**ĐỀ THI HỌC KÌ I – Đề số 5**

**Môn: Toán học - Lớp 10**

**Bộ sách Chân trời sáng tạo**

**BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM**

***Mục tiêu***

*- Ôn tập lý thuyết học kì I của chương trình sách giáo khoa Toán 10 – Chân trời sáng tạo.*

*- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm, tự luận Toán học.*

*- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dàn trải tất cả các chương học kì I – chương trình Toán 10.*

**HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT**

**THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM**

**Phần 1: Trắc nghiệm (6 điểm)**

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1.A | 2.D | 3.B | 4.D | 5.C | 6.C | 7.D | 8.B | 9.A | 10.D |
| 11.D | 12.B | 13.C | 14.D | 15.D | 16.A | 17.A | 18.A | 19.A | 20.B |
| 21.D | 22.D | 23.B | 24.B | 25.B | 26.D | 27.C | 28.B | 29.C | 30.B |

**Câu 1 (NB):**

**Phương pháp:**

Mệnh đề là câu khẳng định có tính đúng hoặc sai.

**Cách giải:**

Bạn bao nhiêu tuổi? là câu nghi vấn nên không phải là mệnh đề.

**Chọn A.**

**Câu 2 (NB):**

**Phương pháp:**

Ta thường dùng các chữ cái in hoa để kí hiệu tập hợp và chữ cái in thường để kí hiệu phần tử thuộc tập hợp.

**Cách giải:**

Ta có: $\bar{a} = 31975421 \pm 150 \Rightarrow \bar{a} \in [31975271;31975571]$.

Khi làm tròn số gần đúng a ta nên làm tròn đến hàng nghìn vì chữ số hàng trăm không chắc chắn đúng.

Vậy quy tròn số gần đúng a ta được số 31975000.

**Chọn D.**

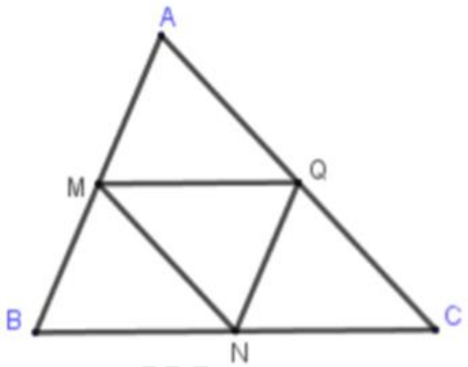
**Câu 3 (TH):**

**Phương pháp:**

Sử dụng quy tắc ba điểm.

Sử dụng hai vectơ bằng nhau.

**Cách giải:**




Ta có:

$$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BM}+\overrightarrow{NA}+\overrightarrow{BQ}$$
$$=\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{NA}+\overrightarrow{BQ}$$
$$=\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{BQ}+\overrightarrow{NA}$$
$$=\overrightarrow{MQ}+\overrightarrow{NA}$$
$$=\overrightarrow{BN}+\overrightarrow{NA}$$
$$=\overrightarrow{BA}$$

**Chọn B.**

**Câu 4 (NB):**

**Phương pháp:**

Sử dụng định lí cosin trong tam giác: $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB.AC.\cos\angle BAC.$

**Cách giải:**

Ta có:

$$\begin{aligned} BC^2 &= AB^2 + AC^2 - 2AB.AC.\cos\angle BAC.\\ &= 6^2 + 8^2 - 2.6.8.\cos 120^0\\ &= 148 \end{aligned}$$
$$\Rightarrow BC = \sqrt{148} = 2\sqrt{37}.$$

**Chọn D.**

**Câu 5 (NB):**

**Phương pháp:**

Cặp số nào thỏa mãn bất phương trình là nghiệm của bất phương trình.

**Cách giải:**

Thay cặp số (x;y) = (0;4) vào bất phương trình: 0 – 4 + 3 > 0 => Sai.

Thay cặp số (x;y) = (2;5) vào bất phương trình: 2 – 5 + 3 > 0 => Sai.

Thay cặp số (x;y) = (1;3) vào bất phương trình: 1 – 3 + 3 > 0 => Đúng.

Thay cặp số (x;y) = (1;4) vào bất phương trình: 1 – 4 + 3 > 0 => Sai.

