ĐỀ THI HỌC KÌ I – Đề số 5

Môn: Toán học - Lớp 10

Bộ sách Cánh diều

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Mục tiêu

- Ôn tập lý thuyết học kì I của chương trình sách giáo khoa Toán 10 – Cánh diều.

- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm, tự luận Toán học.

- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dàn trải tất cả các chương học kì I – chương trình Toán 10.

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Phần 1: Trắc nghiệm (5 điểm)

1.A	2.B	3.B	4.D	5.C	6.C	7.D	8.B	9.A	10.D
11.D	12.B	13.C	14.D	15.D	16.A	17.B	18.C	19.A	20.D
21.D	22.D	23.B	24.B	25.B					

Câu 1 (NB):

Phương pháp:

Mệnh đề là câu khẳng định có tính đúng hoặc sai.

Cách giải:

Bạn bao nhiêu tuổi? là câu nghi vấn nên không phải là mệnh đề.

Chọn A.

Câu 2 (TH):

Phương pháp:

Sử dụng định nghĩa tích vô hướng của hai vectơ: $\vec{a}.\vec{b} = |\vec{a}|.|\vec{b}|.\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)$.

Cách giải:

Ta có:

$\vec{a}.\vec{b} = |\vec{a}|.|\vec{b}|.\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)$

$\Leftrightarrow 2\vec{a}.\vec{b} = 2|\vec{a}|.|\vec{b}|.\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)$

$\Leftrightarrow -|\vec{a}|.|\vec{b}| = 2|\vec{a}|.|\vec{b}|.\cos(\vec{a},\vec{b})$

$\Leftrightarrow |\vec{a}|.|\vec{b}|\left[1+2\cos(\vec{a},\vec{b})\right]=0$

$\Leftrightarrow \cos(\vec{a},\vec{b}) = -\frac{1}{2}\left(do\,\vec{a}\neq\vec{0},\vec{b}\neq\vec{0}\right)$

$\Leftrightarrow (\vec{a},\vec{b}) = 120^0.$

Chọn B.

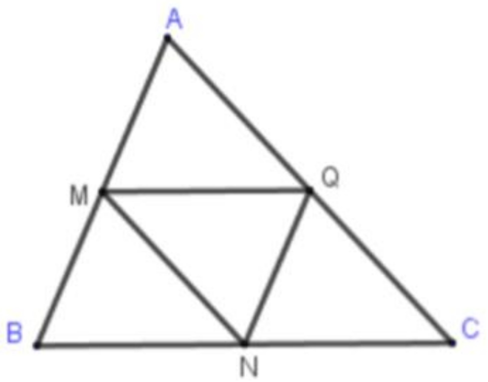
Câu 3 (TH):

Phương pháp:

Sử dụng quy tắc ba điểm.

Sử dụng hai vectơ bằng nhau.

Cách giải:



Ta có:

$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BM}+\overrightarrow{NA}+\overrightarrow{BQ}$

$=\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{NA}+\overrightarrow{BQ}$

$=\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{BQ}+\overrightarrow{NA}$

$=\overrightarrow{MQ}+\overrightarrow{NA}$

$=\overrightarrow{BN}+\overrightarrow{NA}$

$=\overrightarrow{BA}$

Chọn B.

Câu 4 (NB):

Phương pháp:

Sử dụng định lí cosin trong tam giác: $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB.AC.\cos\angle BAC.$

Cách giải:

Ta có:

$$\begin{aligned}BC^2 &= AB^2 + AC^2 - 2AB.AC.\cos\angle BAC.\\ &= 6^2 + 8^2 - 2.6.8.\cos 120^0\\ &= 148\end{aligned}$$
$$\Rightarrow BC = \sqrt{148} = 2\sqrt{37}.$$

Chọn D.

Câu 5 (NB):

Phương pháp:

Cặp số nào thỏa mãn bất phương trình là nghiệm của bất phương trình.

Cách giải:

Thay cặp số (x;y) = (0;4) vào bất phương trình: 0 – 4 + 3 > 0 => Sai.

