ĐỀ THI HỌC KÌ I – Đề số 6

Môn: Toán học - Lớp 10

Bộ sách Cánh diều

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Mục tiêu

- Ôn tập lý thuyết học kì I của chương trình sách giáo khoa Toán 10 – Cánh diều.

- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm, tự luận Toán học.

- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dàn trải tất cả các chương học kì I – chương trình Toán 10.

I. Trắc nghiệm (7 điểm)

Câu 1: Tìm tập xác định D của hàm số $y=\sqrt{6-3x}-\sqrt{x-1}$.

A. $\mathrm{D}=[1;2]$.

B. $\mathrm{D}=(1;2)$.

C. $\mathrm{D}=[1;3]$.

D. $\mathrm{D}=[-1;2]$.

Câu 2: Mệnh đề phủ định của mệnh đề "$\forall x\in\mathbb{R}, x-2>5$" là:

A. "$\exists x\in\mathbb{R}, x-2\le 5$".

B. "$\exists x\in\mathbb{R}, x-2\ge 5$".

C. "$\forall x\in\mathbb{R}, x-2\le 5$".

D. "$\forall x\in\mathbb{R}, x-2\ge 5$".

Câu 3: Cho tập hợp $D=\left\{x\in\mathbb{N}^* \mid x(x-2)(x-3)=0\right\}$. Viết lại tập hợp D dưới dạng liệt kê các phần tử của tập hợp đó.

A. D = {2;3}.

B. D = {0;1;2}.

C. D = {1;2}.

D. D = {0;2;3}.

Câu 4: Xét sự biến thiên của hàm số $y=\frac{1}{x^2}$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;0)$, nghịch biến trên $(0;+\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên $(0;+\infty)$, nghịch biến trên $(-\infty;0)$.

C. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;1)$, nghịch biến trên $(1;+\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;0)\cup(0;+\infty)$.

Câu 5: Cho hai tập hợp $A=(-\infty;-2]$ và $B=(-3;5]$. Tìm mệnh đề sai.

A. $A\cap B=(-3;-2]$.

B. $A\setminus B=(-\infty;-3)$.

C. $A\cup B=(-\infty;5]$.

D. $B\setminus A=(-2;5]$.

Câu 6: Trong các tập hợp sau, tập hợp nào là tập con của tập hợp $A=\{1;2;3;4;5\}$?

A. $A_1=\{1;6\}$.

B. $A_2=\{0;1;3\}$.

C. $A_3=\{4;5\}$.

D. $A_4=\{0\}$.

Câu 7: Cho parabol $(P): y=3x^2-2x+1$. Điểm nào sau đây là đỉnh của (P)?

A. $I(0;1)$.

B. $I\left(\frac{1}{3};\frac{2}{3}\right)$.

C. $I\left(-\frac{1}{3};\frac{2}{3}\right)$.

D. $I\left(\frac{1}{3};-\frac{2}{3}\right)$.

Câu 8: Bất phương trình nào sau đây là bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

A. $2x^3+1\ge y+2x^2$.

B. $2x-6y+5<2x-6y+3$.

C. $2x^2+1\ge y+2x^2$.

D. $4x^2<2x+5y-6$.

Câu 9: Điểm nào dưới đây thuộc miền nghiệm của bất phương trình $3x+2y<10$?

A. (5;1).
B. (4;2).
C. (1;5).
D. (1;2).

Câu 10: Trong tam giác EFG, chọn mệnh đề đúng.

A. $EF^2=EG^2+FG^2+2EG.FG.\cos G$.

B. $EF^2=EG^2+FG^2+2EG.FG.\cos E$.

C. $EF^2=EG^2+FG^2-2EG.FG.\cos E$.

D. $EF^2 = EG^2 + FG^2 - 2EG.FG.\cos G$.

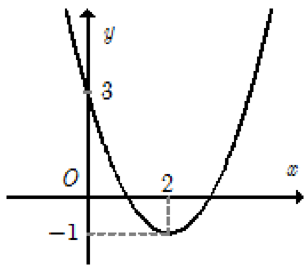
Câu 11: Cho parabol $(P): y = x^2 + mx + n$ (m,n là tham số). Xác định m,n để (P) nhận đỉnh $I(2;-1)$.

A. $m = 4, n = -3$.
B. $m = 4, n = 3$.
C. $m = -4, n = -3$.
D. $m = -4, n = 3$.

Câu 12: Cho tam giác ABC có b = 7, c = 5, $\cos A = \frac{3}{5}$. Độ dài đường cao h_a của tam giác ABC là:

A. 8.
B. $8\sqrt{3}$.
C. $\frac{7\sqrt{2}}{2}$.
D. $7\sqrt{2}$.

Câu 13: Cho hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ đồ thị như hình. Tính giá trị biểu thức $T = a^2 + b^2 + c^2$.



