

## ĐỀ THI HỌC KÌ I – Đề số 5

Môn: Toán học - Lớp 10

Bộ sách Cánh diều

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM



## Mục tiêu

- Ôn tập lý thuyết học kì I của chương trình sách giáo khoa Toán 10 – Cánh diều.
- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm, tự luận Toán học.
- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dàn trải tất cả các chương học kì I – chương trình Toán 10.

## Phần 1: Trắc nghiệm (5 điểm)

Câu 1: Câu nào sau đây **không phải** là mệnh đề?

- A. Bạn bao nhiêu tuổi?
- B. Hôm nay là chủ nhật.
- C. Trái đất hình tròn.
- D.  $4 \neq 5$

Câu 2: Cho hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  khác  $\vec{0}$ . Xác định góc  $\alpha$  giữa hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  khi  $2\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$ .

- A.  $\alpha = 180^\circ$ .
- B.  $\alpha = 120^\circ$ .
- C.  $\alpha = 90^\circ$ .
- D.  $\alpha = 60^\circ$ .

Câu 3: Cho tam giác ABC có M, N, Q lần lượt là trung điểm của AB, BC, CA. Khi đó vectơ  $\vec{AB} + \vec{BM} + \vec{NA} + \vec{BQ}$  bằng vectơ nào sau đây?

- A.  $\vec{CB}$ .
- B.  $\vec{BA}$ .
- C.  $\vec{0}$ .
- D.  $\vec{BC}$ .

Câu 4: Cho tam giác ABC có  $AB = 6$ ,  $AC = 8$  và  $\angle BAC = 120^\circ$ . Độ dài cạnh BC bằng:

- A. 10.
- B.  $2\sqrt{13}$ .
- C. 12.
- D.  $2\sqrt{37}$ .

Câu 5: Cặp số  $(x;y)$  nào là sau đây là một nghiệm của bất phương trình  $x - y + 3 > 0$ .

- A.  $(x;y) = (0;4)$ .

B.  $(x;y) = (2;5)$ .

C.  $(x;y) = (1;3)$ .

D.  $(x;y) = (1;4)$ .

**Câu 6:** Cho hình bình hành ABCD. Nếu viết được  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = k\overrightarrow{AC}$  thì k bằng

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

**Câu 7:** Gọi a, b, c, r, R, S lần lượt là độ dài ba cạnh, bán kính đường tròn nội tiếp, ngoại tiếp và diện tích của tam giác ABC. Khẳng định nào sau đây là đúng

A.  $S = p.R$  với  $p = \frac{a+b+c}{2}$ .

B.  $S = \frac{abc}{4R}$ .

C.  $S = \frac{1}{2}\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$  với  $p = \frac{a+b+c}{2}$ .

D.  $S = \frac{1}{2}ab \cos C$ .

**Câu 8:** Tập xác định của hàm số  $y = \sqrt{x^2 - 3x + 2} + \frac{1}{\sqrt{x+3}}$  là

A.  $(-3; +\infty)$ .

B.  $(-3; 1] \cup [2; +\infty)$ .

C.  $(-3; 1) \cup (2; +\infty)$ .

D.  $(-3; 1) \cup (2; +\infty)$ .

**Câu 9:** Cho hai tập hợp  $P = [-4; 5)$  và  $Q = (-3; +\infty)$ . Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

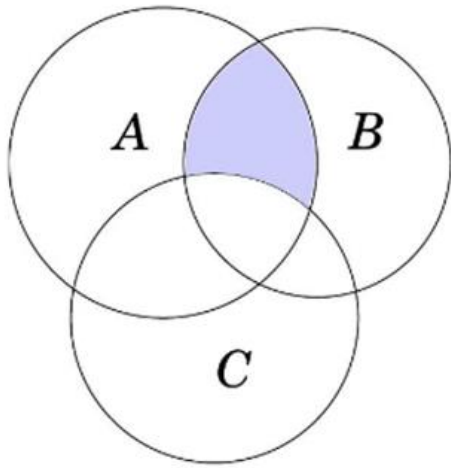
A.  $P \setminus Q = [-4; -3]$ .

B.  $P \cap Q = (-3; 5]$ .

C.  $P \cup Q = [-4; 5)$ .

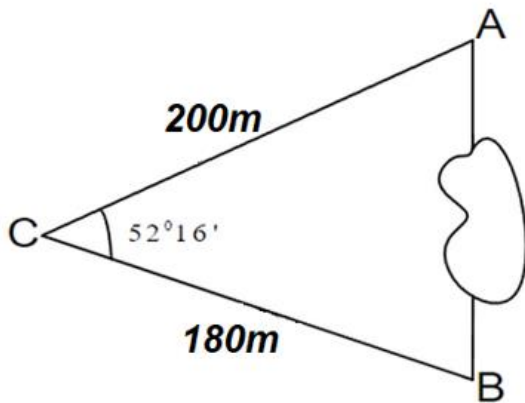
D.  $C_{\mathbb{R}}P = (-\infty; -4] \cup [5; +\infty)$ .

**Câu 10:** Cho các tập hợp A, B, C được minh họa bằng biểu đồ Ven như hình vẽ. Phần tô màu xám trong hình là biểu diễn của tập hợp nào sau đây?



- A.  $A \cap B \cap C$ .
- B.  $(A \setminus C) \cup (A \setminus B)$ .
- C.  $(A \cup B) \setminus C$ .
- D.  $(A \cap B) \setminus C$ .