**Chọn C.**

**Câu 6 (TH):**

**Phương pháp:**

Sử dụng quy tắc hình bình hành.

**Cách giải:**

Theo quy tắc hình bình hành ta có:

$$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}$$
$$\Rightarrow \overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AC}=2\overrightarrow{AC}$$
$$\Rightarrow k=2.$$

**Chọn C.**

**Câu 7 (NB):**

**Phương pháp:**

Sử dụng các công thức tính diện tích tam giác: $S=\dfrac{abc}{4R}$, $S=\dfrac{1}{2}ab\sin C$, $S=\dfrac{1}{2}\sqrt{p\left(p-a\right)\left(p-b\right)\left(p-c\right)}$,

$S=p.R$ với $p=\dfrac{a+b+c}{2}$.

**Cách giải:**

$S=\dfrac{1}{2}ab\sin C$ nên đáp án D sai.

**Chọn D.**

**Câu 8 (TH):**

**Phương pháp:**

$\sqrt{f(x)}$ xác định khi $f(x)\ge 0$

$\dfrac{1}{g(x)}$ xác định khi $g(x)\ne 0$

**Cách giải:**

Điều kiện: $\begin{cases} x^2-3x+2\ge 0\\ x+3>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\in\left(-\infty;1\right]\cup\left[2;+\infty\right)\\ x>-3\end{cases} \Leftrightarrow x\in\left(-3;1\right]\cup\left[2;+\infty\right)$.

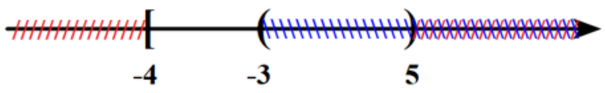
**Chọn B.**

**Câu 9 (TH):**

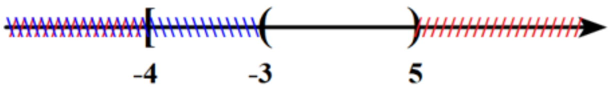
**Phương pháp:**

Biểu diễn các tập hợp trên trục số và thực hiện các phép toán trên tập hợp.

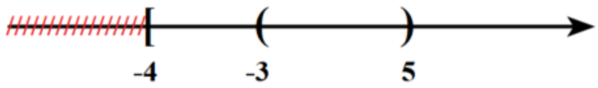
**Cách giải:**



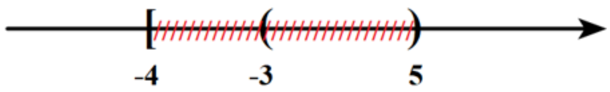

$P \setminus Q = [-4;-3] \Rightarrow A$ đúng.




$P \cap Q = (-3;5) \Rightarrow B$ sai.




$P \cup Q = [-4;+\infty) \Rightarrow C$ sai.




$C_{\mathbb{R}}P = \mathbb{R} \setminus P = (-\infty;-4) \cup [5;+\infty) \Rightarrow D$ sai.

**Chọn A.**

**Câu 10 (TH):**

**Phương pháp:**

Sử dụng khái niệm các phép toán trên tập hợp.

**Cách giải:**

Phần tô đậm trong hình vẽ biểu diễn cho tập hợp $(A \cap B) \setminus C$.

**Chọn D.**

**Câu 11 (TH):**

**Phương pháp:**

Sử dụng định lí Cosin trong tam giác ABC ta có: $AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC.BC.\cos C$.

**Cách giải:**

Áp dụng định lí Cosin trong tam giác ABC ta có:

$$\begin{aligned} AB^2 &= AC^2 + BC^2 - 2AC.BC.\cos C \\ &= 200^2 + 180^2 - 2.200.180.\cos 52^0 16' \approx 28337 \end{aligned}$$
$$\Rightarrow AB \approx 168(m)$$

**Chọn D.**

**Câu 12 (TH):**

**Phương pháp:**

Dùng công thức $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ để tính cos x

**Cách giải:**

$$\sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin x^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow \cos^2 x = 1 - \sin^2 x = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$
$$\Rightarrow \sin^2 x - \cos^2 x = \frac{1}{4} - \frac{3}{4} = \frac{-1}{2}$$

**Chọn B.**

**Câu 13 (VD):**

**Cách giải:**

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Xét $x_1; x_2 \in D$ và $x_1 < x_2 \Leftrightarrow x_1 - x_2 < 0$

Khi đó với hàm số $y = f(x) = \dfrac{4}{x+1}$

$$\Rightarrow f(x_1) - f(x_2) = \frac{4}{x_1+1} - \frac{4}{x_2+1} = 4.\frac{(x_2 - x_1)}{(x_1+1)(x_2+1)}$$

Trên $(-\infty; -1) \Rightarrow f(x_1) - f(x_2) = 4.\dfrac{(x_2 - x_1)}{(x_1+1)(x_2+1)} > 0$ nên hàm số nghịch biến.