A. 0.
B. 26.
C. 8.
D. 20.

Câu 14: Trong các hệ bất phương trình sau, hệ bất phương trình nào là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

A. $\begin{cases} x^2 - 4 \geq 0 \\ 3x + 4y < 2 \end{cases}$.
B. $x - y > 0$.
C. $\begin{cases} y^2 + 2y - 3 > 0 \\ 5x - y > 2 \end{cases}$.
D. $\begin{cases} x - 4 \geq y \\ 3x + 4y < 5 \end{cases}$.

Câu 15: Giá trị của biểu thức $T = 2 + \sin^2 90^0 + 2\cos^2 60^0 - 3\tan^2 45^0$ bằng:

A. 3.
B. $-\frac{1}{2}$.

C. 1.

D. $\frac{1}{2}$.

Câu 16: Cho tam giác ABC có BC = a, AC = b, AB = c, có R, r lần lượt là bán kính đường tròn ngoại tiếp, nội tiếp và h_c là độ dài đường cao xuất phát từ đỉnh C. Chọn mệnh đề sai.

A. $S_{ABC} = ab\sin C$.

B. $S_{ABC} = pr$.

C. $S_{ABC} = \frac{abc}{4R}$.

D. $S_{ABC} = \frac{1}{2}c.h_c$.

Câu 17: Tam giác ABC có BC = 1, AC = 3, $\angle C = 60^0$. Tính độ dài cạnh AB.

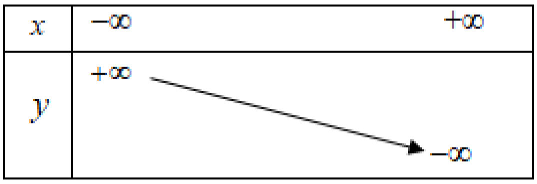
A. $\sqrt{13}$.

B. $\sqrt{7}$.

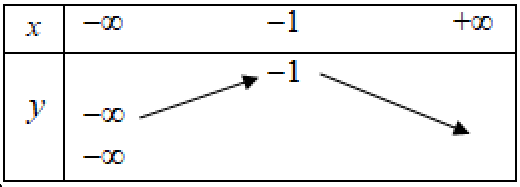
C. $\frac{\sqrt{34}}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{46}}{2}$.

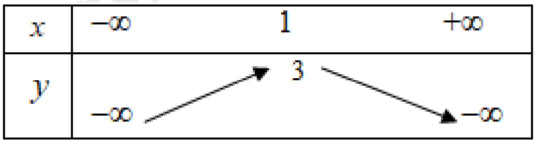
Câu 18: Bảng biến thiên nào dưới đây là của hàm số y = - {x^2} + 2x + 2?

A. 

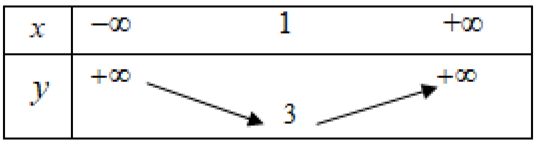
.

B. 

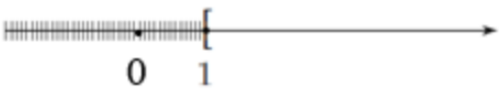
.

C. 

.

D. 

Câu 19: Phần không bị gạch trên hình vẽ dưới đây minh họa cho tập hợp nào?



A. $(0;1)$.

B. $(1;+\infty)$.

C. $[1;+\infty)$.

D. $(0;1]$.

Câu 20: Cho α và β là hai góc khác nhau và bù nhau, trong các đẳng thức sau đây đẳng thức nào **sai**?

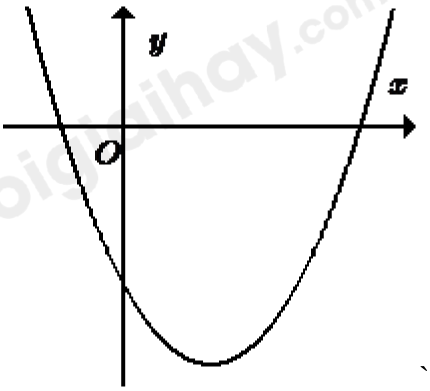
A. $\sin\alpha = \sin\beta$.

B. $\cos\alpha = -\cos\beta$.

C. $\tan\alpha = -\tan\beta$.

D. $\cot\alpha = \cot\beta$.

Câu 21: Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình bên dưới. Khẳng định nào sau đây đúng?



A. $a > 0, b < 0, c < 0$.

B. $a > 0, b < 0, c > 0$.

C. $a > 0, b > 0, c > 0$.

D. $a < 0, b < 0, c < 0$.

Câu 22: Tam giác ABC có AB = 4, BC = 6, $AC = 2\sqrt{7}$. Điểm M thuộc đoạn BC sao cho MC = 2MB. Tính độ dài cạnh AM.