**Câu 11:** Khoảng cách từ điểm A đến điểm B không thể đo trực tiếp được vì phải qua một đầm lầy. Người ta xác định được một điểm C mà từ đó có thể nhìn được A và B dưới một góc  $52^{\circ}16'$ . Biết  $CA = 200\text{m}$ ,  $BC = 180\text{m}$ . Tính khoảng cách từ A đến B (làm tròn đến hàng đơn vị).



- A. 165m.
- B. 166m.
- C. 169m.
- D. 168m.

**Câu 12:** Biết  $\sin x = \frac{1}{2}$ . Giá trị của biểu thức  $P = \sin^2 x - \cos^2 x$  là

- A.  $\frac{1}{2}$
- B.  $-\frac{1}{2}$
- C.  $-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}$
- D.  $-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}$

**Câu 13:** Cho hàm số  $f(x) = \frac{4}{x+1}$ . Khi đó:

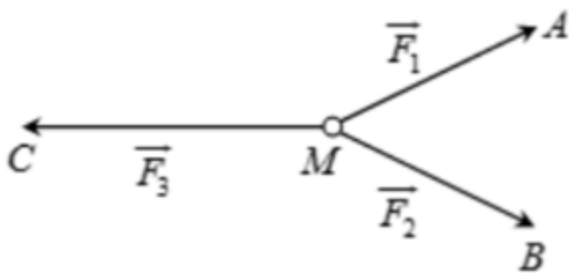
- A.  $f(x)$  tăng trên khoảng  $(-\infty; -1)$  và giảm trên khoảng  $(-1; +\infty)$ .
- B.  $f(x)$  tăng trên hai khoảng  $(-\infty; -1)$  và  $(-1; +\infty)$ .
- C.  $f(x)$  giảm trên khoảng  $(-\infty; -1)$  và giảm trên khoảng  $(-1; +\infty)$ .
- D.  $f(x)$  giảm trên hai khoảng  $(-\infty; -1)$  và  $(-1; +\infty)$ .

**Câu 14:** Giá trị của biểu thức  $A = \sin^2 51^\circ + \sin^2 55^\circ + \sin^2 39^\circ + \sin^2 35^\circ$  là:

- A. 3.
- B. 4.
- C. 1.
- D. 2.

**Câu 15:** Cho ba lực  $\vec{F}_1 = \vec{MA}$ ,  $\vec{F}_2 = \vec{MB}$ ,  $\vec{F}_3 = \vec{MC}$  cùng tác động vào một vật tại điểm M và vật đứng yên.

Cho biết cường độ của  $\vec{F}_1, \vec{F}_2$  đều bằng 100N và  $\angle AMB = 60^\circ$ . Khi đó cường độ lực  $\vec{F}_3$  là:



- A.  $50\sqrt{2}N$ .
- B.  $50\sqrt{3}N$ .
- C.  $25\sqrt{3}N$ .
- D.  $100\sqrt{3}N$ .

**Câu 16:** Tọa độ đỉnh của parabol  $y = -2x^2 - 4x + 6$  là

- A.  $I(-1; 8)$ .
- B.  $I(1; 0)$ .
- C.  $I(2; -10)$ .
- D.  $I(-1; 6)$ .

**Câu 17:** Trong đợt hội diễn văn nghệ chào mừng 20/11, lớp 10A đăng kí tham gia 3 tiết mục là hát tập ca, múa và diễn kịch. Trong danh sách đăng kí, có 7 học sinh đăng kí tiết mục hát tập ca, 6 học sinh đăng kí tiết mục múa, 8 học sinh đăng kí diễn kịch; trong đó có 3 học sinh đăng kí cả tiết mục hát tập ca và tiết mục múa, 4 học sinh đăng kí cả tiết mục hát tập ca và diễn kịch, 2 học sinh đăng kí cả tiết mục múa và diễn kịch, 1 học sinh đăng kí cả 3 tiết mục. Hỏi lớp 10A có tất cả bao nhiêu học sinh đăng kí tham gia hội diễn văn nghệ?

- A. 14.

B. 13.

C. 21.

D. 11.

**Câu 18:** Cho hình chữ nhật ABCD biết  $AB = 4a$ ,  $AD = 3a$ . Gọi O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD. Tính độ dài  $\overline{AB} + \overline{OD}$ .

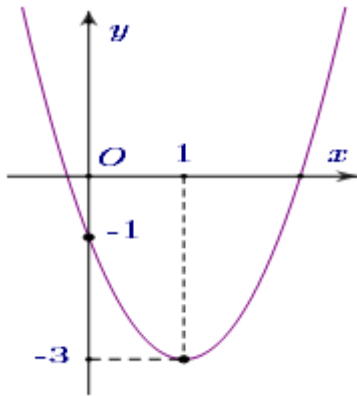
A.  $7a$ .B.  $\frac{7}{2}a$ .C.  $\frac{5}{2}a$ .D.  $5a$ .

**Câu 19:** Biết đồ thị hàm số  $y = ax^2 + bx + c$ , ( $a, b, c \in \mathbb{R}; a \neq 0$ ) đi qua điểm  $A(2;1)$  và có đỉnh  $I(1;-1)$ .

Tính giá trị biểu thức  $T = a^3 + b^2 - 2c$ .