Thay cặp số (x;y) = (2;5) vào bất phương trình: 2 – 5 + 3 > 0 => Sai.

Thay cặp số (x;y) = (1;3) vào bất phương trình: 1 – 3 + 3 > 0 => Đúng.

Thay cặp số (x;y) = (1;4) vào bất phương trình: 1 – 4 + 3 > 0 => Sai.

Chọn C.

Câu 6 (TH):

Phương pháp:

Sử dụng quy tắc hình bình hành.

Cách giải:

Theo quy tắc hình bình hành ta có:

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$$
$$\Rightarrow \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AC}$$
$$\Rightarrow k = 2.$$

Chọn C.

Câu 7 (NB):

Phương pháp:

Sử dụng các công thức tính diện tích tam giác: $S = \frac{abc}{4R}$, $S = \frac{1}{2}ab\sin C$, $S = \frac{1}{2}\sqrt{p\left(p-a\right)\left(p-b\right)\left(p-c\right)}$,

$S = p.R$ với $p = \frac{a+b+c}{2}$.

Cách giải:

$S = \frac{1}{2}ab\sin C$ nên đáp án D sai.

Chọn D.

Câu 8 (TH):

Phương pháp:

$\sqrt{f(x)}$ xác định khi $f(x)\ge 0$

$\dfrac{1}{g(x)}$ xác định khi $g(x)\ne 0$

Cách giải:

Điều kiện: $\begin{cases} x^2-3x+2\ge 0 \\ x+3>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\in(-\infty;1]\cup[2;+\infty) \\ x>-3 \end{cases} \Leftrightarrow x\in(-3;1]\cup[2;+\infty)$.

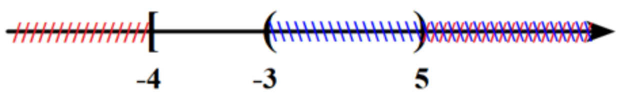
Chọn B.

Câu 9 (TH):

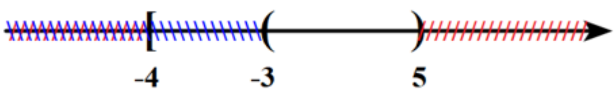
Phương pháp:

Biểu diễn các tập hợp trên trục số và thực hiện các phép toán trên tập hợp.

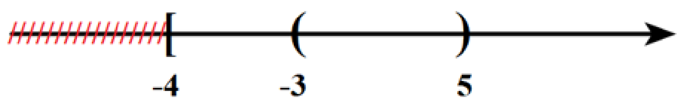
Cách giải:



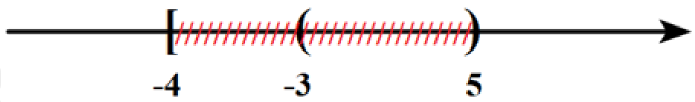
$P\setminus Q=[-4;-3]\Rightarrow A$ đúng.



$P\cap Q=(-3;5)\Rightarrow B$ sai.



$P\cup Q=[-4;+\infty)\Rightarrow C$ sai.



$C_{\mathbb{R}}P=\mathbb{R}\setminus P=(-\infty;-4)\cup[5;+\infty)\Rightarrow D$ sai.

Chọn A.

Câu 10 (TH):

Phương pháp:

Sử dụng khái niệm các phép toán trên tập hợp.

Cách giải:

Phần tô đậm trong hình vẽ biểu diễn cho tập hợp $(A\cap B)\setminus C$.

Chọn D.

Câu 11 (TH):

Phương pháp:

Sử dụng định lí Cosin trong tam giác ABC ta có: $AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC.BC.\cos C$.

Cách giải:

Áp dụng định lí Cosin trong tam giác ABC ta có:

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC.BC.\cos C$$
$$= 200^2 + 180^2 - 2.200.180.\cos 52^0 16' \approx 28337$$
$$\Rightarrow AB \approx 168(m)$$

Chọn D.