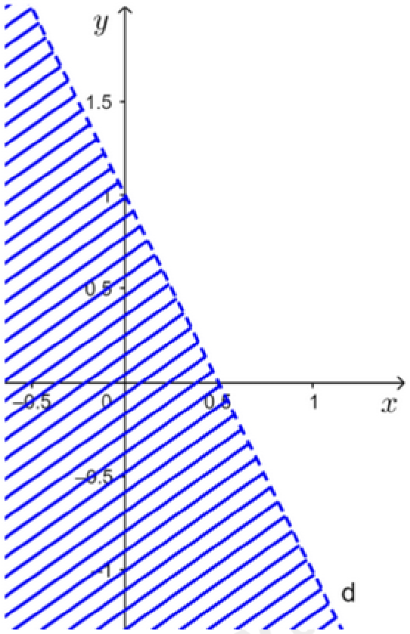
A. $AM = 3\sqrt{2}$.

B. $AM = 4\sqrt{2}$.

C. $AM = 2\sqrt{3}$.

D. $AM = 3$.

Câu 23: Nửa mặt phẳng không bị gạch chéo ở hình dưới đây là miền nghiệm của bất phương trình nào trong các bất phương trình sau?



A. $2x+y<1$.
B. $2x-y>1$.
C. $x+2y>1$.
D. $2x+y>1$.

Câu 24: Cho góc α với $0^0<\alpha<180^0$. Tính giá trị của $\cos\alpha$, biết $\tan\alpha=-2\sqrt{2}$.

A. $-\frac{1}{3}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

D. $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

Câu 25: Một ca nô xuất phát từ cảng A, chạy theo hướng đông với vận tốc 50 km/h. Cùng lúc đó, một tàu cá, xuất phát từ A, chạy theo hướng N30°E với vận tốc 40 km/h. Sau 3 giờ, hai tàu cách nhau bao nhiêu kilômét?

A. 135,7km.
B. 237,5km.
C. 110km.
D. 137,5km.

Câu 26. Cho tam giác ABC và điểm M thỏa mãn điều kiện $\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=\vec{0}$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. MABC là hình bình hành.
B. $\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{BM}$.
D. $\overrightarrow{MA}=\overrightarrow{BC}$.

Câu 27. Cho hình bình hành ABCD. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}=2\overrightarrow{BC}$

B. $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AB}$

C. $\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{BD}=2\overrightarrow{CD}$

D. $\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{CD}$

Câu 28. Cho tam giác OAB vuông cân tại O, cạnh $OA=a$. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $\left|3\overrightarrow{OA}+4\overrightarrow{OB}\right|=5a$

B. $\left|2\overrightarrow{OA}\right|+\left|3\overrightarrow{OB}\right|=5a$

C. $\left|7\overrightarrow{OA}-2\overrightarrow{OB}\right|=5a$

D. $\left|11\overrightarrow{OA}\right|-\left|6\overrightarrow{OB}\right|=5a$

Câu 29. Cho tam giác ABC có $BC=a,CA=b,AB=c.$ Gọi M là trung điểm cạnh BC. Tính $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BC}.$

A. $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BC}=\dfrac{b^2-c^2}{2}.$

B. $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BC}=\dfrac{c^2+b^2}{2}.$

C. $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BC}=\dfrac{c^2+b^2+a^2}{3}.$

D. $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BC}=\dfrac{c^2+b^2-a^2}{2}.$

Câu 30. Cho hình vuông ABCD cạnh a. Tính $P=\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right).\left(\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{BA}\right).$

A. $P=2\sqrt{2}a.$

B. $P=2a^2.$

C. $P=a^2.$

D. $P=-2a^2.$

II. Tự luận (4 điểm)

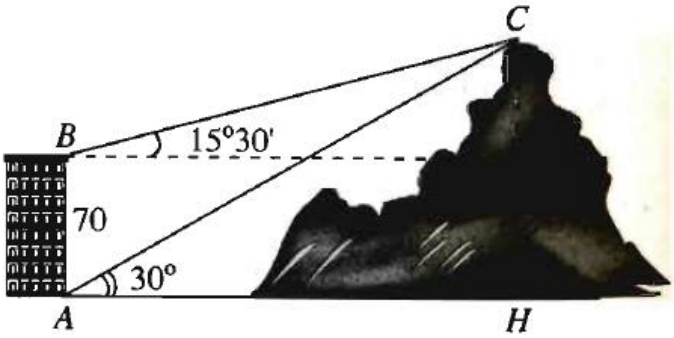
Câu 1: Cho tam giác ABC, M là điểm bất kỳ.

a) Chứng minh rằng $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{MB}.\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{MC}.\overrightarrow{AB}=0$

b) Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Chứng minh: $MA^2+MB^2+MC^2=3MG^2+GA^2+GB^2+GC^2$

c) Chứng minh rằng $GA^2+GB^2+GC^2=\dfrac{1}{3}(a^2+b^2+c^2)$, với a, b, c là độ dài 3 cạnh của tam giác.