Trên $(-1; +\infty) \Rightarrow f(x_1) - f(x_2) = 4.\dfrac{(x_2 - x_1)}{(x_1+1)(x_2+1)} > 0$ nên hàm số nghịch biến.

Vậy $y = |x+1| - |1-x|$ không là hàm số chẵn.

**Chọn C.**

**Câu 14 (TH):**

**Phương pháp:**

Nếu $\alpha + \beta = 90^0$ thì $\sin\alpha = \cos\beta$.

$$A = \sin^2 51^0 + \sin^2 55^0 + \sin^2 39^0 + \sin^2 35^0$$
$$A = \left(\sin^2 51 + \sin^2 39^0\right) + \left(\sin^2 55^0 + \sin^2 35^0\right)$$
$$A = \left(\sin^2 51 + \sin^2\left(90^0 - 51^0\right)\right) + \left(\sin^2 55^0 + \sin^2\left(90^0 - 55^0\right)\right)$$
$$A = \left(\sin^2 51 + \cos^2 51^0\right) + \left(\sin^2 55^0 + \cos^2 55^0\right)$$
$$A = 1 + 1 = 2.$$

**Chọn D.**

**Câu 15 (TH):**

**Phương pháp:**

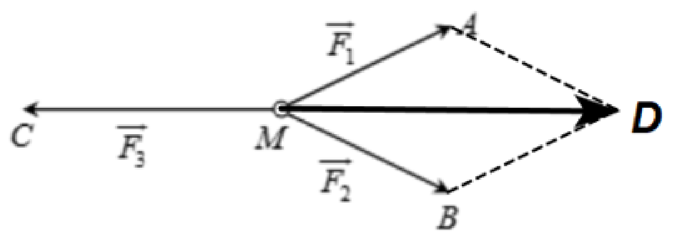
Vì M đứng yên nên $\overrightarrow{F_1}+\overrightarrow{F_2}+\overrightarrow{F_3}=\vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=\vec{0}$.

Sử dụng quy tắc hình bình hành.

**Cách giải:**

Vì M đứng yên nên $\overrightarrow{F_1}+\overrightarrow{F_2}+\overrightarrow{F_3}=\vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=\vec{0}$.

Áp dụng quy tắc hình bình hành ta có: $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{MD}$, với D là đỉnh thứ tư của hình bình hành AMBD như hình vẽ.




$\Rightarrow \overrightarrow{MD}+\overrightarrow{MC}=\vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{MC}=-\overrightarrow{MD}$

$\Rightarrow \left|\overrightarrow{F_3}\right|=\left|\overrightarrow{MC}\right|=\left|-\overrightarrow{MD}\right|=MD$

Vì MA = MB = 100, $\angle AMB=60^0$ nên tam giác AMB đều $\Rightarrow MD=100\sqrt{3}$.

Vậy $\left|\overrightarrow{F_3}\right|=100\sqrt{3}N$.

**Chọn D.**

**Câu 16 (TH):**

**Phương pháp:**

Tọa độ đỉnh của parabol $y=ax^2+bx+c$ là $I\left(-\frac{b}{2a};\frac{-\Delta}{4a}\right)$

**Cách giải:**

Tọa độ đỉnh của parabol $y=-2x^2-4x+6$ là $\begin{cases} x=-\frac{-4}{2.(-2)}=-1 \\ y=-2.(-1)^2-4.(-1)+6=8 \end{cases} \Rightarrow I(-1;8)$.

**Chọn A.**

**Câu 17 (VD):**

**Phương pháp:**

Xác định và so sánh phương sai, độ lệch chuẩn về tốc độ của 20 chiếc xe ô tô trên mỗi con đường.

