ĐỀ THI HỌC KÌ I – Đề số 5

Môn: Toán học - Lớp 10

Bộ sách Kết nối tri thức

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Mục tiêu

- Ôn tập lý thuyết học kì I của chương trình sách giáo khoa Toán 10 – Kết nối tri thức.

- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm, tự luận Toán học.

- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dàn trải tất cả các chương học kì I – chương trình Toán 10.

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

I. Trắc nghiệm (7 điểm)

1. D	2. C	3. C	4. C	5. B	6. D	7. B
8. D	9. A	10. D	11. D	12. C	13. D	14. C
15. D	16. C	17. B	18. D	19. D	20. A	21. A
22. C	23. D	24. C	25. C	26. A	27. D	28. A
29.A	30. C	31. B	32. A	33. D	34. C	35. A

Câu 1 (NB):

Phương pháp:

Xác định tính đúng đắn của mệnh đề.

Cách giải:

Mệnh đề D sai

Chọn D.

Câu 2 (TH):

Phương pháp:

Phủ định của mệnh đề "$\forall x \in K, P(x)$" là mệnh đề "$\exists x \in K, \overline{P(x)}$".

Cách giải:

Mệnh đề phủ định của mệnh đề P(x): "$\forall x \in \mathbb{R},\ x^2 + x + 1 > 0$" là "$\exists x \in \mathbb{R},\ x^2 + x + 1 \le 0$".

Chọn C.

Câu 3 (TH):

Phương pháp:

Giải nghĩa và giải tập hợp.

Cách giải:

Ta có $\dfrac{x^2+2}{x}=x+\dfrac{2}{x}\in\mathbb{Z}$ với $x\in\mathbb{Z}\Leftrightarrow\dfrac{2}{x}\in\mathbb{Z}\Leftrightarrow 2\,⋮\,x\Leftrightarrow x\in U(2)\Leftrightarrow x\in\{-2;-1;1;2\}$.

Vậy $A=\{-2;-1;1;2\}$.

Chọn C.

Câu 4 (TH):

Phương pháp:

Tập hợp rỗng không chứa phần tử nào.

Cách giải:

+) Xét đáp án A: $\begin{cases}x\in\mathbb{R}\\|x|<1\end{cases}\Rightarrow -1<x<1\ \Rightarrow A=(-1;1)\neq\varnothing$

$\Rightarrow$ Loại đáp án A.

+) Xét đáp án B: $6x^2-7x+1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=\dfrac{1}{6}\end{array}\right.\ \Rightarrow A=\{1\}\neq\varnothing$

$\Rightarrow$ Loại đáp án B.

+) Xét đáp án C: $x^2-4x+2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2+\sqrt{2}\\x=2-\sqrt{2}\end{array}\right.\ \Rightarrow A=\varnothing$

Chọn C.

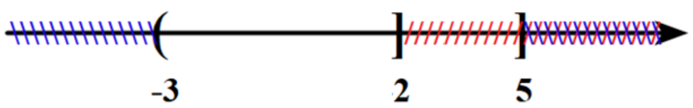
Câu 5 (VD):

Phương pháp:

Thực hiện các phép toán trên tập hợp. Sử dụng trục số.

Cách giải:

+) $A\cap B=(-3;2]$

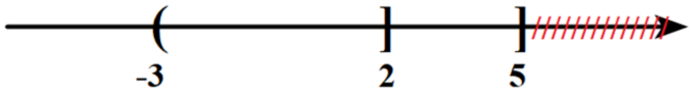


=> A đúng.

+) $A\setminus B=(-\infty;-3]$

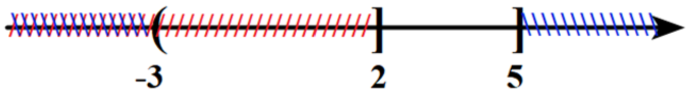
=> B sai.

+) $A \cup B = (-\infty; 5]$



=> C đúng.

+) $B \setminus A = (2; 5]$.



=> D đúng.

Chọn B.

Câu 6 (TH):

Phương pháp:

Cho tập hợp B có n phần tử. Số tập hợp con của B là 2^n

Cách giải:

Tập hợp $B = \{x; y; z; 1; 5\}$ có 5 phần tử.