Câu 2: Từ hai vị trí A và B của một tòa nhà, người ta quan sát đỉnh C của ngọn núi. Biết rằng độ cao $AB=70\text{m}$, phương nhìn AC tạo với phương nằm ngang góc 30^0, phương nhìn BC tạo với phương nằm ngang góc $15^0 30'$. Tìm độ cao của ngọn núi đó có độ cao so với mặt đất.



Câu 3: Xác định và vẽ đồ thị hàm số $y = ax^2 + bx + c$ biết đồ thị của hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ là -3 và giá trị nhỏ nhất của hàm số là $-\frac{25}{8}$ tại $x = \frac{1}{4}$.

-------- Hết --------

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

I. Trắc nghiệm (6 điểm)

1. A	6. C	11. D	16. A	21. A	26. D
2.A	7. B	12. C	17. B	22. C	27. A
3. A	8. C	13. B	18. C	23. D	28. C
4. A	9. D	14. D	19. C	24. A	29. A
5. B	10. D	15. D	20. D	25. D	30. D

Câu 1 (TH):

Phương pháp:

$\sqrt{f(x)}$ xác định khi $f(x) \ge 0$.

Cách giải:

Hàm số $y = \sqrt{6-3x} - \sqrt{x-1}$ xác định khi $\begin{cases} 6-3x \ge 0 \\ x-1 \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6 \ge 3x \\ x \ge 1 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \le x \le 2$

Do đó tập xác định là $\mathrm{D} = [1;2]$.

Chọn A.

Câu 2 (TH):

Phương pháp:

Phủ định của $\forall$ là $\exists$, phủ định của > là $\le$.

Cách giải:

Mệnh đề phủ định của mệnh đề "$\forall x \in \mathbb{R}, x-2 > 5$" là "$\exists x \in \mathbb{R}, x-2 \le 5$".

Chọn A.

Câu 3 (TH):

Phương pháp:

Viết tập hợp theo cách liệt kê các phần tử.

Cách giải:

Giải phương trình $x(x-2)(x-3) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \\ x = 3 \end{array}\right.$.

Mà $x \in \mathbb{N}^* \Rightarrow x \in \{2;3\}$.

Vậy D = {2;3}.

Chọn A.

Câu 4 (TH):

Cách giải:

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$

Xét $x_1;x_2\in D$ và $x_1<x_2 \Leftrightarrow x_1-x_2<0$

Khi đó với hàm số $y=f\left(x\right)=\dfrac{1}{x^2}$

$$\Rightarrow f\left(x_1\right)-f\left(x_2\right)=\frac{1}{x_1^{\ 2}}-\frac{1}{x_2^{\ 2}}=\frac{\left(x_2-x_1\right)\left(x_2+x_1\right)}{x_2^2.x_1^2}$$

Trên $\left(-\infty;0\right)\Rightarrow f\left(x_1\right)-f\left(x_2\right)=\dfrac{\left(x_2-x_1\right)\left(x_2+x_1\right)}{x_2^{\ 2}.x_1^{\ 2}}<0$ nên hàmsố đồng biến.

Trên $\left(0;+\infty\right)\Rightarrow f\left(x_1\right)-f\left(x_2\right)=\dfrac{\left(x_2-x_1\right)\left(x_2+x_1\right)}{x_2^{\ 2}.x_1^{\ 2}}>0$ nên hàm số nghịch biến.

Chọn A.

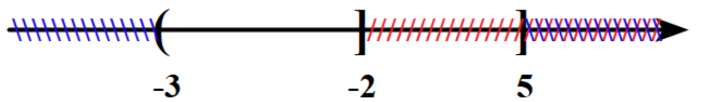
Câu 5 (VD):

Phương pháp:

Thực hiện các phép toán trên tập hợp. Sử dụng trục số.

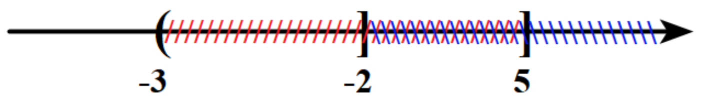
Cách giải:

+) $A\cap B=\left(-3;-2\right]$



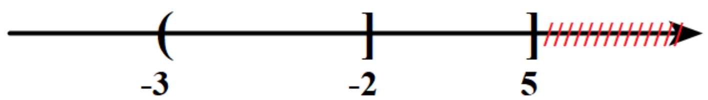
=> A đúng.

+) $A\setminus B=\left(-\infty;-3\right]$



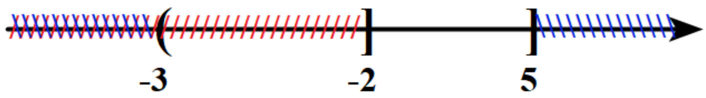
=> B sai.

