + 6^2 - (2\sqrt{7})^2}{2 \cdot 4 \cdot 6} = \frac{1}{2}$

Do  $MC = 2MB \Rightarrow BM = \frac{1}{3}BC = 2$

Theo định lí hàm cosin, ta có

$$\begin{aligned} AM^2 &= AB^2 + BM^2 - 2 \cdot AB \cdot BM \cdot \cos B \\ &= 4^2 + 2^2 - 2 \cdot 4 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} = 12 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow AM = 2\sqrt{3}$$

**Chọn C.**

**Câu 24 (TH):**

**Phương pháp:**

Tính  $\angle C = 180^\circ - (\angle A + \angle B)$ .

Sử dụng định lí sin:  $\frac{c}{\sin C} = 2R$ .

**Cách giải:**

Ta có:  $\angle C = 180^\circ - (\angle A + \angle B) = 60^\circ$ .

Áp dụng định lí sin ta có:  $\frac{c}{\sin C} = 2R \Rightarrow R = \frac{c}{2 \sin C} = \frac{6}{2 \sin 60^\circ} = 2\sqrt{3}$ .

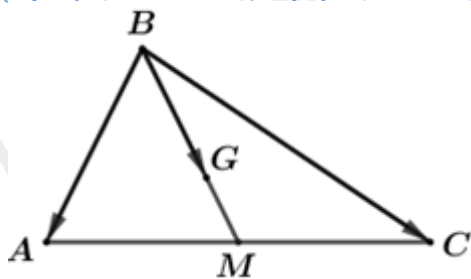
**Chọn B.**

**Câu 25 (TH):**

**Phương pháp:**

Áp dụng quy tắc cộng vectơ, quy tắc hình bình hành để biểu diễn vectơ.

**Cách giải:**



$$\overrightarrow{BM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}) = \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{BG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BM} = \frac{2}{3} \cdot \left( \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} \right) = \frac{1}{3}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$$

Mặt khác,  $\overrightarrow{BA} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$  nên ta có:  $\overrightarrow{BG} = \frac{1}{3}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b}$

$$\text{Vậy } \overrightarrow{BG} = \frac{1}{3}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b}.$$

**Chọn A.**

**Câu 26 (TH):**

**Phương pháp:**

Dùng quy tắc cộng, trừ hai vectơ

**Cách giải:**

Xét các đáp án:

$$\text{Đáp án A. Ta có } \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{AA} = \vec{0}.$$

$$\text{Đáp án B. Ta có } \overrightarrow{AP} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CA}$$

$$= \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}) = \frac{1}{2}\overrightarrow{AA} = \vec{0}.$$

$$\text{Đáp án C. Ta có } \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{PM} = \overrightarrow{MM} = \vec{0}.$$

$$\text{Đáp án D. Ta có } \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{MC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{PM} = -\overrightarrow{MP}.$$

**Chọn D.**

**Câu 27 (VD):**

**Phương pháp:**

Dùng quy tắc cộng, trừ hai vectơ

**Cách giải:**

$$\text{Ta có } \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DA}.$$

**Chọn B.**

**Câu 28 (VD):**

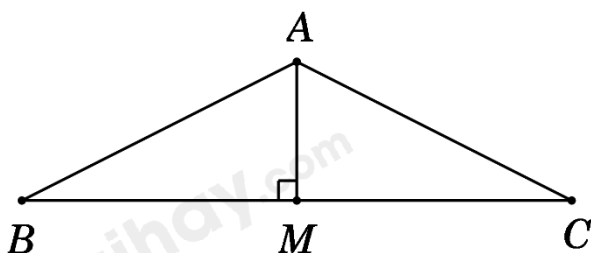
**Phương pháp:**

Nếu  $M$  là trung điểm của  $AB$  thì với mọi điểm  $O$  là luôn có  $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = 2\overrightarrow{OM}$

**Cách giải:**

Gọi  $M$  là trung điểm  $BC \Rightarrow AM \perp BC$ .

Trong tam giác vuông  $AMB$ , ta có  $AM = AB \cdot \sin \angle ABM = a \cdot \sin 30^\circ = \frac{a}{2}$ .



Ta có  $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |2\overrightarrow{AM}| = 2AM = a$ .