**Cách giải:**

*) Con đường A

Bảng phân bố tần số:

| Giá trị | 60 | 65 | 68 | 72 | 75 | 76 | 80 | 84 | 85 | 90 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Tần số | 2 | 4 | 2 | 1 | 2 | 2 | 2 | 1 | 2 | 2 | $N=20$ |

Số trung bình: $\overline{x_A} = \dfrac{60.2+65.4+68.2+72.1+75.2+76.2+80.2+84.1+85.2+90.2}{20} = 74,2(\text{km/h})$

Phương sai: $s_A^2 = \dfrac{1}{20}\left[2.(60-74,2)^2+4.(65-74,2)^2+...+2.(90-74,2)^2\right] = 86,36(km/h)$

Độ lệch chuẩn: $s_A = \sqrt{s_A^2} = \sqrt{86,36} \approx 9,29(km/h)$

*) Con đường B

Bảng phân bố tần số:

| Giá trị | 55 | 60 | 62 | 64 | 70 | 76 | 79 | 80 | 85 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Tần số | 3 | 1 | 2 | 2 | 3 | 2 | 3 | 2 | 2 | $N=20$ |

Số trung bình: $x_B = \dfrac{55.3+60.1+62.2+64.2+70.3+76.2+79.3+80.2+85.2}{20} = 70,3(\text{km/h})$

Phương sai: $s_B^2 = \dfrac{1}{20}\left[3.(55-70,3)^2+1.(60-70,3)^2+...+2.(85-70,3)^2\right] = 96,91(km/h)$

Độ lệch chuẩn: $s_B = \sqrt{s_B^2} = \sqrt{96,91} \approx 9,84(km/h)$

Vậy xe chạy trên con đường A sẽ an toàn hơn.

**Chọn A.**

**Câu 18 (NB):**

**Phương pháp:**

Cho mẫu số liệu có kích thước $N$ là $\{x_1; x_2; \ ...; x_N\}$. Phương sai của mẫu số liệu này bằng trung bình của tổng các bình phương độ lệch giữa các giá trị với số trung bình.

**Cách giải:**

Dựa theo lý thuyết, ta có:

Dãy số liệu $x_1, x_2, \ldots, x_N$ có kích thước mẫu $N$, phương sai được tính theo công thức:

$s^2 = \dfrac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \overline{x})^2$ trong đó $\overline{x} =$ trung bình cộng của mẫu số liệu

**Chọn A.**

**Câu 19 (TH):**

**Phương pháp:**

Tọa độ đỉnh của parabol $y = ax^2 + bx + c$ là $I\left(-\dfrac{b}{2a}; \dfrac{-\Delta}{4a}\right)$

**Cách giải:**

Đồ thị hàm số $y = ax^2 + bx + c$ đi qua điểm $A(2;1)$ và có đỉnh $I(1;-1)$ nên có hệ phương trình

$$\begin{cases} 4a+2b+c=1 \\ -\dfrac{b}{2a}=1 \\ a+b+c=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a+2b+c=1 \\ b=-2a \\ a+b+c=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=1 \\ b=-2a \\ -a+c=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=1 \\ b=-4 \\ a=2 \end{cases}.$$

Vậy $T = a^3 + b^2 - 2c = 22$.

**Chọn A.**

**Câu 20 (TH):**

**Phương pháp:**

Đối với bảng phân bố tần số ghép lớp:

+ Số trung bình cộng: $\overline{x} = \dfrac{c_1n_1 + c_2n_2 + \ldots + c_kn_k}{N}$

+ Phương sai: $s^2 = \dfrac{1}{N}\left[n_1\left(c_1 - \overline{x}\right)^2 + n_2\left(c_2 - \overline{x}\right)^2 + \ldots + n_k\left(c_k - \overline{x}\right)^2\right]$

+ Độ lệch chuẩn: $s = \sqrt{s^2}$

Với $n_i$ là tần số của giá trị $c_i$.