+) $A\cup B=\left(-\infty;5\right]$



=> C đúng.

+) $B \setminus A = (-2;5]$.



=> D đúng.

Chọn B.

Câu 6 (NB):

Phương pháp:

Tập hợp A được gọi là tập con của tập hợp B nếu mọi phần tử của tập hợp A đều là phần tử của tập hợp B.

Cách giải:

$A_3 = \{4;5\} \subset A = \{1;2;3;4;5\}$.

Chọn C.

Câu 7 (TH):

Cách giải:

Hoành độ đỉnh của $(P): y = 3x^2 - 2x + 1$ là $x = -\frac{b}{2a} = \frac{1}{3} \Rightarrow y = 3\left(\frac{1}{3}\right)^2 - 2.\frac{1}{3} + 1 = \frac{2}{3}$.

Vậy $I\left(\frac{1}{3};\frac{2}{3}\right)$.

Chọn B.

Câu 8 (TH):

Phương pháp:

Bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y có dạng tổng quát là

$ax + by \le c$ ($ax + by \ge c$, $ax + by < c$, $ax + by > c$)

Trong đó a, b, c là những số thực đã cho, a và b không đồng thời bằng 0, x và y là các ẩn số.

Cách giải:

Ta có: $2x^2 + 1 \ge y + 2x^2 \Leftrightarrow y - 1 \le 0$ nên đây là một bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

Chọn C.

Câu 9 (NB):

Phương pháp:

Thay các tọa độ điểm vào bất phương trình, điểm nào thỏa mãn bất phương trình thì thuộc miền nghiệm của bất phương trình đó.

Cách giải:

+) Thay tọa độ điểm (5;1) vào bất phương trình ta có: 3.5 + 2.1 < 10 (Vô lí) => (5;1) không thuộc miền nghiệm của bất phương trình.

+) Thay tọa độ điểm (4;2) vào bất phương trình ta có: 3.4 + 2.2 < 10 (Vô lí) => (4;2) không thuộc miền nghiệm của bất phương trình.

+) Thay tọa độ điểm (1;5) vào bất phương trình ta có: 3.1 + 2.5 < 10 (Vô lí) => (1;5) không thuộc miền nghiệm của bất phương trình.

+) Thay tọa độ điểm (1;2) vào bất phương trình ta có: 3.1 + 2.2 < 10 (Đúng) => (1;2) không thuộc miền nghiệm của bất phương trình.

Chọn D.

Câu 10 (NB):

Phương pháp:

Sử dụng định lí cosin trong tam giác: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A.$

Cách giải:

$EF^2 = EG^2 + FG^2 - 2EG.FG.\cos G$ là mệnh đề đúng.

Chọn D.

Câu 11 (TH):

Cách giải:

Parabol $(P): y = x^2 + mx + n$ nhận $I(2;-1)$ là đỉnh, khi đó ta có

$$\begin{cases} 4 + 2m + n = -1 \\ -\dfrac{m}{2} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m + n = -5 \\ m = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n = 3 \\ m = -4 \end{cases}.$$

Vậy $m = -4, n = 3$.

Chọn D.

Câu 12 (VD):

Phương pháp:

Tính sinA.

Tính diện tích tam giác ABC: $S = \dfrac{1}{2}bc.\sin A.$

Sử dụng định lí cosin trong tam giác tính a: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A.$

Sử dụng công thức tính diện tích tam giác: $S = \dfrac{1}{2}ah_a$, từ đó tính h_a.

Cách giải:

Ta có:

$\sin^2 A+\cos^2 A=1$

$\Leftrightarrow \sin^2 A+\left(\frac{3}{5}\right)^2=1$

$\Leftrightarrow \sin^2 A=\frac{16}{25}$

Vì $0^0<A<180^0$ nên sinA > 0 $\Rightarrow \sin A=\frac{4}{5}.$

Diện tích tam giác ABC là: $S=\frac{1}{2}bc.\sin A.=\frac{1}{2}.7.5.\frac{4}{5}=14.$

Áp dụng định lí cosin trong tam giác ABC ta có:

$a^2=b^2+c^2-2bc.\cos A.$

$=7^2+5^2-2.7.5.\frac{3}{5}$

$=32$

$\Rightarrow a=4\sqrt{2}.$

Lại có: $S=\frac{1}{2}ah_a \Rightarrow h_a=\frac{2S}{a}=\frac{2.14}{4\sqrt{2}}=\frac{7\sqrt{2}}{2}.$

Chọn C.

Câu 13 (TH):

Cách giải:

Do đồ thị hàm số có đỉnh là $I(2;-1)\Rightarrow \begin{cases}\frac{-b}{2a}=2\\ f(2)=-1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}4a+b=0\\ 4a+2b+c=-1\end{cases}$ (1)

Do đồ thị hàm số đi qua điểm $(0;3)\Rightarrow f(0)=3\Leftrightarrow c=3\,(2)$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \begin{cases}a=1\\ b=-4\Rightarrow T=26\\ c=3\end{cases}$

Chọn B.