Câu 12 (TH):

Phương pháp:

Dùng công thức $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ để tính cos x

Cách giải:

$$\sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin x^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow \cos^2 x = 1 - \sin^2 x = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$
$$\Rightarrow \sin^2 x - \cos^2 x = \frac{1}{4} - \frac{3}{4} = \frac{-1}{2}$$

Chọn B.

Câu 13 (VD):

Cách giải:

TXĐ: $D = \mathbb{R} \backslash \{-1\}$.

Xét $x_1; x_2 \in D$ và $x_1 < x_2 \Leftrightarrow x_1 - x_2 < 0$

Khi đó với hàm số $y = f(x) = \dfrac{4}{x+1}$

$$\Rightarrow f(x_1) - f(x_2) = \frac{4}{x_1+1} - \frac{4}{x_2+1} = 4.\frac{(x_2 - x_1)}{(x_1+1)(x_2+1)}$$

Trên $(-\infty; -1) \Rightarrow f(x_1) - f(x_2) = 4.\dfrac{(x_2 - x_1)}{(x_1+1)(x_2+1)} > 0$ nên hàm số nghịch biến.

Trên $(-1; +\infty) \Rightarrow f(x_1) - f(x_2) = 4.\dfrac{(x_2 - x_1)}{(x_1+1)(x_2+1)} > 0$ nên hàm số nghịch biến.

Vậy $y = |x+1| - |1-x|$ không là hàm số chẵn.

Chọn C.

Câu 14 (TH):

Phương pháp:

Nếu $\alpha+\beta=90^0$ thì $\sin\alpha=\cos\beta$.

Cách giải:

Ta có:

$$A=\sin^2 51^0+\sin^2 55^0+\sin^2 39^0+\sin^2 35^0$$
$$A=\left(\sin^2 51+\sin^2 39^0\right)+\left(\sin^2 55^0+\sin^2 35^0\right)$$
$$A=\left(\sin^2 51+\sin^2\left(90^0-51^0\right)\right)+\left(\sin^2 55^0+\sin^2\left(90^0-55^0\right)\right)$$
$$A=\left(\sin^2 51+\cos^2 51^0\right)+\left(\sin^2 55^0+\cos^2 55^0\right)$$

$A = 1 + 1 = 2.$

Chọn D.

Câu 15 (TH):

Phương pháp:

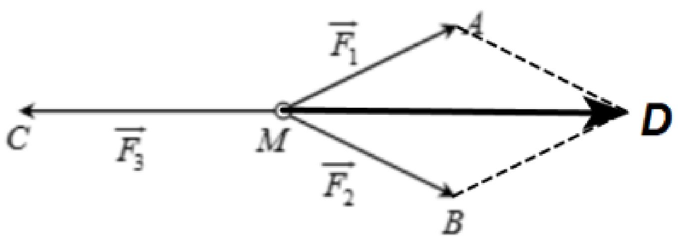
Vì M đứng yên nên $\overrightarrow{F_1}+\overrightarrow{F_2}+\overrightarrow{F_3}=\vec{0}\Rightarrow\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=\vec{0}$.

Sử dụng quy tắc hình bình hành.

Cách giải:

Vì M đứng yên nên $\overrightarrow{F_1}+\overrightarrow{F_2}+\overrightarrow{F_3}=\vec{0}\Rightarrow\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=\vec{0}$.

Áp dụng quy tắc hình bình hành ta có: $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{MD}$, với D là đỉnh thứ tư của hình bình hành AMBD như hình vẽ.



$$\Rightarrow\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{MC}=\vec{0}\Rightarrow\overrightarrow{MC}=-\overrightarrow{MD}$$
$$\Rightarrow\left|\overrightarrow{F_3}\right|=\left|\overrightarrow{MC}\right|=\left|-\overrightarrow{MD}\right|=MD$$

Vì MA = MB = 100, $\angle AMB=60^0$ nên tam giác AMB đều $\Rightarrow MD=100\sqrt{3}$.

Vậy $\left|\overrightarrow{F_3}\right|=100\sqrt{3}N.$

Chọn D.