A.  $T = 22$ .B.  $T = 9$ .C.  $T = 6$ .D.  $T = 1$ .

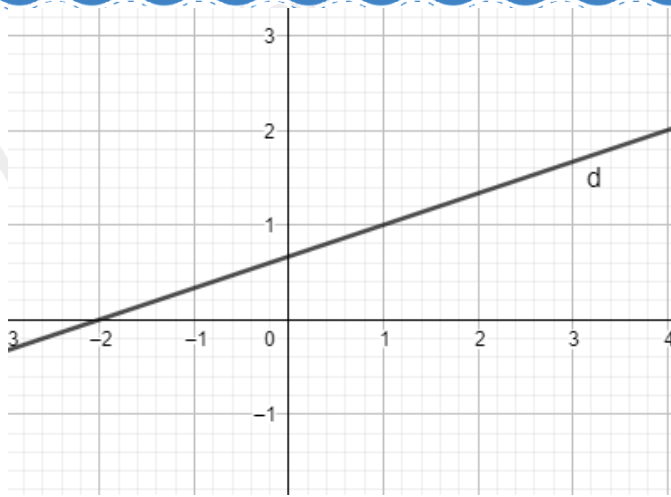
**Câu 20:** Cho parabol  $y = ax^2 + bx + c$  có đồ thị như hình dưới



Phương trình của parabol này là

A.  $y = -x^2 + x - 1$ .B.  $y = 2x^2 + 4x - 1$ .C.  $y = x^2 - 2x - 1$ .D.  $y = 2x^2 - 4x - 1$ .

**Câu 21:** Đường thẳng  $-x + 3y > 2$  chia mặt phẳng tọa độ thành các miền như hình vẽ. Xác định miền nghiệm của  $-x + 3y > 2$ .



- A. Nửa mặt phẳng có bờ là d cùng phía gốc tọa độ O và có lấy đường thẳng d.
- B. Nửa mặt phẳng có bờ là d khác phía gốc tọa độ O và có lấy đường thẳng d.
- C. Nửa mặt phẳng có bờ là d cùng phía gốc tọa độ O và không lấy đường thẳng d.
- D. Nửa mặt phẳng có bờ là d khác phía gốc tọa độ O và không lấy đường thẳng d.

**Câu 22:** Điểm nào dưới đây thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình 
$$\begin{cases} x + 2y > -4 \\ 3x - y < 5 \\ x + 1 > 0 \end{cases}$$

- A.  $(-2, -3)$
- B.  $(2, -3)$
- C.  $(4, 0)$
- D.  $(0, 2)$

**Câu 23:** Cho tam giác ABC thỏa mãn hệ thức  $b + c = 2a$ . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A.  $\cos B + \cos C = 2 \cos A$ .
- B.  $\sin B + \sin C = 2 \sin A$ .
- C.  $\sin B + \sin C = \frac{1}{2} \sin A$ .
- D.  $\sin B + \cos C = 2 \sin A$ .

**Câu 24:** Cho tam giác đều ABC có độ dài các cạnh bằng 4 và điểm M thỏa mãn  $\overrightarrow{BM} = -\frac{1}{2} \overrightarrow{BC}$ . Tính tích vô hướng  $\overrightarrow{BM} \cdot \overrightarrow{BA}$ .

- A.  $\overrightarrow{BM} \cdot \overrightarrow{BA} = 4$ .
- B.  $\overrightarrow{BM} \cdot \overrightarrow{BA} = -4\sqrt{3}$ .
- C.  $\overrightarrow{BM} \cdot \overrightarrow{BA} = 4\sqrt{3}$ .
- D.  $\overrightarrow{BM} \cdot \overrightarrow{BA} = -4$ .

**Câu 25:** Cho hàm số  $y = ax^2 + bx + c$  có bảng biến thiên dưới đây. Đáp án nào sau đây là đúng?

$x$	$-\infty$	$1$	$+\infty$
$y$	$+\infty$	$-3$	$+\infty$

- A.  $y = x^2 + 2x - 2$ .  
 B.  $y = x^2 - 2x - 2$ .  
 C.  $y = x^2 + 3x - 2$ .  
 D.  $y = -x^2 - 2x - 2$ .

## Phần 2: Tự luận (5 điểm)

**Câu 1:** Cho tam giác ABC. Gọi M là điểm thỏa mãn  $3\vec{MB} + \vec{MC} = \vec{0}$  và G là trọng tâm của tam giác ABC.

a) Chứng minh rằng  $\vec{MG} = \frac{1}{12}\vec{AC} - \frac{5}{12}\vec{AB}$ .

b) Gọi K là giao điểm của hai đường thẳng AC và MG. Tính tỉ số  $\frac{KA}{KC}$ .

### Câu 2:

a) Xác định parabol (P):  $y = ax^2 + bx + c$ , biết rằng (P) có đỉnh  $I(2; -1)$  và cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -3.

b) Xét sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số (P) tìm được.

**Câu 3:** Cho tam giác ABC có  $BC = 3$  thỏa mãn  $4\sin A \tan A = \sin B \sin C$ . Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Tính giá trị biểu thức  $S = GB^2 + GC^2 + 9GA^2$ .

----- Hết -----

**Phần 1: Trắc nghiệm (5 điểm)**

1.A	2.B	3.B	4.D	5.C	6.C	7.D	8.B	9.A	10.D
11.D	12.B	13.C	14.D	15.D	16.A	17.B	18.C	19.A	20.D
21.D	22.D	23.B	24.B	25.B					

**Câu 1 (NB):****Phương pháp:**

Mệnh đề là câu khẳng định có tính đúng hoặc sai.

**Cách giải:**

Bạn bao nhiêu tuổi? là câu nghi vấn nên không phải là mệnh đề.

**Chọn A.**

**Câu 2 (TH):****Phương pháp:**

Sử dụng định nghĩa tích vô hướng của hai vectơ:  $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$ .