**Cách giải:**

Ta có bảng phân bố tần số, tần suất ghép lớp:

| Lớp | Tần số | Giá trị đại diện |
|---|---|---|
| $[40;\ 49]$ | 3 | 44,5 |
| $[50;\ 59]$ | 6 | 54,5 |
| $[60;\ 69]$ | 19 | 64,5 |
| $[70;\ 79]$ | 23 | 74,5 |
| $[80;\ 89]$ | 9 | 84,5 |
| Tổng | $N = 60$ | |

Số trung bình cộng:

$$\overline{x} = \frac{44,5.3 + 54,5.6 + 64,5.19 + 74,5.23 + 84,5.9}{60} = \frac{4160}{60} \approx 69,33 \text{ (nghìn đồng)}$$

Phương sai:

$$s^2 = \frac{1}{60}\left(3.44,5^2 + 6.54,5^2 + 19.64,5^2 + 23.74,5^2 + 9.84,5^2\right) - \left(\frac{4160}{60}\right)^2 = \frac{3779}{36} \text{ (nghìn đồng)}$$

Độ lệch chuẩn: $s=\sqrt{s^2}=\sqrt{\frac{3779}{36}}\approx 10,25$ (nghìn đồng)

**Chọn B.**

**Câu 21 (NB):**

**Phương pháp:**

Chọn điểm bất kì thỏa mãn bất phương trình để chọn miền nghiệm

**Cách giải:**

Vì O(0,0) không thuộc miền nghiệm nên nửa mặt phẳng có bờ là d khác phía gốc tọa độ O và không lấy đường thẳng d

**Chọn D.**

**Câu 22 (NB):**

**Phương pháp:**

Vẽ đồ thị hoặc thử các đáp án

**Cách giải:**

$\left(0,2\right)$ thỏa mãn 3 phương trình trong hệ phương trình nên chọn D

**Chọn D.**

**Câu 23 (TH):**

**Phương pháp:**

Sử dụng định lí Sin trong tam giác $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2R$.

**Cách giải:**

Sử dụng định lí Sin trong tam giác $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2R\Rightarrow\begin{cases}a=2R\sin A\\b=2R\sin B\\c=2R\sin C\end{cases}$.

Theo giả thiết ta có:

$$b+c=2a$$
$$\Leftrightarrow 2R\sin B+2R\sin C=2.2R\sin A$$
$$\Leftrightarrow \sin B+\sin C=2\sin A.$$

**Chọn B.**

**Câu 24 (TH):**

**Phương pháp:**

Sử dụng công thức $\overrightarrow{BM}.\overrightarrow{BA}=BM.BA.\cos\left(\overrightarrow{BM},\overrightarrow{BA}\right)$.

**Cách giải:**

Ta có: $\overrightarrow{BM}.\overrightarrow{BA} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{BA} = -\frac{1}{2}BC.BA.\cos\left(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BA}\right)$.

Vì tam giác ABC đều nên $\cos\left(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BA}\right) = \angle ABC = 60^0$.

$\Rightarrow \overrightarrow{BM}.\overrightarrow{BA} = -\frac{1}{2}.4.4.\frac{\sqrt{3}}{2} = -4\sqrt{3}.$

**Chọn B.**

**Câu 25 (TH):**

**Phương pháp:**

Tọa độ đỉnh của parabol $y = ax^2 + bx + c$ là $I\left(-\frac{b}{2a};\frac{-\Delta}{4a}\right)$

**Cách giải:**

Từ BBT ta có $a > 0$ nên loại đáp án D. Đỉnh $I\left(1;-3\right)$ nên $-\frac{b}{2a} = 1$

Đáp án A. $y = x^2 + 2x - 2$ có $a = 1, b = 2 \Rightarrow \frac{-b}{2a} = -1$ (Loại)

Đáp án B. $y = x^2 - 2x - 2$ có $a = 1, b = -2 \Rightarrow \frac{-b}{2a} = 1$ (TM)

Đáp án C. $y = x^2 + 3x - 2$ có $a = 1, b = 3 \Rightarrow \frac{-b}{2a} = -\frac{3}{2}$ (Loại)

**Chọn B.**

**Câu 26 (TH):**

**Phương pháp:**

Tọa độ đỉnh của parabol $y = ax^2 + bx + c$ là $I\left(-\frac{b}{2a};\frac{-\Delta}{4a}\right)$

**Cách giải:**

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $\left(0;-1\right)$ nên $c = -1$.

Tọa độ đỉnh $I\left(1;-3\right)$, ta có phương trình: $\begin{cases} -\frac{b}{2a} = 1 \\ a.1^2 + b.1 - 1 = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + b = 0 \\ a + b = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -4 \end{cases}$.

Vậy parabol cần tìm là: $y = 2x^2 - 4x - 1$.