Số tập hợp con của tập B là: $2^5 = 32$

Chọn D.

Câu 7 (NB):

Phương pháp:

Kí hiệu $\exists$ đọc là "tồn tại".

Cách giải:

Mệnh đề "$\exists x \in \mathbb{R}, x^2 = 2$" khẳng định rằng: "Có ít nhất một số thực mà bình phương của nó bằng 2".

Chọn B.

Câu 8 (TH):

Phương pháp:

Bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y có dạng tổng quát là $ax + by + c < 0$, $ax + by + c > 0$, $ax + by + c \le 0$, $ax + by + c \ge 0$, trong đó a, b, c là các số cho trước sao cho $a^2 + b^2 \ne 0$.

Cách giải:

Bất phương trình bậc nhất hai ẩn là $x+y\ge 0$.

Chọn D.

Câu 9 (TH):

Phương pháp:

Thay tọa độ các điểm ở các đáp án vào bất phương trình.

Cách giải:

Thay tọa độ điểm A(1;-1) ta có: $\left(1+\sqrt{3}\right)+\left(1-\sqrt{3}\right)=2\ge 2$ (Đúng).

Vậy điểm A thuộc miền nghiệm của bất phương trình.

Chọn A.

Câu 10 (NB):

Phương pháp:

Sử dụng định lí cosin trong tam giác: $a^2=b^2+c^2-2bc.\cos A$.

Cách giải:

$EF^2=EG^2+FG^2-2EG.FG.\cos G$ là mệnh đề đúng.

Chọn D.

Câu 11 (TH):

Phương pháp:

Áp dụng định lí Sin trong tam giác ABC: $\dfrac{AC}{\sin B}=\dfrac{AB}{\sin C}\Rightarrow\dfrac{\sin B}{\sin C}=\dfrac{AC}{AB}$.

Cách giải:

Áp dụng định lí Sin trong tam giác ABC ta có: $\dfrac{AC}{\sin B}=\dfrac{AB}{\sin C}\Rightarrow\dfrac{\sin B}{\sin C}=\dfrac{AC}{AB}$.

Theo giả thiết $\dfrac{\sin B}{\sin C}=\sqrt{3}\Rightarrow\dfrac{AC}{AB}=\sqrt{3}\Rightarrow AC=\sqrt{3}AB.$

Vậy $AC=\sqrt{3}.2\sqrt{2}=2\sqrt{6}.$

Chọn D.

Câu 12 (VD):

Phương pháp:

Tính sinA.

Tính diện tích tam giác ABC: $S=\dfrac{1}{2}bc.\sin A$.

Sử dụng định lí cosin trong tam giác tính a: $a^2=b^2+c^2-2bc.\cos A$.

Sử dụng công thức tính diện tích tam giác: $S=\frac{1}{2}ah_a$, từ đó tính h_a.

Cách giải:

Ta có:

$$\sin^2 A+\cos^2 A=1$$
$$\Leftrightarrow \sin^2 A+\left(\frac{3}{5}\right)^2=1$$
$$\Leftrightarrow \sin^2 A=\frac{16}{25}$$

Vì $0^0<A<180^0$ nên sinA > 0 $\Rightarrow \sin A=\frac{4}{5}$.

Diện tích tam giác ABC là: $S=\frac{1}{2}bc.\sin A.=\frac{1}{2}.7.5.\frac{4}{5}=14.$

Áp dụng định lí cosin trong tam giác ABC ta có:

$$a^2=b^2+c^2-2bc.\cos A.$$
$$=7^2+5^2-2.7.5.\frac{3}{5}$$
$$=32$$
$$\Rightarrow a=4\sqrt{2}.$$

Lại có: $S=\frac{1}{2}ah_a\Rightarrow h_a=\frac{2S}{a}=\frac{2.14}{4\sqrt{2}}=\frac{7\sqrt{2}}{2}.$

Chọn C.

Câu 13 (TH):

Phương pháp:

Lập mệnh đề đảo của từng mệnh đề và xét tính đúng sai.

Cách giải:

Xét mệnh đề đảo của đáp án A: “Nếu số tự nhiên n chia hết cho 3 thì số nguyên n có tổng các chữ số bằng 9”. Mệnh đề này sai vì tổng các chữ số của n phải chia hết cho 9 thì n mới chia hết cho 9.