**Cách giải:**

Ta có:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$$

$$\Leftrightarrow 2\vec{a} \cdot \vec{b} = 2|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$$

$$\Leftrightarrow -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| = 2|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$$

$$\Leftrightarrow |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| [1 + 2\cos(\vec{a}, \vec{b})] = 0$$

$$\Leftrightarrow \cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{1}{2} \text{ (do } \vec{a} \neq \vec{0}, \vec{b} \neq \vec{0})$$

$$\Leftrightarrow (\vec{a}, \vec{b}) = 120^\circ.$$

**Chọn B.**

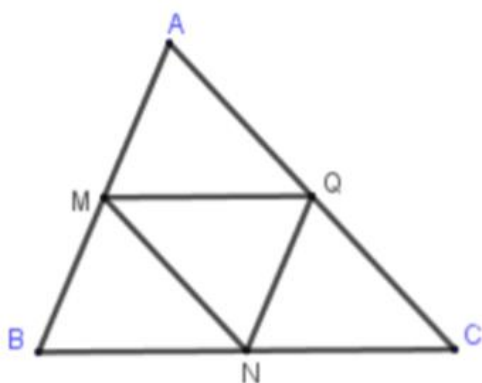
**Câu 3 (TH):****Phương pháp:**

Sử dụng quy tắc ba điểm.

Sử dụng hai vectơ bằng nhau.

**Cách giải:**





Ta có:

$$\begin{aligned}
 & \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{NA} + \overrightarrow{BQ} \\
 &= \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{NA} + \overrightarrow{BQ} \\
 &= \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BQ} + \overrightarrow{NA} \\
 &= \overrightarrow{MQ} + \overrightarrow{NA} \\
 &= \overrightarrow{BN} + \overrightarrow{NA} \\
 &= \overrightarrow{BA}
 \end{aligned}$$

**Chọn B.**

**Câu 4 (NB):**

**Phương pháp:**

Sử dụng định lí cosin trong tam giác:  $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB.AC.\cos \angle BAC$ .

**Cách giải:**

Ta có:

$$\begin{aligned}
 BC^2 &= AB^2 + AC^2 - 2AB.AC.\cos \angle BAC \\
 &= 6^2 + 8^2 - 2.6.8.\cos 120^\circ \\
 &= 148 \\
 \Rightarrow BC &= \sqrt{148} = 2\sqrt{37}.
 \end{aligned}$$

**Chọn D.**

**Câu 5 (NB):**

**Phương pháp:**

Cặp số nào thỏa mãn bất phương trình là nghiệm của bất phương trình.

**Cách giải:**

Thay cặp số  $(x;y) = (0;4)$  vào bất phương trình:  $0 - 4 + 3 > 0 \Rightarrow$  Sai.

Thay cặp số  $(x;y) = (2;5)$  vào bất phương trình:  $2 - 5 + 3 > 0 \Rightarrow$  Sai.

Thay cặp số  $(x;y) = (1;3)$  vào bất phương trình:  $1 - 3 + 3 > 0 \Rightarrow$  Đúng.

Thay cặp số  $(x;y) = (1;4)$  vào bất phương trình:  $1 - 4 + 3 > 0 \Rightarrow$  Sai.

**Chọn C.****Câu 6 (TH):****Phương pháp:**

Sử dụng quy tắc hình bình hành.

**Cách giải:**

Theo quy tắc hình bình hành ta có:

$$\overline{AB} + \overline{AD} = \overline{AC}$$

$$\Rightarrow \overline{AB} + \overline{AC} + \overline{AD} = \overline{AC} + \overline{AC} = 2\overline{AC}$$

$$\Rightarrow k = 2.$$

**Chọn C.****Câu 7 (NB):****Phương pháp:**Sử dụng các công thức tính diện tích tam giác:  $S = \frac{abc}{4R}$ ,  $S = \frac{1}{2}ab \sin C$ ,  $S = \frac{1}{2}\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ ,

$$S = p.R \text{ với } p = \frac{a+b+c}{2}.$$

**Cách giải:**

$$S = \frac{1}{2}ab \sin C \text{ nên đáp án D sai.}$$

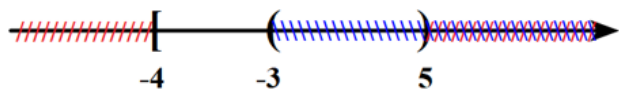
**Chọn D.****Câu 8 (TH):****Phương pháp:** $\sqrt{f(x)}$  xác định khi  $f(x) \geq 0$  $\frac{1}{g(x)}$  xác định khi  $g(x) \neq 0$ **Cách giải:**

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x^2 - 3x + 2 \geq 0 \\ x + 3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in (-\infty; 1] \cup [2; +\infty) \\ x > -3 \end{cases} \Leftrightarrow x \in (-3; 1] \cup [2; +\infty).$$

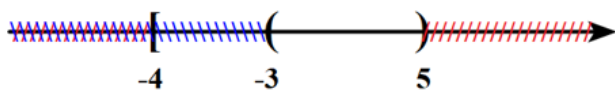
**Chọn B.****Câu 9 (TH):****Phương pháp:**

Biểu diễn các tập hợp trên trục số và thực hiện các phép toán trên tập hợp.