Câu 16 (TH):

Phương pháp:

Tọa độ đỉnh của parabol $y=ax^2+bx+c$ là $I\left(-\frac{b}{2a};\frac{-\Delta}{4a}\right)$

Cách giải:

Tọa độ đỉnh của parabol $y=-2x^2-4x+6$ là $\begin{cases} x=-\frac{-4}{2.(-2)}=-1 \\ y=-2.(-1)^2-4.(-1)+6=8 \end{cases} \Rightarrow I(-1;8)$.

Chọn A.

Câu 17 (VD):

Phương pháp:

Sử dụng công thức $n(A\cup B\cup C)=n(A)+n(B)+n(C)-n(A\cap B)-n(B\cap C)-n(C\cap A)+n(A\cap B\cap C)$.

Cách giải:

Gọi A là tập hợp các bạn đăng kí tiết mục tốp ca $\Rightarrow n(A)=7$.

B là tập hợp các bạn đăng kí tiết mục múa $\Rightarrow n(B)=6$.

C là tập hợp các bạn đăng kí tiết mục diễn kịch $\Rightarrow n(C)=8$.

$\Rightarrow A\cap B$: tập hợp các bạn đăng kí cả 2 tiết mục tốp ca và múa $\Rightarrow n(A\cap B)=3$.

$A\cap C$: tập hợp các bạn đăng kí cả 2 tiết mục tốp ca và diễn kịch $\Rightarrow n(A\cap C)=4$.

$B\cap C$: tập hợp các bạn đăng kí cả 2 tiết mục múa và diễn kịch $\Rightarrow n(B\cap C)=2$.

$A\cap B\cap C$: tập hợp các bạn đăng kí cả 3 tiết mục tốp ca, múa và diễn kịch $\Rightarrow n(A\cap B\cap C)=1$.

$A\cup B\cup C$: tập hợp các bạn đăng kí ít nhất 1 tiết mục.

Ta có: $n(A\cup B\cup C)=n(A)+n(B)+n(C)-n(A\cap B)-n(B\cap C)-n(C\cap A)+n(A\cap B\cap C)$

$\Rightarrow n(A\cup B\cup C)=7+6+8-3-4-2+1=13$.

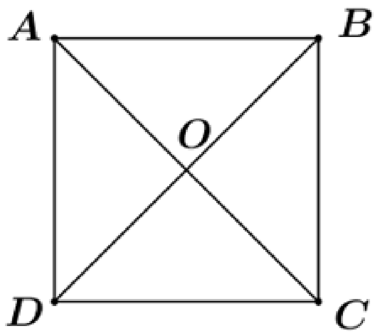
Chọn B.

Câu 18 (TH):

Phương pháp:

Sử dụng hai vectơ bằng nhau, đưa về hai vectơ chung điểm đầu và cuối, sử dụng quy tắc ba điểm.

Cách giải:



Ta có: $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{OD}=\overrightarrow{OD}+\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{OD}+\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{OC}$.

$\Rightarrow \left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{OD}\right|=\left|\overrightarrow{OC}\right|=OC$.

Áp dụng định lí Pytago ta có:

$$AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=\sqrt{(4a)^2+(3a)^2}=5a\Rightarrow OC=\frac{1}{2}AC=\frac{5}{2}a.$$

Vậy $\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{OD}\right|=OC=\frac{5}{2}a.$

Chọn C.

Câu 19 (TH):

Phương pháp:

Tọa độ đỉnh của parabol $y=ax^2+bx+c$ là $I\left(-\frac{b}{2a};\frac{-\Delta}{4a}\right)$

Cách giải:

Đồ thị hàm số $y=ax^2+bx+c$ đi qua điểm $A(2;1)$ và có đỉnh $I(1;-1)$ nên có hệ phương trình

$$\begin{cases}4a+2b+c=1\\ -\frac{b}{2a}=1\\ a+b+c=-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4a+2b+c=1\\ b=-2a\\ a+b+c=-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}c=1\\ b=-2a\\ -a+c=-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}c=1\\ b=-4\\ a=2\end{cases}.$$

Vậy $T=a^3+b^2-2c=22$.

Chọn A.