Xét mệnh đề đảo của đáp án B: “Nếu $x^2>y^2$ thì x > y” sai vì $x^2>y^2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x>y\\x<-y\end{array}\right.$

Xét mệnh đề đảo của đáp án C: “Nếu t.x = t.y thì x = y” sai với t = 0 $\Rightarrow x,y\in\mathbb{R}$.

Chọn D.

Câu 14 (TH):

Phương pháp:

Thay tọa độ các điểm vào hệ bất phương trình.

Cách giải:

Dễ thấy các điểm $O(0;0)$, $M(1;0)$, $P(0;2)$ không thỏa mãn bất phương trình $x+y+1<0$ nên không thỏa mãn cả hệ bất phương trình.

Chọn C.

Câu 15 (NB):

Phương pháp:

Nhớ bảng giá trị lượng giác của các góc thường dùng hoặc sử dụng máy tính cầm tay.

Cách giải:

$$B=4a^2\sin^2 45^0-3\left(a\tan 45^0\right)^2+\left(2a\cos 45^0\right)^2$$

$$B=4a^2\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2-3a^2+\left(2a\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2$$

$$B=4a^2.\frac{1}{2}-3a^2+4a^2.\frac{1}{2}$$

$$B=a^2$$

Chọn D.

Câu 16 (TH):

Phương pháp:

Sử dụng công thức tính diện tích tam giác $S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}=pr$.

Cách giải:

Nửa chu vi tam giác đều cạnh a là $p=\frac{a+a+a}{2}=\frac{3a}{2}$.

Tam giác đều cạnh a có diện tích $S=\sqrt{\frac{3a}{2}\left(\frac{3a}{2}-a\right)\left(\frac{3a}{2}-a\right)\left(\frac{3a}{2}-a\right)}=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Lại có $S=pr\Leftrightarrow r=\frac{S}{p}=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}:\frac{3a}{2}=\frac{a\sqrt{3}}{6}$.

Chọn C.

Câu 17 (NB):

Phương pháp:

Sử dụng hệ quả định lí Cosin trong tam giác: $\cos C=\frac{AC^2+BC^2-AB^2}{2AC.BC}$.

Cách giải:

Áp dụng hệ quả định lí Cosin trong tam giác ABC ta có:

$$\cos C = \frac{AC^2 + BC^2 - AB^2}{2AC.BC}$$

$$\Leftrightarrow \cos 45^0 = \frac{\left(\sqrt{3}\right)^2 + BC^2 - \left(\sqrt{2}\right)^2}{2.\sqrt{3}.BC}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{6}BC = BC^2 + 1$$

$$\Leftrightarrow BC^2 - \sqrt{6}BC + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow BC = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2}$$

Chọn B.

Câu 18 (VDC):

Phương pháp:

Số chính phương có các chữ số tận cùng là $0,1,4,5,6,9$. Dùng loại trừ để đưa ra đáp án đúng.

Cách giải:

Ta có số chính phương có các chữ số tận cùng là $0,1,4,5,6,9$. Vì vậy

- Nhận thấy giữa mệnh đề (1) và (2) có mâu thuẫn. Bởi vì, giả sử 2 mệnh đề này đồng thời là đúng thì $n+8$ có chữ số tận cùng là 2 nên không thể là số chính phương. Vậy trong hai mệnh đề này phải có một mệnh đề là đúng và một mệnh đề là sai.

- Tương tự, nhận thấy giữa mệnh đề (2) và (3) cũng có mâu thuẫn. Bởi vì, giả sử mệnh đề này đồng thời là đúng thì $n-1$ có chữ số tận cùng là 3 nên không thể là số chính phương.

Vậy trong ba mệnh đề trên thì mệnh đề (1) và (3) là đúng, còn mệnh đề (2) là sai.

Chọn D.

Câu 19 (NB):

Phương pháp:

Biểu diễn tập hợp trên trục số.

Cách giải:

Hình vẽ đã cho là minh họa cho tập hợp $(-3;5]$

Chọn D.