**Chọn D.**

**Câu 27 (TH):**

**Phương pháp:**

Khoảng biến thiên, kí hiệu là R, là hiệu giữa giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trong mẫu số liệu.

**Cách giải:**

Giá trị lớn nhất trong mẫu số liệu là 19.

Giá trị nhỏ nhất trong mẫu số liệu là 2.

Vậy khoảng biến thiên R = 19 – 2 = 17.

**Chọn C.**

**Câu 28 (VD):**

**Phương pháp:**

Sử dụng công thức $n(A\cup B\cup C)=n(A)+n(B)+n(C)-n(A\cap B)-n(B\cap C)-n(C\cap A)+n(A\cap B\cap C)$.

**Cách giải:**

Gọi A là tập hợp các bạn đăng kí tiết mục tốp ca $\Rightarrow n(A)=7$.

B là tập hợp các bạn đăng kí tiết mục múa $\Rightarrow n(B)=6$.

C là tập hợp các bạn đăng kí tiết mục diễn kịch $\Rightarrow n(C)=8$.

$\Rightarrow A\cap B$: tập hợp các bạn đăng kí cả 2 tiết mục tốp ca và múa $\Rightarrow n(A\cap B)=3$.

$A\cap C$: tập hợp các bạn đăng kí cả 2 tiết mục tốp ca và diễn kịch $\Rightarrow n(A\cap C)=4$.

$B\cap C$: tập hợp các bạn đăng kí cả 2 tiết mục múa và diễn kịch $\Rightarrow n(B\cap C)=2$.

$A\cap B\cap C$: tập hợp các bạn đăng kí cả 3 tiết mục tốp ca, múa và diễn kịch $\Rightarrow n(A\cap B\cap C)=1$.

$A\cup B\cup C$: tập hợp các bạn đăng kí ít nhất 1 tiết mục.

Ta có: $n(A\cup B\cup C)=n(A)+n(B)+n(C)-n(A\cap B)-n(B\cap C)-n(C\cap A)+n(A\cap B\cap C)$

$\Rightarrow n(A\cup B\cup C)=7+6+8-3-4-2+1=13$.

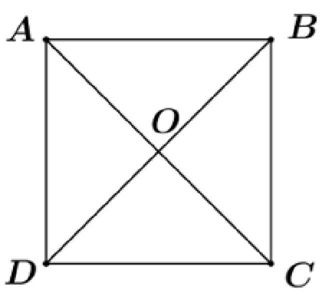
**Chọn B.**

**Câu 29 (TH):**

**Phương pháp:**

Sử dụng hai vectơ bằng nhau, đưa về hai vectơ chung điểm đầu và cuối, sử dụng quy tắc ba điểm.

**Cách giải:**




Ta có: $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{OD}=\overrightarrow{OD}+\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{OD}+\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{OC}$.

$\Rightarrow \left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{OD}\right| = \left|\overrightarrow{OC}\right| = OC$.

Áp dụng định lí Pytago ta có:

$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{(4a)^2 + (3a)^2} = 5a \Rightarrow OC = \frac{1}{2}AC = \frac{5}{2}a.$

Vậy $\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{OD}\right| = OC = \frac{5}{2}a.$

**Chọn C.**

**Câu 30 (TH):**

**Phương pháp:**

Sử dụng định nghĩa tích vô hướng của hai vectơ: $\vec{a}.\vec{b} = |\vec{a}|.|\vec{b}|.\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)$.

**Cách giải:**

Ta có:

$\vec{a}.\vec{b} = |\vec{a}|.|\vec{b}|.\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right) \Leftrightarrow 2\vec{a}.\vec{b} = 2|\vec{a}|.|\vec{b}|.\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)$

$\Leftrightarrow -|\vec{a}|.|\vec{b}| = 2|\vec{a}|.|\vec{b}|.\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)$

$\Leftrightarrow |\vec{a}|.|\vec{b}|\left[1 + 2\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)\right] = 0$

$\Leftrightarrow \cos\left(\vec{a},\vec{b}\right) = -\frac{1}{2}\left(do\,\vec{a} \neq \vec{0}, \vec{b} \neq \vec{0}\right)$