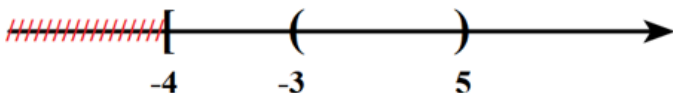
**Cách giải:**



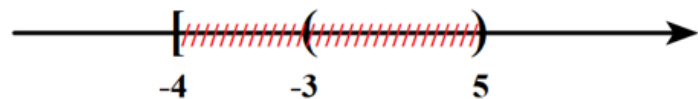
$P \setminus Q = [-4; -3] \Rightarrow A$  đúng.



$P \cap Q = (-3; 5) \Rightarrow B$  sai.



$P \cup Q = [-4; +\infty) \Rightarrow C$  sai.



$C_{\mathbb{R}}P = \mathbb{R} \setminus P = (-\infty; -4) \cup [5; +\infty) \Rightarrow D$  sai.

**Chọn A.**

**Câu 10 (TH):**

**Phương pháp:**

Sử dụng khái niệm các phép toán trên tập hợp.

**Cách giải:**

Phân tô đậm trong hình vẽ biểu diễn cho tập hợp  $(A \cap B) \setminus C$ .

**Chọn D.**

**Câu 11 (TH):**

**Phương pháp:**

Sử dụng định lí Cosin trong tam giác ABC ta có:  $AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC \cdot BC \cdot \cos C$ .

**Cách giải:**

Áp dụng định lí Cosin trong tam giác ABC ta có:

$$\begin{aligned} AB^2 &= AC^2 + BC^2 - 2AC \cdot BC \cdot \cos C \\ &= 200^2 + 180^2 - 2 \cdot 200 \cdot 180 \cdot \cos 52^\circ 16' \approx 28337 \\ \Rightarrow AB &\approx 168(m) \end{aligned}$$

**Chọn D.**

**Câu 12 (TH):**

**Phương pháp:**

Dùng công thức  $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$  để tính  $\cos x$

**Cách giải:**

$$\sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin^2 x = \frac{1}{4} \Rightarrow \cos^2 x = 1 - \sin^2 x = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow \sin^2 x - \cos^2 x = \frac{1}{4} - \frac{3}{4} = \frac{-1}{2}$$

**Chọn B.**

**Câu 13 (VD):**

**Cách giải:**

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}.$$

Xét  $x_1; x_2 \in D$  và  $x_1 < x_2 \Leftrightarrow x_1 - x_2 < 0$

$$\text{Khi đó với hàm số } y = f(x) = \frac{4}{x+1}$$

$$\Rightarrow f(x_1) - f(x_2) = \frac{4}{x_1+1} - \frac{4}{x_2+1} = 4 \cdot \frac{(x_2 - x_1)}{(x_1+1)(x_2+1)}$$

Trên  $(-\infty; -1) \Rightarrow f(x_1) - f(x_2) = 4 \cdot \frac{(x_2 - x_1)}{(x_1+1)(x_2+1)} > 0$  nên hàm số nghịch biến.

Trên  $(-1; +\infty) \Rightarrow f(x_1) - f(x_2) = 4 \cdot \frac{(x_2 - x_1)}{(x_1+1)(x_2+1)} > 0$  nên hàm số nghịch biến.

Vậy  $y = |x+1| - |1-x|$  không là hàm số chẵn.

**Chọn C.**

**Câu 14 (TH):**

**Phương pháp:**

Nếu  $\alpha + \beta = 90^\circ$  thì  $\sin \alpha = \cos \beta$ .

**Cách giải:**

Ta có:

$$A = \sin^2 51^\circ + \sin^2 55^\circ + \sin^2 39^\circ + \sin^2 35^\circ$$

$$A = (\sin^2 51^\circ + \sin^2 39^\circ) + (\sin^2 55^\circ + \sin^2 35^\circ)$$

$$A = (\sin^2 51^\circ + \sin^2 (90^\circ - 51^\circ)) + (\sin^2 55^\circ + \sin^2 (90^\circ - 55^\circ))$$

$$A = (\sin^2 51^\circ + \cos^2 51^\circ) + (\sin^2 55^\circ + \cos^2 55^\circ)$$

$$A = 1 + 1 = 2.$$

**Chọn D.**

**Câu 15 (TH):**

**Phương pháp:**

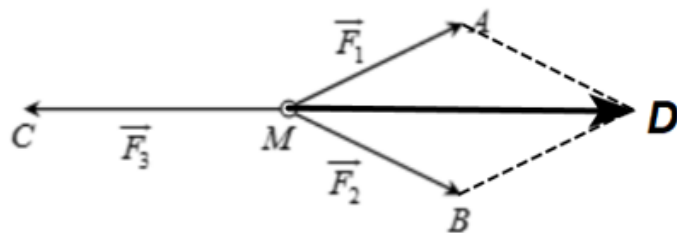
Vì M đứng yên nên  $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0} \Rightarrow \vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} = \vec{0}$ .

Sử dụng quy tắc hình bình hành.

**Cách giải:**

Vì M đứng yên nên  $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0} \Rightarrow \vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} = \vec{0}$ .

Áp dụng quy tắc hình bình hành ta có:  $\vec{MA} + \vec{MB} = \vec{MD}$ , với D là đỉnh thứ tư của hình bình hành AMBD như hình vẽ.



$$\Rightarrow \vec{MD} + \vec{MC} = \vec{0} \Rightarrow \vec{MC} = -\vec{MD}$$

$$\Rightarrow |\vec{F}_3| = |\vec{MC}| = |-\vec{MD}| = MD$$

Vì  $MA = MB = 100$ ,  $\angle AMB = 60^\circ$  nên tam giác  $AMB$  đều  $\Rightarrow MD = 100\sqrt{3}$ .