Câu 20 (NB):

Phương pháp:

Sử dụng mối liên hệ giá trị lượng giác của hai góc bù nhau, đối nhau, phụ nhau

Cách giải:

$\sin(\pi + \alpha) = \sin(-\alpha) = -\sin\alpha$. => A sai

$\cos(-\alpha) = \cos\alpha$. => B đúng

$\tan(\pi - \alpha) = -\tan\alpha$ => C đúng

$\cot\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\tan\alpha$ => D đúng

Chọn A.

Câu 21 (TH):

Phương pháp:

$C_BA=B\setminus A=\{x\,|\,x\in B \text{ và } x\notin A\}.$

Cách giải:

Ta có: $C_BA=B\setminus A=[-2;+\infty)\setminus(-1;4]$

$\Rightarrow C_BA=[-2;-1]\cup(4;+\infty).$

Chọn A.

Câu 22 (VD):

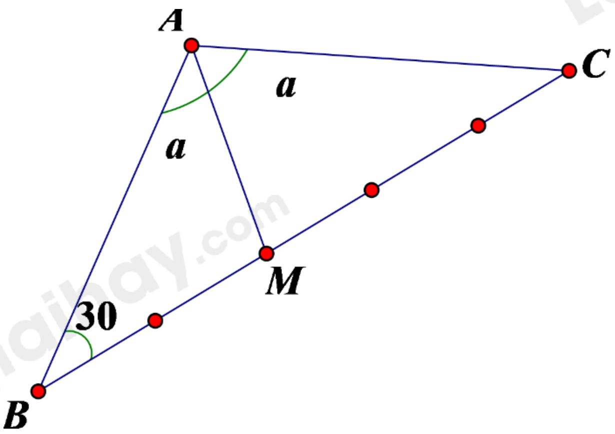
Phương pháp:

- Tính BC dựa vào định lí côsin trong tam giác cân ABC.

- Tính BM.

- Tính AM dựa vào định lí côsin trong tam giác ABM.

Cách giải:



$$BC=\sqrt{AB^2+AC^2-2ABAC\cos120^0}=\sqrt{a^2+a^2-2a.a.\left(-\frac{1}{2}\right)}=a\sqrt{3}\Rightarrow BM=\frac{2a\sqrt{3}}{5}$$

$$AM=\sqrt{AB^2+BM^2-2AB.BM.cos30^0}=\sqrt{a^2+\left(\frac{2a\sqrt{3}}{5}\right)^2-2a.\frac{2a\sqrt{3}}{5}.\frac{\sqrt{3}}{2}}=\frac{a\sqrt{7}}{5}.$$

Chọn C.

Câu 23 (TH):

Phương pháp:

Tìm phương trình đường thẳng d. Loại đáp án.

Thay tọa độ điểm O(0;0) vào các bất phương trình chưa bị loại ở các đáp án, tiếp tục loại đáp án.

Cách giải:

Đường thẳng d đi qua điểm (3;0) nên loại đáp án A, B.

Ta thấy điểm O(0;0) không thuộc miền nghiệm của bất phương trình.

+ Thay tọa độ điểm O(0;0) vào biểu thức $x-2y$ ta có: $0-2.0=0<3$

Do đó bất phươn trình cần tìm là $x-2y>3$

Chọn D.

Câu 24 (TH):

Phương pháp:

Sử dụng công thức: $1+\tan^2\alpha=\dfrac{1}{\cos^2\alpha}$.

Cách giải:

Ta có:

$$\begin{aligned}&1+\tan^2\alpha=\frac{1}{\cos^2\alpha}\\&\Leftrightarrow 1+\left(-2\sqrt{2}\right)^2=\frac{1}{\cos^2\alpha}\\&\Leftrightarrow \cos^2\alpha=\frac{1}{9}\\&\Leftrightarrow \sin^2\alpha=1-\frac{1}{9}=\frac{8}{9}\\&\Leftrightarrow \sin\alpha=\pm\frac{2\sqrt{2}}{3}\end{aligned}$$

Vì $0^0<\alpha<180^0\Rightarrow\sin\alpha>0$.

Vậy $\sin\alpha=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$.

Chọn C.

Câu 25 (VD):

Phương pháp:

Áp dụng hệ quả định lí Sin trong tam giác ABC.