$\Leftrightarrow \left(\vec{a},\vec{b}\right) = 120^0.$

**Chọn B.**

**Phần 2: Tự luận (4 điểm)**

**Câu 1 (VD):**

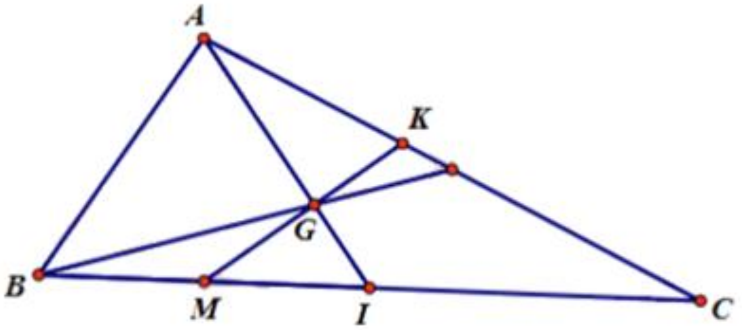
**Phương pháp:**

a) Gọi I là trung điểm của BC. Chứng minh M là trung điểm của BI.

Sử dụng quy tắc ba điểm, công thức trung điểm.

b) Sử dụng điều kiện để hai vectơ cùng phương.

**Cách giải:**




a) Gọi I là trung điểm của BC.

Ta có: $3\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=\vec{0}\Rightarrow 3MB=MC\Rightarrow MB=\frac{1}{4}BC=\frac{1}{2}BI$ .

=> M là trung điểm của BI.

Khi đó ta có:

$$\overrightarrow{MG}=\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IG}=\frac{1}{4}\overrightarrow{BC}-\frac{1}{3}\overrightarrow{AI}$$

$$=\frac{1}{4}\left(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}\right)-\frac{1}{3}.\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)\}\backslash\backslash\{=\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}-\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{6}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$$

$$=\frac{1}{12}\overrightarrow{AC}-\frac{5}{12}\overrightarrow{AB}(dpcm).$$

b) Đặt $\overrightarrow{AK}=x\overrightarrow{AC}\left(x>0\right)$, ta có:

$$\overrightarrow{GK}=\overrightarrow{AK}-\overrightarrow{AG}=x\overrightarrow{AC}-\frac{2}{3}\overrightarrow{AI}$$

$$=x\overrightarrow{AC}-\frac{2}{3}.\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)=\left(x-\frac{1}{3}\right)\overrightarrow{AC}-\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$$

Vì M, G, K thẳng hàng nên $\dfrac{x-\frac{1}{3}}{\frac{1}{12}}=\dfrac{-\frac{1}{3}}{-\frac{5}{12}}\Leftrightarrow x=\frac{2}{5}$.

Vậy $\overrightarrow{AK}=\frac{2}{5}\overrightarrow{AC}$ nên $AK=\frac{2}{5}AC\Rightarrow\frac{KA}{KC}=\frac{2}{3}$.

**Câu 2 (VD):**

**Phương pháp:**

a) Hàm số $y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$ có đỉnh $\left(-\frac{b}{2a};\frac{-\Delta}{4a}\right)$.

b) Sự biến thiên

$a > 0$

| $x$ | $-\infty$ | | $-\dfrac{b}{2a}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $-\dfrac{b^2-4ac}{4a}$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

$a < 0$

| $x$ | $-\infty$ | | $-\dfrac{b}{2a}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | $+\infty$ | $\nearrow$ | $-\dfrac{b^2-4ac}{4a}$ | $\searrow$ | $+\infty$ |

* Vẽ đồ thị

+ Đỉnh I$\left(-\dfrac{b}{2a};\dfrac{-\Delta}{4a}\right)$

+ Trục đối xứng $x = -\dfrac{b}{2a}$

+ Giao với các trục (nếu có)

+ Lấy các điểm thuộc đồ thị (đối xứng nhau qua trục đối xứng).