**Chọn B.**

**Câu 29:**

**Phương pháp:**

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$$

**Cách giải:**

Ta có  $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \angle BAC = 45^\circ$  nên  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \cdot AC \cdot \cos 45^\circ = a \cdot a \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = a^2$

**Chọn A.**

**Câu 30 (TH):**

**Phương pháp:**

**Cách giải:**

Ta có  $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DA}| = |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{AC}| = AC = a\sqrt{2}$ .

**Chọn C.**

**II. Tự luận (4 điểm)**

**Câu 1 (VD):**

**Phương pháp:**

Dùng các phép toán trên tập hợp



**Cách giải:**

Gọi tập hợp các học sinh thích môn Toán là A. Khi đó  $n(A)=20$

Gọi tập hợp các học sinh thích môn Anh là B. Khi đó  $n(B)=18$

Số học sinh học thích môn Toán hoặc thích môn Anh là  $n(A \cup B)$  là  $40 - 12 = 28$  học sinh

Vậy số học sinh thích môn cả 2 môn Toán, Anh là  $n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B) = 20 + 18 - 28 = 10$

Vậy có tất cả 10 học sinh vừa thích môn Toán vừa thích môn Anh.

**Câu 2 (VD):**

**Phương pháp:**

a) Hàm số  $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$  có trục đối xứng  $x = -\frac{b}{2a}$ .

b) Sự biến thiên

$a > 0$		
$x$	$-\infty$	$+\infty$
	$-\frac{b}{2a}$	
$y$	$+\infty$	$+\infty$
	$\searrow$	$\nearrow$
	$-\frac{b^2 - 4ac}{4a}$	

$a < 0$		
$x$	$-\infty$	$+\infty$
	$-\frac{b}{2a}$	
$y$	$+\infty$	$+\infty$
	$\nearrow$	$\searrow$
	$-\frac{b^2 - 4ac}{4a}$	

\* Vẽ đồ thị

+ Đỉnh I  $\left(-\frac{b}{2a}; \frac{-\Delta}{4a}\right)$

+ Trục đối xứng  $x = -\frac{b}{2a}$

+ Giao với các trục (nếu có)

+ Lấy các điểm thuộc đồ thị (đối xứng nhau qua trục đối xứng).

**Cách giải:**

a. Hàm số (P):  $y = 2x^2 + bx + c$ , có  $a = 2$

Ta có  $M(0;4) \in (P)$  suy ra  $4 = 2.0^2 + b.0 + c \Leftrightarrow c = 4$

Mà (P) có trục đối xứng  $x = 1$ . Do đó  $-\frac{b}{2a} = 1 \Leftrightarrow b = -2a = -2.2 = -4$

Vậy hàm số có dạng  $y = 2x^2 - 4x + 4$

b.  $y = 2x^2 - 4x + 4$

Đỉnh S có tọa độ  $x = -\frac{-4}{2.2} = 1, y = 2.1^2 - 4.1 + 4 = 2$

Vì hàm số có  $a = 2 > 0$  nên ta có bảng biến thiên

$x$	$-\infty$	$1$	$+\infty$
$y$	$+\infty$	$2$	$+\infty$

Vậy hàm số đồng biến trên  $(1; +\infty)$ , nghịch biến trên  $(-\infty; 1)$ .

\* Đồ thị:

Trong mặt phẳng Oxy đồ thị của  $y = 2x^2 - 4x + 4$  là parabol (P) có:

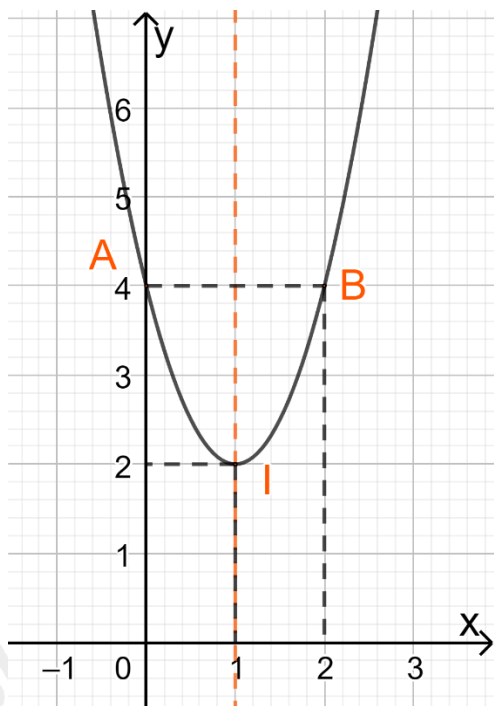
Đỉnh I (1;2)

Trục đối xứng là  $x = 1$

Bề lõm quay lên trên

Cắt trục tung tại điểm A(0,4)

Lấy điểm B(2;4) đối xứng với A qua trục đối xứng.