Cách giải:

Ta có: $\angle ACB=180^0-45^0-70^0=65^0$

Áp dụng hệ quả định lí Sin trong tam giác ABC ta có:

$$\frac{AC}{\sin B}=\frac{AB}{\sin C}\Rightarrow\frac{AC}{\sin 70^0}=\frac{40}{\sin 65^0}$$

$$\Rightarrow AC=\frac{40}{\sin 65^0}.\sin 70^0\approx 41,47(m)$$

Chọn C.

Câu 26 (TH):

Phương pháp:

Sai số tương đối $\delta_a\le\frac{d}{|a|}$.

Cách giải:

Ta có: $d=\frac{1}{4}\Rightarrow\delta\le\frac{d}{|a|}=\frac{1}{4.365}=0,0068\%$.

Chọn A.

Câu 27 (NB):

Phương pháp:

Để tìm các tứ phân vị của mẫu số liệu có n giá trị ta làm như sau:

• Sắp xếp mẫu số liệu theo thứ tự không giảm.

• Tìm trung vị. Giá trị này là Q_2.

• Tìm trung vị của nửa số liệu bên trái Q_2 (không bao gồm Q_2 nếu n lẻ). Giá trị này là Q_1.

• Tìm trung vị của nửa số liệu bên phải Q_2 (không bao gồm Q_2 nếu n lẻ). Giá trị này là Q_3.

Q_1, Q_2, Q_3 được gọi là các tứ phân vị của mẫu số liệu.

Cách giải:

Sắp xếp mẫu số liệu theo thứ tự không giảm: 1 3 6 8 9 12.

Cỡ mẫu n = 6 chẵn nên ${Q_2} = \frac{{6 + 8}}{2} = 7.$

Nửa số liệu bên trái Q_2: 1 3 6 => $Q_1 = 3$.

Nửa số liệu bên phải Q_2: 8 9 12 => $Q_3 = 9$.

Vậy $Q_1 = 3$, $Q_2 = 7$, $Q_3 = 9$.

Chọn D.

Câu 28 (NB):

Phương pháp:

Nhóm $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{DC},\overrightarrow{AD}$, áp dụng quy tắc cộng vectơ.

Cách giải:

Ta có: $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{AD}=\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}\right)-\left(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DC}\right)=\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AC}=\vec{0}$.

Chọn A.

Câu 29 (NB):

Phương pháp:

Sử dụng quy tắc hình bình hành tính $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$.

Tính độ dài vectơ vừa tìm được.

Cách giải:

Ta có: $\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}\right|=\left|\overrightarrow{AC}\right|=AC=a$.

Chọn A.

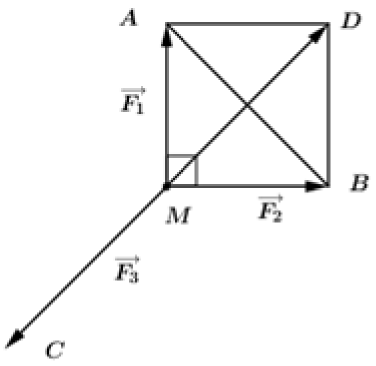
Câu 30 (VDC):

Phương pháp:

Áp dụng quy tắc hình bình hành.

Vật đứng yên khi tổng các lực tác động lên điểm bằng 0.

Cách giải:



Có cường độ lực $\overrightarrow{F_1},\overrightarrow{F_2}$ đều bằng 50 N và tam giác MAB vuông tại M

$\Rightarrow$ Tam giác MAB vuông cân tại M

Lấy điểm D sao cho MADB là hình vuông

$\Rightarrow MD=\sqrt{MA^2+AD^2}=\sqrt{MA^2+MB^2}=50\sqrt{2}N$

Vì vật đứng yên nên tổng các lực tác động lên điểm bằng 0

$\Rightarrow \overrightarrow{F_1}+\overrightarrow{F_2}+\overrightarrow{F_3}=\vec{0}$ hay $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{F_3}=\vec{0}$

$\Rightarrow \overrightarrow{F_3}=-\left(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right)=-\overrightarrow{MD}$

Vậy lực $\overrightarrow{F_3}$ có hướng ngược với $\overrightarrow{MD}$ và có cường độ bằng $50\sqrt{2}N\approx 70,71N$

Chọn C.