Câu 20 (TH):

Phương pháp:

Tọa độ đỉnh của parabol $y=ax^2+bx+c$ là $I\left(-\frac{b}{2a};\frac{-\Delta}{4a}\right)$

Cách giải:

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $(0;-1)$ nên $c=-1$.

Tọa độ đỉnh $I\left(1;-3\right)$, ta có phương trình: $\begin{cases} -\dfrac{b}{2a}=1 \\ a.1^2+b.1-1=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a+b=0 \\ a+b=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=-4 \end{cases}$.

Vậy parabol cần tìm là: $y=2x^2-4x-1$.

Chọn D.

Câu 21 (NB):

Phương pháp:

Chọn điểm bất kì thỏa mãn bất phương trình để chọn miền nghiệm

Cách giải:

Vì O(0,0) không thuộc miền nghiệm nên nửa mặt phẳng có bờ là d khác phía gốc tọa độ O và không lấy đường thẳng d

Chọn D.

Câu 22 (NB):

Phương pháp:

Vẽ đồ thị hoặc thử các đáp án

Cách giải:

$\left(0,2\right)$ thỏa mãn 3 phương trình trong hệ phương trình nên chọn D

Chọn D.

Câu 23 (TH):

Phương pháp:

Sử dụng định lí Sin trong tam giác $\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}=2R$.

Cách giải:

Sử dụng định lí Sin trong tam giác $\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}=2R \Rightarrow \begin{cases} a=2R\sin A \\ b=2R\sin B \\ c=2R\sin C \end{cases}$.

Theo giả thiết ta có:

$$\begin{aligned} & b+c=2a \\ & \Leftrightarrow 2R\sin B+2R\sin C=2.2R\sin A \\ & \Leftrightarrow \sin B+\sin C=2\sin A. \end{aligned}$$

Chọn B.

Câu 24 (TH):

Phương pháp:

Sử dụng công thức $\overrightarrow{BM}.\overrightarrow{BA} = BM.BA.\cos\left(\overrightarrow{BM},\overrightarrow{BA}\right)$.

Cách giải:

Ta có: $\overrightarrow{BM}.\overrightarrow{BA} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{BA} = -\frac{1}{2}BC.BA.\cos\left(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BA}\right)$.

Vì tam giác ABC đều nên $\cos\left(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BA}\right) = \angle ABC = 60^0$.

$\Rightarrow \overrightarrow{BM}.\overrightarrow{BA} = -\frac{1}{2}.4.4.\frac{\sqrt{3}}{2} = -4\sqrt{3}.$

Chọn B.

Câu 25 (TH):

Phương pháp:

Tọa độ đỉnh của parabol $y = ax^2 + bx + c$ là $I\left(-\frac{b}{2a};\frac{-\Delta}{4a}\right)$

Cách giải:

Từ BBT ta có $a > 0$ nên loại đáp án D. Đỉnh $I(1;-3)$ nên $-\frac{b}{2a} = 1$

Đáp án A. $y = x^2 + 2x - 2$ có $a = 1, b = 2 \Rightarrow \frac{-b}{2a} = -1$ (Loại)

Đáp án B. $y = x^2 - 2x - 2$ có $a = 1, b = -2 \Rightarrow \frac{-b}{2a} = 1$ (TM)

Đáp án C. $y = x^2 + 3x - 2$ có $a = 1, b = 3 \Rightarrow \frac{-b}{2a} = -\frac{3}{2}$ (Loại)

Chọn B.

Phần 2: Tự luận (5 điểm)

Câu 1 (VD):

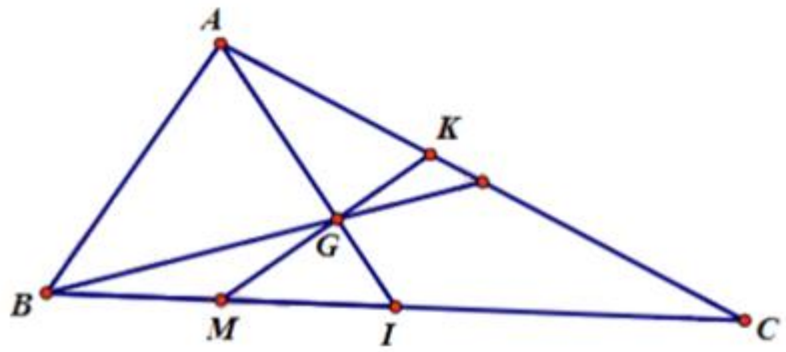
Phương pháp:

a) Gọi I là trung điểm của BC. Chứng minh M là trung điểm của BI.