**Cách giải:**

a) Ta có: (P) giao với Oy tại điểm có tung độ bằng -3 hay điểm (0;-3). Suy ra $a.0 + b.0 + c = -3 \Leftrightarrow c = -3$

Vì (P) có đỉnh I(2;-1) nên $\begin{cases} \dfrac{-b}{2a} = 2 \\ a.2^2 + b.2 + (-3) = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -b = 4a \\ 4a + 2b - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\dfrac{1}{2} \\ b = 2 \end{cases}$

Vậy parabol (P) là $y = -\dfrac{1}{2}x^2 + 2x - 3$

b) Hàm số $y = -\dfrac{1}{2}x^2 + 2x - 3$ có $a = -\dfrac{1}{2} < 0$, đỉnh I(2;-1) nên có bảng biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | $-\infty$ | $\nearrow$ | -1 | $\searrow$ | $-\infty$ |

Hàm số đồng biến trên $(-\infty;2)$ và nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$

* Vẽ đồ thị

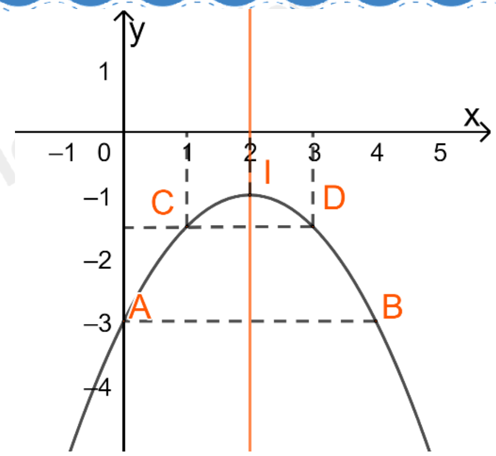
Đỉnh I(2;-1)

Trục đối xứng $x = 2$

Cắt trục tung tại A(0;-3) và không cắt Ox

Lấy B(4;-3) thuộc (P), đối xứng với A(0;-3) qua trục đối xứng

Lấy $C\left(1;-\dfrac{3}{2}\right), D\left(3;-\dfrac{3}{2}\right)$ thuộc (P).




**Câu 3 (VDC):**

**Phương pháp:**

Ta thường dùng các chữ cái in hoa để kí hiệu tập hợp và chữ cái in thường để kí hiệu phần tử thuộc tập hợp.

**Cách giải:**

Ta có

$$S = GB^2 + GC^2 + 9GA^2$$
$$= \left(\frac{2}{3}m_b\right)^2 + \left(\frac{2}{3}m_c\right)^2 + 9.\left(\frac{2}{3}m_a\right)^2$$
$$= \frac{4}{9}m_b{}^2 + \frac{4}{9}m_c{}^2 + 4m_a{}^2$$
$$= \frac{4}{9}.\left(\frac{2a^2+2c^2-b^2}{4} + \frac{2a^2+2b^2-c^2}{4}\right) + 4.\frac{2b^2+2c^2-a^2}{4}$$
$$= \frac{4}{9}.\frac{4a^2+b^2+c^2}{4} + 2b^2 + 2c^2 - a^2$$
$$= \frac{4a^2+b^2+c^2}{9} + 2b^2 + 2c^2 - a^2$$
$$= \frac{19}{9}\left(b^2+c^2\right) - \frac{5}{9}a^2$$

Theo giả thiết ta có: $4\sin A \tan A = \sin B \sin C \Leftrightarrow 4\sin^2 A = \sin B \sin C \cos A (*)$

Áp dụng định lí sin trong tam giác ta có: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R \Rightarrow \begin{cases} \sin A = \frac{a}{2R} \\ \sin B = \frac{b}{2R} \\ \sin C = \frac{c}{2R} \end{cases}$

Thay vào (*) ta có:

$$(*) \Leftrightarrow 4\left(\frac{a}{2R}\right)^2 = \frac{b}{2R}.\frac{c}{2R}\cos A$$
$$\Leftrightarrow 4.\frac{a^2}{4R^2} = \frac{bc}{4R^2}\cos A$$
$$\Leftrightarrow 4a^2 = bc\cos A$$

Lại theo định lí cosin trong tam giác ABC ta có:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$$
$$\Rightarrow bc\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2}$$

Khi đó ta có:

$$(*) \Leftrightarrow 4a^2 = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2}$$
$$\Leftrightarrow 8a^2 = b^2 + c^2 - a^2$$
$$\Leftrightarrow 9a^2 = b^2 + c^2$$

Do đó: $S = \frac{19}{9}\left(b^2 + c^2\right) - \frac{5}{9}a^2 = \frac{19}{9}.9a^2 - \frac{5}{9}a^2 = \frac{166a^2}{9} = 166.$

Vậy S = 166.