Câu 31 (TH):

Phương pháp:

Đối với bảng phân bố tần số, phương sai được tính theo công thức:

$$s^2=\frac{1}{N}\left[n_1\left(x_1-\overline{x}\right)^2+n_2\left(x_2-\overline{x}\right)^2+\ldots+n_k\left(x_k-\overline{x}\right)^2\right]$$

Với $n_i;f_i$ lần lượt là tần số, tần suất của giá trị x_i.

Cách giải:

Bảng phân số tần số:

Sản lượng (x)	20	21	22	23	24	Tổng
Tần số (n)	5	8	11	10	6	$N=40$

*) Sản lượng trung bình của 40 thửa ruộng là:

$$\overline{x}=\frac{20.5+21.8+22.11+23.10+24.6}{40}=22,1(\text{tạ})$$

*) Phương sai:

$$s^2=\frac{1}{40}\left[5.(20-22,1)^2+8.(21-22,1)^2+11.(22-22,1)^2+10.(23-22,1)^2+6.(24-22,1)^2\right]=1,54\ (\text{tạ})$$

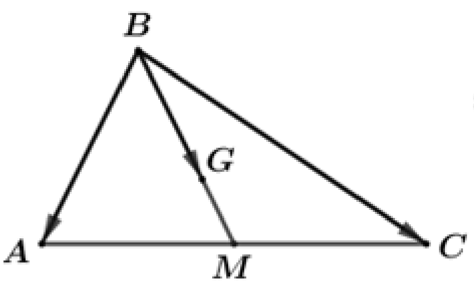
Chọn B.

Câu 32 (TH):

Phương pháp:

Áp dụng quy tắc cộng vecto, quy tắc hình bình hành để biểu diễn véctơ.

Cách giải:



$$\overrightarrow{BM}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}\right)=\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$$

$$\Rightarrow\overrightarrow{BG}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BM}=\frac{2}{3}\cdot\left(\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}\right)=\frac{1}{3}\overrightarrow{BA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$$

Mặt khác, $\overrightarrow{BA}=\vec{a},\overrightarrow{BC}=\vec{b}$ nên ta có: $\overrightarrow{BG}=\frac{1}{3}\vec{a}+\frac{1}{3}\vec{b}$

Vậy $\overrightarrow{BG}=\frac{1}{3}\vec{a}+\frac{1}{3}\vec{b}$.

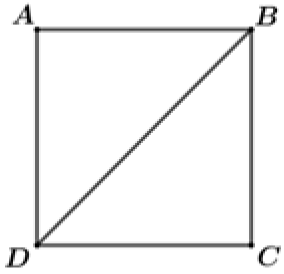
Chọn A.

Câu 33 (VD):

Phương pháp:

Áp dụng quy tắc cộng vecto để tìm được vecto $\vec{u}$.

Cách giải:



Vì ABCD là hình vuông nên ta có: $AB = BC = CD = DA = 2$; $AC = BD = a\sqrt{2}$.

Ta có:

$\vec{u} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} - 3\overrightarrow{MD}$

$= \left(\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{DA}\right) + \left(\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{DB}\right) + \left(\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{DC}\right) - 3\overrightarrow{MD}$

$= \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{DC} - 3\overrightarrow{MD}$

$= \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC}$

$= \left(\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC}\right) + \overrightarrow{DB}$

$= \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DB}$

$= 2\overrightarrow{DB}$

$\Rightarrow \vec{u} = 2\overrightarrow{DB}$

$\Rightarrow |\vec{u}| = \left|2.\overrightarrow{DB}\right| = 2.a.\sqrt{2} = 2\sqrt{2}a$

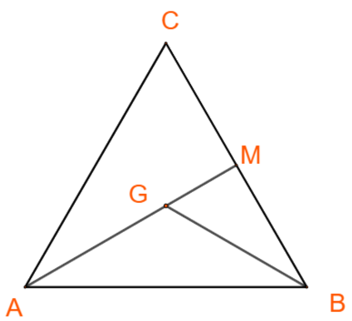
Chọn D.