Sử dụng quy tắc ba điểm, công thức trung điểm.

b) Sử dụng điều kiện để hai vectơ cùng phương.

Cách giải:



a) Gọi I là trung điểm của BC.

Ta có: $3\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=\vec{0}\Rightarrow 3MB=MC\Rightarrow MB=\frac{1}{4}BC=\frac{1}{2}BI$.

=> M là trung điểm của BI.

Khi đó ta có:

$$\overrightarrow{MG}=\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IG}=\frac{1}{4}\overrightarrow{BC}-\frac{1}{3}\overrightarrow{AI}$$
$$=\frac{1}{4}\left(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}\right)-\frac{1}{3}.\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)$$
$$=\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}-\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{6}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$$
$$=\frac{1}{12}\overrightarrow{AC}-\frac{5}{12}\overrightarrow{AB}.$$

b) Đặt $\overrightarrow{AK}=x\overrightarrow{AC}\left(x>0\right)$, ta có:

$$\overrightarrow{GK}=\overrightarrow{AK}-\overrightarrow{AG}=x\overrightarrow{AC}-\frac{2}{3}\overrightarrow{AI}$$
$$=x\overrightarrow{AC}-\frac{2}{3}.\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)=\left(x-\frac{1}{3}\right)\overrightarrow{AC}-\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$$

Vì M, G, K thẳng hàng nên $\dfrac{x-\frac{1}{3}}{\frac{1}{12}}=\dfrac{-\frac{1}{3}}{-\frac{5}{12}}\Leftrightarrow x=\frac{2}{5}.$

Vậy $\overrightarrow{AK}=\frac{2}{5}\overrightarrow{AC}$ nên $AK=\frac{2}{5}AC\Rightarrow\frac{KA}{KC}=\frac{2}{3}.$

Câu 2 (VD):

Phương pháp:

a) Hàm số $y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$ có đỉnh $\left(-\frac{b}{2a};\frac{-\Delta}{4a}\right)$.

b) Sự biến thiên:

$a > 0$

x	$-\infty$		$-\dfrac{b}{2a}$		$+\infty$
y	$+\infty$	$\searrow$	$-\dfrac{b^2-4ac}{4a}$	$\nearrow$	$+\infty$

$a < 0$

x	$-\infty$		$-\dfrac{b}{2a}$		$+\infty$
y	$+\infty$	$\nearrow$	$-\dfrac{b^2-4ac}{4a}$	$\searrow$	$+\infty$

* Vẽ đồ thị

+ Đỉnh I$\left(-\dfrac{b}{2a};\dfrac{-\Delta}{4a}\right)$

+ Trục đối xứng $x = -\dfrac{b}{2a}$

+ Giao với các trục (nếu có)

+ Lấy các điểm thuộc đồ thị (đối xứng nhau qua trục đối xứng).

Cách giải:

a) Ta có: (P) giao với Oy tại điểm có tung độ bằng -3 hay điểm (0;-3). Suy ra $a.0 + b.0 + c = -3 \Leftrightarrow c = -3$

Vì (P) có đỉnh I(2;-1) nên $\begin{cases} \dfrac{-b}{2a} = 2 \\ a.2^2 + b.2 + (-3) = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -b = 4a \\ 4a + 2b - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\dfrac{1}{2} \\ b = 2 \end{cases}$

Vậy parabol (P) là $y = -\dfrac{1}{2}x^2 + 2x - 3$

b) Hàm số $y = -\dfrac{1}{2}x^2 + 2x - 3$ có $a = -\dfrac{1}{2} < 0$, đỉnh I(2;-1) nên có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y	$-\infty$	$\nearrow$	-1	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đồng biến trên $(-\infty;2)$ và nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$