Câu 14 (NB):

Phương pháp:

Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn là một hệ gồm hai hay nhiều bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

Cách giải:

$\begin{cases}x-4\ge y\\ 3x+4y<5\end{cases}$ là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

Chọn D.

Câu 15 (NB):

Phương pháp:

Nhớ bảng giá trị lượng giác của các góc thường dùng hoặc sử dụng máy tính cầm tay.

Cách giải:

$T = 2 + \sin^2 90^0 + 2\cos^2 60^0 - 3\tan^2 45^0$

$T = 2 + 1^2 + 2.\left(\frac{1}{2}\right)^2 - 3.1^2$

$T = \frac{1}{2}.$

Chọn D.

Câu 16 (NB):

Phương pháp:

Sử dụng các công thức tính diện tích tam giác: $S_{ABC} = \frac{1}{2}ab\sin C = pr = \frac{abc}{4S} = \frac{1}{2}c.h_c.$

Cách giải:

$S_{ABC} = \frac{1}{2}ab\sin C$ nên đáp án A sai.

Chọn A.

Câu 17 (NB):

Phương pháp:

Áp dụng định lí Cosin trong tam giác: $AB^2 = BC^2 + AC^2 - 2BC.AC.\cos C$.

Cách giải:

Áp dụng định lí Cosin trong tam giác ABC:

$$AB^2 = BC^2 + AC^2 - 2BC.AC.\cos C$$
$$= 1^2 + 3^2 - 2.1.3.\cos 60^0 = 7$$
$$\Rightarrow AB = \sqrt{7}.$$

Chọn B.

Câu 18 (TH):

Cách giải:

Hàm số $y = -x^2 + 2x + 2$ là hàm số bậc hai, có $a = -1 < 0, b = 2$

=> Loại A, D.

Parabol có hoành độ đỉnh $-\frac{b}{2a} = -\frac{2}{2.(-1)} = 1$ => Loại B

Chọn C.

Câu 19 (NB):

Phương pháp:

Biểu diễn tập hợp trên trục số.

Cách giải:

Hình vẽ đã cho là minh họa cho tập hợp $[1;+\infty)$.

Chọn C.

Câu 20 (NB):

Phương pháp:

Sử dụng mối liên hệ giá trị lượng giác của hai góc bù nhau: Cho α và β là hai góc khác nhau và bù nhau ta có: $\sin\alpha = \sin\beta$, $\cos\alpha = -\cos\beta$, $\tan\alpha = -\tan\beta$, $\cot\alpha = -\cot\beta$.

Cách giải:

α và β là hai góc khác nhau và bù nhau nên $\sin\alpha = \sin\beta$, $\cos\alpha = -\cos\beta$, $\tan\alpha = -\tan\beta$, $\cot\alpha = -\cot\beta$.

Vậy đẳng thức ở đáp án D sai.

Chọn D.

Câu 21 (TH):

Cách giải:

Parabol có bề lõm quay lên $\Rightarrow a > 0$ loại D.

Parabol cắt trục tung tại điểm có tung độ âm nên $c < 0$ loại B, C.

Chọn A.

Câu 22 (VD):

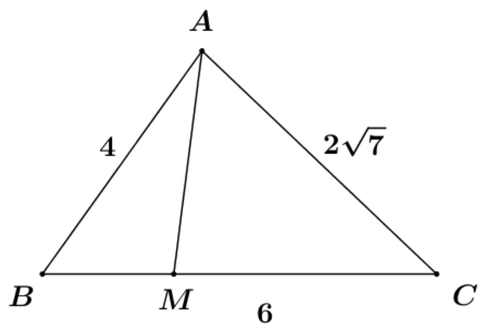
Phương pháp:

Sử dụng hệ quả định lí cosin trong tam giác ABC tính cosB: $\cos B = \dfrac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2AB.BC}$.

Tính BM, CM.

Sử dụng định lí cosin trong tam giác ABM tính AM: $AM^2 = AB^2 + BM^2 - 2AB.BM.\cos B$.

Cách giải:



Ta có:

$$\cos B = \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2AB.BC}$$
$$= \frac{4^2 + 6^2 - \left(2\sqrt{7}\right)^2}{2.4.6} = \frac{1}{2}$$

Vì MC = 2MB, BC = 6 nên $BM = \frac{1}{3}BC = \frac{1}{3}.6 = 2.$

Áp dụng định lí cosin trong tam giác ABM ta có:

$$AM^2 = AB^2 + BM^2 - 2AB.BM.\cos B$$
$$= 4^2 + 2^2 - 2.4.2.\frac{1}{2} = 12$$
$$\Rightarrow AM = 2\sqrt{3}.$$

Chọn C.

Câu 23 (TH):

Phương pháp:

Tìm phương trình đường thẳng d. Loại đáp án.