Câu 34 (VD):

Phương pháp:

Áp dụng tích vô hướng $\vec{a}.\vec{b} = a.b.\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)$

Cách giải:



Ta có:

$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = AB.AC.\cos\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right) = a.a.\cos A = a^2\cos 60^\circ = \frac{1}{2}a^2$ => A đúng

$\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{CB} = AC.CB.\cos\left(\overrightarrow{AC},\overrightarrow{CB}\right) = a.a.\cos 120^\circ = -\frac{1}{2}a^2$ => B đúng

+ $AG = \frac{2}{3}AM; AM = AC.\sin C = a.\sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

$\Rightarrow AG = BG = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

$\overrightarrow{GA}.\overrightarrow{GB} = GA.GB.\cos\left(\overrightarrow{GA},\overrightarrow{GB}\right) = \frac{a\sqrt{3}}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{3}.\cos 120^\circ = -\frac{1}{6}a^2$ => C sai.

$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AG} = AB.AG.\cos\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AG}\right) = a.\frac{a\sqrt{3}}{3}.\cos 30^\circ = \frac{1}{2}a^2$ => D đúng.

Chọn C.

Câu 35 (VD):

Cách giải:

Ta có:

$AC = BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = \sqrt{2a^2 + a^2} = a\sqrt{3}$

Lại có:

$$\begin{cases} \overrightarrow{BK} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AK} = \overrightarrow{BA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} \\ \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} \end{cases}$$

$\Rightarrow \overrightarrow{BK}.\overrightarrow{AC} = \left(\overrightarrow{BA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}\right).\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}\right)$

$= \overrightarrow{BA}.\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA}.\overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{AD}$

$= -a^2 + 0 + 0 + \frac{1}{2}\left(a\sqrt{2}\right)^2 = 0$

Chọn A.

II. Tự luận (3 điểm)

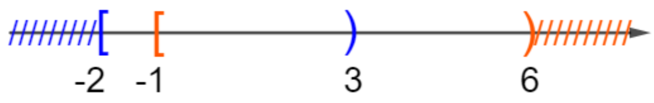
Câu 1 (TH):

Phương pháp:

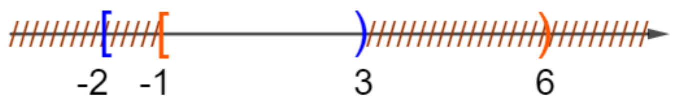
Biểu diễn trên trục số.

Cách giải:

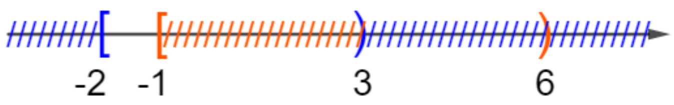
$A \cup B = [-2;6)$



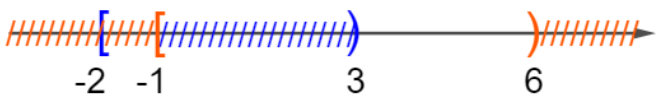
$A \cap B = [-1;3)$



$A \setminus B = [-2;-1)$



$B \setminus A = [3;6)$



Câu 2 (VD):

Phương pháp:

a) +) Số trung bình $\overline{x} = \dfrac{x_1 + x_2 + ... + x_n}{n}$.

+) Phương sai: $s^2 = \dfrac{1}{n}\left(x_1^2 + x_2^2 + ... + x_n^2\right) - \overline{x}^2$

b) +) Khoảng tứ phân vị, kí hiệu là Δ_Q, là hiệu số giữa tứ phân vị thứ ba và tứ phân vị thứ nhất, tức là $\Delta_Q = Q_3 - Q_1$.

+) Giá trị ngoại lệ: Giá trị ngoại lệ x thỏa mãn $x > Q_3 + 1,5\Delta_Q$ hoặc $x < Q_1 - 1,5\Delta_Q$.

Bỏ giá trị ngoại lệ (nếu có), tính lại số trung bình, tìm số trung vị của 2 mẫu số liệu và so sánh.

Cách giải:

a) n = 15.

+ Bảo Anh:

Số trung bình:

$$\overline{x_1} = \frac{2+4+3+4+6+2+3+2+4+5+3+4+6+7+3}{15} = \frac{58}{15} \approx 3,87.$$

Phương sai:

$$s_1^2 = \frac{1}{15}\left(3.2^2 + 4.3^2 + 4.4^2 + 5^2 + 2.6^2 + 7^2\right) - \overline{x}_1^2 = 2,25.$$

+ Quang:

Số trung bình:

$$\overline{x}_2 = \frac{3+4+1+2+2+3+4+1+2+30+2+2+2+3+6}{15} = \frac{67}{15} \approx 4,47$$

Phương sai:

$$s_2^2 = \frac{1}{15}\left(2.1^2 + 6.2^2 + 3.3^2 + 2.4^2 + 6^2 + 30^2\right) - \overline{x}_2^2 = 48,12 .$$

b)

+ Bảo Anh:

Áp dụng các bước tìm tứ phân vị ta tìm được: $Q_1 = 3$, $Q_3 = 5$.