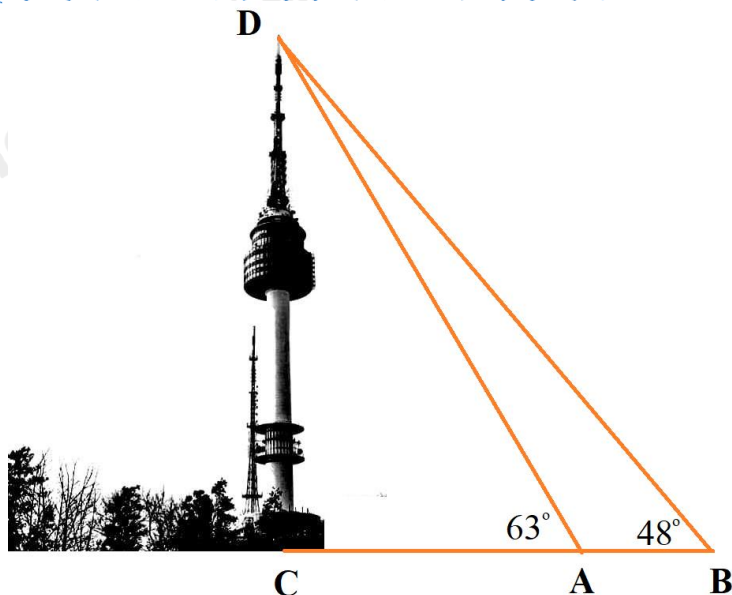
**Câu 3 (TH):**

**Phương pháp:**

Áp dụng định lí sin.

**Cách giải:**

Gọi D là đỉnh tháp, C là điểm chính giữa của chân tháp. Khi đó chiều cao của tháp là CD.



Ta có:  $CAD = 63^\circ, CBD = 48^\circ \Rightarrow DAB = 180^\circ - CAD = 180^\circ - 63^\circ = 117^\circ$

Xét tam giác DAB ta có:  $AB = 100, \hat{A} = 117^\circ, \hat{B} = 48^\circ \Rightarrow ADB = 180^\circ - 117^\circ - 48^\circ = 15^\circ$

Áp dụng định lí sin ta được:  $\frac{AB}{\sin ADB} = \frac{DB}{\sin DAB} \Leftrightarrow \frac{100}{\sin 15^\circ} = \frac{DB}{\sin 117^\circ}$

$$\Rightarrow DB = \sin 117^\circ \cdot \frac{100}{\sin 15^\circ}$$

Lại có:  $\triangle DCB$  vuông tại C, suy ra  $CD = DB \cdot \sin B$

$$\Leftrightarrow CD = \sin 117^\circ \cdot \frac{100}{\sin 15^\circ} \cdot \sin 48^\circ \approx 256$$

Vậy tháp đó cao khoảng 256m.

#### Câu 4 (VD):

#### Phương pháp:

Nếu M là trung điểm của AB thì với mọi điểm O ta luôn có  $\vec{OA} + \vec{OB} = 2\vec{OM}$

#### Cách giải:

a) Ta có:  $\vec{AK} = \frac{1}{2}(\vec{AM} + \vec{AN})$  (vì K là trung điểm của MN)

Mà M là trung điểm AB, suy ra  $\vec{AM} = \frac{1}{2}\vec{AB}$

Lại có:  $NA = \frac{1}{2}NC \Rightarrow AN = \frac{1}{3}AC \Rightarrow \vec{AN} = \frac{1}{3}\vec{AC}$

$$\Rightarrow \vec{AK} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AC}\right) = \frac{1}{4}\vec{AB} + \frac{1}{6}\vec{AC}$$

b) Ta có:  $\overrightarrow{KD} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{KB} + \overrightarrow{KC})$  (do D là trung điểm BC)

$$= \frac{1}{2}(\overrightarrow{KA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{KA} + \overrightarrow{AC}) = \overrightarrow{KA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{AK} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$$

$$= -\frac{1}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{6}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} \text{ (đpcm)}$$