Thay tọa độ điểm O(0;0) vào các bất phương trình chưa bị loại ở các đáp án, tiếp tục loại đáp án.

Cách giải:

Đường thẳng d đi qua điểm (0;1) nên loại đáp án B, C.

Ta thấy điểm O(0;0) không thuộc miền nghiệm của bất phương trình.

+ Thay tọa độ điểm O(0;0) vào bất phương trình $2x + y < 1$ ta có: 2.0 + 0 < 1 (Đúng) => Loại.

+ Thay tọa độ điểm O(0;0) vào bất phương trình $2x + y > 1$ ta có: 2.0 + 0 > 1 (Vô lí) => Thỏa mãn.

Chọn D.

Câu 24 (TH):

Phương pháp:

Sử dụng công thức: $1 + \tan^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}.$

Cách giải:

Ta có:

$$1+\tan^2\alpha=\frac{1}{\cos^2\alpha}$$
$$\Leftrightarrow 1+\left(-2\sqrt{2}\right)^2=\frac{1}{\cos^2\alpha}$$
$$\Leftrightarrow \cos^2\alpha=\frac{1}{9}$$
$$\Leftrightarrow \cos\alpha=\pm\frac{1}{3}$$

Vì $0^0<\alpha<180^0 \Rightarrow \sin\alpha>0$. Mà $\tan\alpha=\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}<0$ nên $\cos\alpha<0$.

Vậy $\cos\alpha=-\dfrac{1}{3}$.

Chọn A.

Câu 25 (VD):

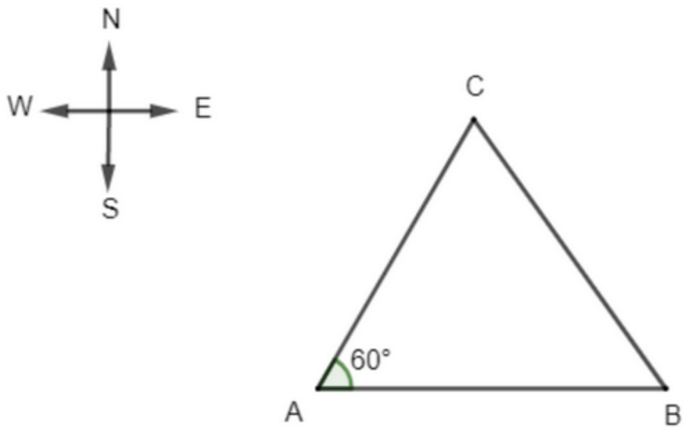
Phương pháp:

Hướng N30^{0}E là hướng tạo với hướng bắc một góc 30^0 và tạo với hướng đông một góc $90^0-30^0=60^0$.

Áp dụng định lí cosin trong tam giác.

Cách giải:

Hướng N30^{0}E là hướng tạo với hướng bắc một góc 30^0 và tạo với hướng đông một góc $90^0-30^0=60^0$.



A là vị trí cảng.

Ca nô đi theo hướng đông từ A đến B, sau 3 giờ đi được quãng đường AB = 50.3 = 150 (km).

Tàu cá đi theo hướng N30^{0}E từ A đến C, sau 3 giờ đi được quãng đường AC = 40.3 = 120 (km).

Áp dụng định lí Cosin trong tam giác ABC ta có:

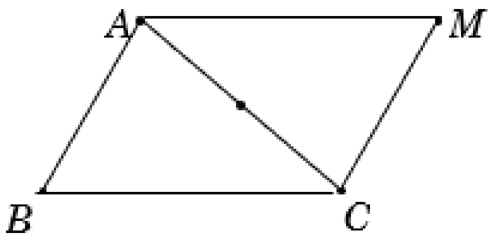
$$BC^2=AB^2+AC^2-2AB.AC.\cos 60$$
$$=150^2+120^2-2.150.120.\frac{1}{2}$$
$$=18900$$
$$\Rightarrow BC=30\sqrt{21}\approx 137,5.$$

Vậy sau 3 giờ hai tàu cách nhau khoảng 137,5km.

Chọn D.

Câu 26:

Cách giải:



Ta có $\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=\vec{0}\Leftrightarrow\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{MC}=\vec{0}\Leftrightarrow\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{AB}$

$\Rightarrow MABC$ là hình bình hành

$\Rightarrow\overrightarrow{MA}=\overrightarrow{CB}.$

Do đó D sai.

Chọn D.

Câu 27:

Cách giải:

Vì ABCD là hình bình hành nên $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ hay $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}=\vec{0}$

Ta có: $\begin{cases}\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}\\ \overrightarrow{BD}=\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}\end{cases}\Rightarrow\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}=2\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}=2\overrightarrow{BC}$

Vậy A đúng.

$\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{AB}$ => B sai.

$\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{DC}=2\overrightarrow{DC}=-2\overrightarrow{CD}$ => C sai

$\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{DC}$ => D sai.