$ \Rightarrow {\Delta _Q}$ = $Q_3 - Q_1 = 5 - 3 = 2$.

Giá trị ngoại lệ x thỏa mãn

$x > Q_3 + 1,5\Delta_Q = 5 + 1,5.2 = 8$

Hoặc $x < Q_1 - 1,5\Delta_Q = 3 - 1,5.2 = 0$

Vậy đối chiếu mẫu số liệu của Khuê suy ra không có giá trị ngoại lệ.

+ Quang:

Áp dụng các bước tìm tứ phân vị ta tìm được $Q_1 = 2$, $Q_3 = 4$

Khi đó khoảng tứ phân vị là $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 4 - 2 = 2$.

Giá trị ngoại lệ x thỏa mãn

$x > Q_3 + 1,5\Delta_Q = 4 + 1,5.2 = 7$

Hoặc $x < Q_1 - 1,5\Delta_Q = 2 - 1,5.2 = -1$

Vậy đối chiếu mẫu số liệu của Trọng suy ra giá trị ngoại lệ là 30.

Câu 3 (VDC):

Cách giải:

a) Gọi M là trung điểm AB.

Ta có: $\overrightarrow{IA} + 3\overrightarrow{IB} - 2\overrightarrow{IC} = \vec{0}$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + 2\overrightarrow{IB} - 2\overrightarrow{IC} = \vec{0}$$
$$\Leftrightarrow 2\overrightarrow{IM} + 2\overrightarrow{CB} = \vec{0}$$
$$\Leftrightarrow 2\overrightarrow{IM} = 2\overrightarrow{BC}$$
$$\Leftrightarrow \overrightarrow{IM} = \overrightarrow{BC}$$

Do đó IMCB là hình bình hành

Vậy I là đỉnh thứ tư của hình bình hành IMCB.

b) Ta có: $3\overrightarrow{DB} - 2\overrightarrow{DC} = \vec{0}$

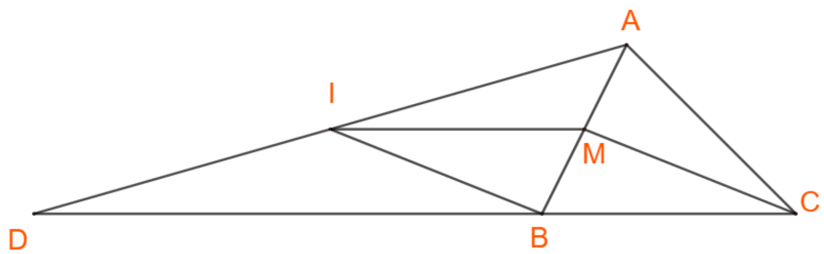
$\Leftrightarrow 3\overrightarrow{DC} + 3\overrightarrow{CB} - 2\overrightarrow{DC} = \vec{0}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{DC} + 3\overrightarrow{CB} = \vec{0}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{CD} = 3\overrightarrow{CB}$

Vậy D thuộc tia CB, sao cho CD=3CB.

c)



Cách 1:

Ta có: D thuộc tia CB, sao cho CD = 3CB.

$\Rightarrow \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{CB} \Rightarrow \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{CB}$

Lại có: $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB}$

$\Rightarrow \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AI}$

Vậy A, I, D thẳng hàng.

Cách 2:

Gọi J là giao điểm của IM và AD.

Xét tam giác ABD ta có:

JM // DB (do IM // BC)

M là trung điểm AB

=> J là trung điểm AD và $JM = \frac{1}{2}DB$

Lại có: $IM = BC = \frac{1}{3}CD \Rightarrow IM = \frac{1}{2}BD$

Do đó $IM = JM$ hay $I \equiv J$

Vậy A, I, D thẳng hàng.