* Vẽ đồ thị

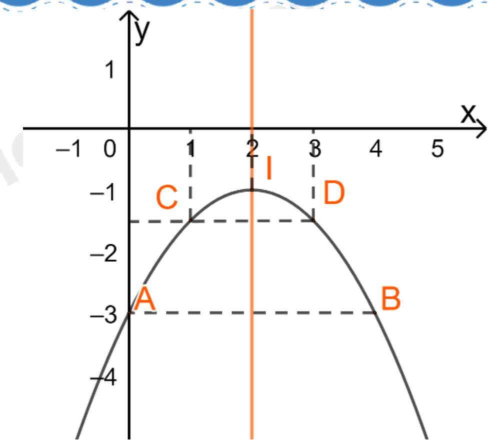
Đỉnh I(2;-1)

Trục đối xứng $x = 2$

Cắt trục tung tại A(0;-3) và không cắt Ox

Lấy B(4;-3) thuộc (P), đối xứng với A(0;-3) qua trục đối xứng

Lấy $C\left(1;-\dfrac{3}{2}\right), D\left(3;-\dfrac{3}{2}\right)$ thuộc (P).



Câu 3 (VDC):

Phương pháp:

Ta thường dùng các chữ cái in hoa để kí hiệu tập hợp và chữ cái in thường để kí hiệu phần tử thuộc tập hợp.

Cách giải:

Ta có

$$\begin{aligned}
S &= GB^2 + GC^2 + 9GA^2 \\
&= \left(\frac{2}{3}m_b\right)^2 + \left(\frac{2}{3}m_c\right)^2 + 9.\left(\frac{2}{3}m_a\right)^2 \\
&= \frac{4}{9}{m_b}^2 + \frac{4}{9}{m_c}^2 + 4{m_a}^2 \\
&= \frac{4}{9}.\left(\frac{2a^2+2c^2-b^2}{4} + \frac{2a^2+2b^2-c^2}{4}\right) + 4.\frac{2b^2+2c^2-a^2}{4} \\
&= \frac{4}{9}.\frac{4a^2+b^2+c^2}{4} + 2b^2+2c^2-a^2 \\
&= \frac{4a^2+b^2+c^2}{9} + 2b^2+2c^2-a^2 \\
&= \frac{19}{9}\left(b^2+c^2\right) - \frac{5}{9}a^2
\end{aligned}$$

Theo giả thiết ta có: $4\sin A\tan A = \sin B\sin C \Leftrightarrow 4\sin^2 A = \sin B\sin C\cos A(*)$

Áp dụng định lí sin trong tam giác ta có: $\dfrac{a}{\sin A} = \dfrac{b}{\sin B} = \dfrac{c}{\sin C} = 2R \Rightarrow \begin{cases} \sin A = \dfrac{a}{2R} \\ \sin B = \dfrac{b}{2R} \\ \sin C = \dfrac{c}{2R} \end{cases}$

Thay vào (*) ta có:

$$(*) \Leftrightarrow 4\left(\frac{a}{2R}\right)^2 = \frac{b}{2R}.\frac{c}{2R}\cos A$$
$$\Leftrightarrow 4.\frac{a^2}{4R^2} = \frac{bc}{4R^2}\cos A$$
$$\Leftrightarrow 4a^2 = bc\cos A$$

Lại theo định lí cosin trong tam giác ABC ta có:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$$
$$\Rightarrow bc\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2}$$

Khi đó ta có:

$$(*) \Leftrightarrow 4a^2 = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2}$$
$$\Leftrightarrow 8a^2 = b^2 + c^2 - a^2$$
$$\Leftrightarrow 9a^2 = b^2 + c^2$$

Do đó: $S = \frac{19}{9}\left(b^2 + c^2\right) - \frac{5}{9}a^2 = \frac{19}{9}.9a^2 - \frac{5}{9}a^2 = \frac{166a^2}{9} = 166.$

Vậy S = 166.