Vậy  $|\vec{F}_3| = 100\sqrt{3}N$ .

**Chọn D.**

**Câu 16 (TH):**

**Phương pháp:**

Tọa độ đỉnh của parabol  $y = ax^2 + bx + c$  là  $I\left(-\frac{b}{2a}; \frac{-\Delta}{4a}\right)$

**Cách giải:**

$$\text{Tọa độ đỉnh của parabol } y = -2x^2 - 4x + 6 \text{ là } \begin{cases} x = -\frac{-4}{2 \cdot (-2)} = -1 \\ y = -2 \cdot (-1)^2 - 4 \cdot (-1) + 6 = 8 \end{cases} \Rightarrow I(-1; 8).$$

**Chọn A.**

**Câu 17 (VD):**

**Phương pháp:**

Sử dụng công thức  $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C)$ .

**Cách giải:**

Gọi A là tập hợp các bạn đăng kí tiết mục tốp ca  $\Rightarrow n(A) = 7$ .

B là tập hợp các bạn đăng kí tiết mục múa  $\Rightarrow n(B) = 6$ .

C là tập hợp các bạn đăng kí tiết mục diễn kịch  $\Rightarrow n(C) = 8$ .

$\Rightarrow A \cap B$ : tập hợp các bạn đăng kí cả 2 tiết mục tốp ca và múa  $\Rightarrow n(A \cap B) = 3$ .

$A \cap C$ : tập hợp các bạn đăng kí cả 2 tiết mục tốp ca và diễn kịch  $\Rightarrow n(A \cap C) = 4$ .

$B \cap C$ : tập hợp các bạn đăng kí cả 2 tiết mục múa và diễn kịch  $\Rightarrow n(B \cap C) = 2$ .

$A \cap B \cap C$ : tập hợp các bạn đăng kí cả 3 tiết mục tốp ca, múa và diễn kịch  $\Rightarrow n(A \cap B \cap C) = 1$ .

$A \cup B \cup C$ : tập hợp các bạn đăng kí ít nhất 1 tiết mục.

Ta có:  $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C)$

$\Rightarrow n(A \cup B \cup C) = 7 + 6 + 8 - 3 - 4 - 2 + 1 = 13$ .

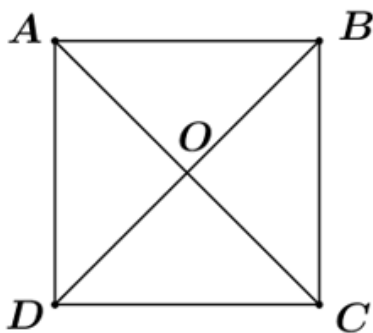
**Chọn B.**

**Câu 18 (TH):**

**Phương pháp:**

Sử dụng hai vectơ bằng nhau, đưa về hai vectơ chung điểm đầu và cuối, sử dụng quy tắc ba điểm.

**Cách giải:**



Ta có:  $\overline{AB} + \overline{OD} = \overline{OD} + \overline{AB} = \overline{OD} + \overline{DC} = \overline{OC}$ .

$\Rightarrow |\overline{AB} + \overline{OD}| = |\overline{OC}| = OC$ .

Áp dụng định lí Pytago ta có:

$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{(4a)^2 + (3a)^2} = 5a \Rightarrow OC = \frac{1}{2} AC = \frac{5}{2} a.$$

Vậy  $|\overline{AB} + \overline{OD}| = OC = \frac{5}{2} a$ .

**Chọn C.**

**Câu 19 (TH):**

**Phương pháp:**

Tọa độ đỉnh của parabol  $y = ax^2 + bx + c$  là  $I\left(-\frac{b}{2a}; \frac{-\Delta}{4a}\right)$

**Cách giải:**

Đồ thị hàm số  $y = ax^2 + bx + c$  đi qua điểm  $A(2;1)$  và có đỉnh  $I(1;-1)$  nên có hệ phương trình

$$\begin{cases} 4a + 2b + c = 1 \\ -\frac{b}{2a} = 1 \\ a + b + c = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a + 2b + c = 1 \\ b = -2a \\ a + b + c = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 1 \\ b = -2a \\ -a + c = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 1 \\ b = -4 \\ a = 2 \end{cases}$$

Vậy  $T = a^3 + b^2 - 2c = 22$ .

**Chọn A.**

**Câu 20 (TH):**

**Phương pháp:**

Tọa độ đỉnh của parabol  $y = ax^2 + bx + c$  là  $I\left(-\frac{b}{2a}; \frac{-\Delta}{4a}\right)$

**Cách giải:**

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm  $(0;-1)$  nên  $c = -1$ .

Tọa độ đỉnh  $I(1;-3)$ , ta có phương trình: 
$$\begin{cases} -\frac{b}{2a} = 1 \\ a \cdot 1^2 + b \cdot 1 - 1 = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + b = 0 \\ a + b = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -4 \end{cases}$$

Vậy parabol cần tìm là:  $y = 2x^2 - 4x - 1$ .

**Chọn D.**

**Câu 21 (NB):**

**Phương pháp:**

Chọn điểm bất kỳ thỏa mãn bất phương trình để chọn miền nghiệm

**Cách giải:**

Vì  $O(0,0)$  không thuộc miền nghiệm nên nửa mặt phẳng có bờ là  $d$  khác phía gốc tọa độ  $O$  và không lấy đường thẳng  $d$

**Chọn D.**

**Câu 22 (NB):**

**Phương pháp:**

Vẽ đồ thị hoặc thử các đáp án

**Cách giải:**

$(0,2)$  thỏa mãn 3 phương trình trong hệ phương trình nên chọn D

**Chọn D.****Câu 23 (TH):****Phương pháp:**

Sử dụng định lí Sin trong tam giác  $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ .

**Cách giải:**

Sử dụng định lí Sin trong tam giác  $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R \Rightarrow \begin{cases} a = 2R \sin A \\ b = 2R \sin B \\ c = 2R \sin C \end{cases}$

Theo giả thiết ta có:

$$b + c = 2a$$

$$\Leftrightarrow 2R \sin B + 2R \sin C = 2 \cdot 2R \sin A$$

$$\Leftrightarrow \sin B + \sin C = 2 \sin A.$$

**Chọn B.****Câu 24 (TH):****Phương pháp:**

Sử dụng công thức  $\overline{BM} \cdot \overline{BA} = BM \cdot BA \cdot \cos(\overline{BM}, \overline{BA})$ .

**Cách giải:**

Ta có:  $\overline{BM} \cdot \overline{BA} = -\frac{1}{2} \overline{BC} \cdot \overline{BA} = -\frac{1}{2} BC \cdot BA \cdot \cos(\overline{BC}, \overline{BA})$ .

Vì tam giác ABC đều nên  $\cos(\overline{BC}, \overline{BA}) = \angle ABC = 60^\circ$ .

$$\Rightarrow \overline{BM} \cdot \overline{BA} = -\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = -4\sqrt{3}.$$

**Chọn B.****Câu 25 (TH):****Phương pháp:**

Tọa độ đỉnh của parabol  $y = ax^2 + bx + c$  là  $I\left(-\frac{b}{2a}; \frac{-\Delta}{4a}\right)$

**Cách giải:**

Từ BBT ta có  $a > 0$  nên loại đáp án D. Đỉnh  $I(1; -3)$  nên  $-\frac{b}{2a} = 1$

Đáp án A.  $y = x^2 + 2x - 2$  có  $a = 1, b = 2 \Rightarrow \frac{-b}{2a} = -1$  (Loại)



Đáp án B.  $y = x^2 - 2x - 2$  có  $a = 1, b = -2 \Rightarrow \frac{-b}{2a} = 1$  (TM)

Đáp án C.  $y = x^2 + 3x - 2$  có  $a = 1, b = 3 \Rightarrow \frac{-b}{2a} = -\frac{3}{2}$  (Loại)

**Chọn B.**

**Phần 2: Tự luận (5 điểm)**

**Câu 1 (VD):**

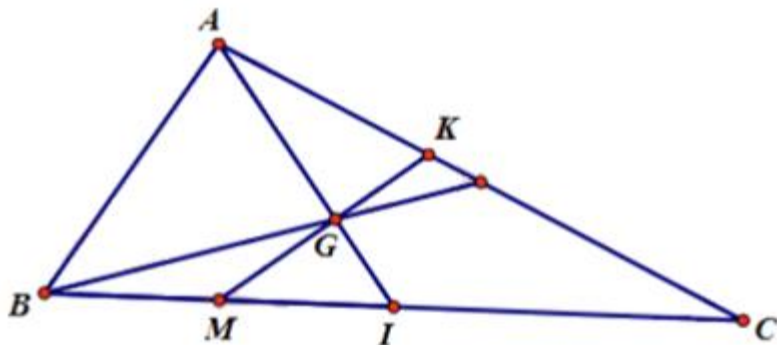
**Phương pháp:**

a) Gọi I là trung điểm của BC. Chứng minh M là trung điểm của BI.

Sử dụng quy tắc ba điểm, công thức trung điểm.

b) Sử dụng điều kiện để hai vectơ cùng phương.

**Cách giải:**



a) Gọi I là trung điểm của BC.

Ta có:  $3\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0} \Rightarrow 3MB = MC \Rightarrow MB = \frac{1}{4}BC = \frac{1}{2}BI$ .

$\Rightarrow$  M là trung điểm của BI.

Khi đó ta có:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{MG} &= \overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IG} = \frac{1}{4}\overrightarrow{BC} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AI} \\ &= \frac{1}{4}(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) - \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) \\ &= \frac{1}{4}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{6}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{6}\overrightarrow{AC} \\ &= \frac{1}{12}\overrightarrow{AC} - \frac{5}{12}\overrightarrow{AB}. \end{aligned}$$

b) Đặt  $\overrightarrow{AK} = x\overrightarrow{AC}$  ( $x > 0$ ), ta có:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{GK} &= \overrightarrow{AK} - \overrightarrow{AG} = x\overrightarrow{AC} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AI} \\ &= x\overrightarrow{AC} - \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = \left(x - \frac{1}{3}\right)\overrightarrow{AC} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} \end{aligned}$$

Vì M, G, K thẳng hàng nên  $\frac{x - \frac{1}{3}}{\frac{1}{12}} = \frac{-\frac{1}{3}}{-\frac{1}{12}} \Leftrightarrow x = \frac{2}{5}$ .

Vậy  $\overrightarrow{AK} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AC}$  nên  $AK = \frac{2}{5}AC \Rightarrow \frac{KA}{KC} = \frac{2}{3}$ .

**Câu 2 (VD):**

**Phương pháp:**

a) Hàm số  $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$  có đỉnh  $\left(-\frac{b}{2a}; \frac{-\Delta}{4a}\right)$ .

b) Sự biến thiên:

$a > 0$		
$x$	$-\infty$	$+\infty$
	$-\frac{b}{2a}$	
$y$	$+\infty$	$+\infty$
	$-\frac{b^2 - 4ac}{4a}$	

$a < 0$		
$x$	$-\infty$	$+\infty$
	$-\frac{b}{2a}$	
$y$	$+\infty$	$+\infty$
	$-\frac{b^2 - 4ac}{4a}$	

\* Vẽ đồ thị

+ Đỉnh I  $\left(-\frac{b}{2a}; \frac{-\Delta}{4a}\right)$

+ Trục đối xứng  $x = -\frac{b}{2a}$

+ Giao với các trục (nếu có)

+ Lấy các điểm thuộc đồ thị (đối xứng nhau qua trục đối xứng).

**Cách giải:**

a) Ta có: (P) giao với Oy tại điểm có tung độ bằng -3 hay điểm (0;-3). Suy ra  $a \cdot 0 + b \cdot 0 + c = -3 \Leftrightarrow c = -3$

Vì (P) có đỉnh I(2;-1) nên  $\begin{cases} \frac{-b}{2a} = 2 \\ a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + (-3) = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -b = 4a \\ 4a + 2b - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b = 2 \end{cases}$

Vậy parabol (P) là  $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x - 3$

b) Hàm số  $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x - 3$  có  $a = -\frac{1}{2} < 0$ , đỉnh I(2;-1) nên có bảng biến thiên:

$x$	$-\infty$	$2$	$+\infty$
$y$	$-\infty$	$-1$	$-\infty$

Hàm số đồng biến trên  $(-\infty; 2)$  và nghịch biến trên khoảng  $(2; +\infty)$

\* Vẽ đồ thị

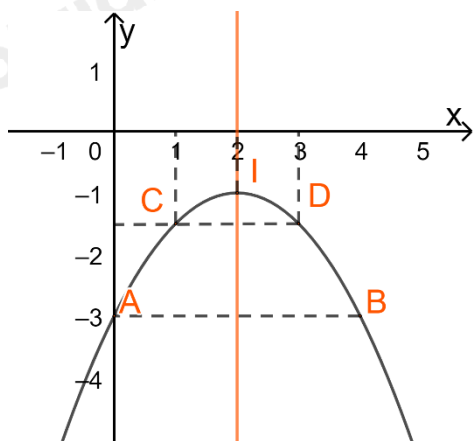
Đỉnh I(2;-1)

Trục đối xứng  $x = 2$

Cắt trục tung tại A(0;-3) và không cắt Ox

Lấy B(4;-3) thuộc (P), đối xứng với A(0;-3) qua trục đối xứng

Lấy  $C\left(1; -\frac{3}{2}\right), D\left(3; -\frac{3}{2}\right)$  thuộc (P).



**Câu 3 (VDC):**

**Phương pháp:**

Ta thường dùng các chữ cái in hoa để kí hiệu tập hợp và chữ cái in thường để kí hiệu phần tử thuộc tập hợp.

**Cách giải:**

Ta có

$$\begin{aligned}
 S &= GB^2 + GC^2 + 9GA^2 \\
 &= \left(\frac{2}{3}m_b\right)^2 + \left(\frac{2}{3}m_c\right)^2 + 9 \cdot \left(\frac{2}{3}m_a\right)^2 \\
 &= \frac{4}{9}m_b^2 + \frac{4}{9}m_c^2 + 4m_a^2 \\
 &= \frac{4}{9} \cdot \left(\frac{2a^2 + 2c^2 - b^2}{4} + \frac{2a^2 + 2b^2 - c^2}{4}\right) + 4 \cdot \frac{2b^2 + 2c^2 - a^2}{4} \\
 &= \frac{4}{9} \cdot \frac{4a^2 + b^2 + c^2}{4} + 2b^2 + 2c^2 - a^2
 \end{aligned}$$

$$= \frac{4a^2 + b^2 + c^2}{9} + 2b^2 + 2c^2 - a^2$$

$$= \frac{19}{9}(b^2 + c^2) - \frac{5}{9}a^2$$

Theo giả thiết ta có:  $4 \sin A \tan A = \sin B \sin C \Leftrightarrow 4 \sin^2 A = \sin B \sin C \cos A$  (\*)

Áp dụng định lí sin trong tam giác ta có:  $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R \Rightarrow \begin{cases} \sin A = \frac{a}{2R} \\ \sin B = \frac{b}{2R} \\ \sin C = \frac{c}{2R} \end{cases}$

Thay vào (\*) ta có:

$$(*) \Leftrightarrow 4 \left( \frac{a}{2R} \right)^2 = \frac{b}{2R} \cdot \frac{c}{2R} \cos A$$

$$\Leftrightarrow 4 \cdot \frac{a^2}{4R^2} = \frac{bc}{4R^2} \cos A$$

$$\Leftrightarrow 4a^2 = bc \cos A$$

Lại theo định lí cosin trong tam giác ABC ta có:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$\Rightarrow bc \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2}$$

Khi đó ta có:

$$(*) \Leftrightarrow 4a^2 = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2}$$

$$\Leftrightarrow 8a^2 = b^2 + c^2 - a^2$$

$$\Leftrightarrow 9a^2 = b^2 + c^2$$

$$\text{Do đó: } S = \frac{19}{9}(b^2 + c^2) - \frac{5}{9}a^2 = \frac{19}{9} \cdot 9a^2 - \frac{5}{9}a^2 = \frac{166a^2}{9} = 166.$$

Vậy S = 166.