Chọn A.

Câu 28:

Cách giải:

Ta có: $OA=OB=a$

$\Rightarrow\left|2\overrightarrow{OA}\right|+\left|3\overrightarrow{OB}\right|=2a+3a=5a$. Vậy B đúng.

Tương tự, ta có $\left|11\overrightarrow{OA}\right|-\left|6\overrightarrow{OB}\right|=11a-6a=5a$. Do đó D đúng.

Lấy C, D sao cho $\overrightarrow{OC}=3\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OD}=4\overrightarrow{OB};$

Dựng hình bình hành OCED. Do $AOB=90^{\circ}$ nên OCED là hình chữ nhật.

Ta có: $3\overrightarrow{OA}+4\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}=\overrightarrow{OE}$

$\Rightarrow \left|3\overrightarrow{OA}+4\overrightarrow{OB}\right|=\left|\overrightarrow{OE}\right|=OE$

Lại có: $OC=3OA=3a, OD=4OB=4a.$

$\Rightarrow OE=\sqrt{OC^2+CE^2}=\sqrt{OC^2+OD^2}=\sqrt{(3a)^2+(4a)^2}=5a$

Do đó A đúng.

Chọn C

Câu 29:

Cách giải:

Vì M là trung điểm của BC suy ra $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=2\overrightarrow{AM}$

Khi đó $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BC}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right).\overrightarrow{BC}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right).\left(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AC}\right)$

$=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right).\left(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}\right)=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AC}^2-\overrightarrow{AB}^2\right)=\frac{1}{2}\left(AC^2-AB^2\right)=\frac{b^2-c^2}{2}$

Chọn A.

Câu 30:

Cách giải:

Ta có $\begin{cases} BD=a\sqrt{2} \\ \overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{BA}=\left(\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BA}\right)+\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{BD}=2\overrightarrow{BD} \end{cases}$

Khi đó $P=\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right).2\overrightarrow{BD}=2\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BD}+2\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{BD}=-2\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BD}+\vec{0}$

$=-2BA.BD\cos\left(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BD}\right)=-2.a.a\sqrt{2}.\frac{\sqrt{2}}{2}=-2a^2$

Chọn D.

II. Tự luận (4 điểm)

Câu 1 (TH):

Cách giải:

a) Ta có:

$=\overrightarrow{MA}\cdot(\overrightarrow{MC}-\overrightarrow{MB})+\overrightarrow{MB}(\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MC})+\overrightarrow{MC}(\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MA})=$

$=\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MC}-\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MB}\cdot\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\cdot\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MC}\cdot\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\cdot\overrightarrow{MA}$

$=\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MC}-\overrightarrow{MC}\cdot\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MB}\cdot\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\cdot\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MC}\cdot\overrightarrow{MB}=0$

b)

$MA^2 = \overrightarrow{MA}^2 = (\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GA})^2 = MG^2 + GA^2 + 2\overrightarrow{MG} \cdot \overrightarrow{GA}$

$MB^2 = \overrightarrow{MB}^2 = (\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GB})^2 = MG^2 + GB^2 + 2\overrightarrow{MG} \cdot \overrightarrow{GB}$

$MC^2 = \overrightarrow{MC}^2 = (\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GC})^2 = MG^2 + GC^2 + 2\overrightarrow{MG} \cdot \overrightarrow{GC}$

$\Rightarrow MA^2 + MB^2 + MC^2 = 3MG^2 + GA^2 + GB^2 + GC^2 + 2(\overrightarrow{MG} \cdot \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{MG} \cdot \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{MG} \cdot \overrightarrow{GC})$

$= 3MG^2 + GA^2 + GB^2 + GC^2 + 2\overrightarrow{MG}(\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}) = 3MG^2 + GA^2 + GB^2 + GC^2$

c) Vì $MA^2 + MB^2 + MC^2 = 3MG^2 + GA^2 + GB^2 + GC^2$ đúng với M bất kì.

Chọn $M \equiv A$ ta được:

$AA^2 + AB^2 + AC^2 = 3AG^2 + GA^2 + GB^2 + GC^2$

$\Leftrightarrow AB^2 + AC^2 = 4GA^2 + GB^2 + GC^2$

Tương tự,

$M \equiv B \Rightarrow BA^2 + BC^2 = 4\,GB^2 + GA^2 + GC^2$

$M \equiv C \Rightarrow CB^2 + AC^2 = 4GC^2 + GB^2 + GA^2$

Thay $AB = c, AC = b, BC = a$

$\Rightarrow 6\left(GA^2 + GB^2 + GC^2\right) = 2\left(a^2 + b^2 + c^2\right)$

$\Leftrightarrow GA^2 + GB^2 + GC^2 = \frac{1}{3}\left(a^2 + b^2 + c^2\right)$

Câu 2 (VD):

Cách giải:

Từ giả thiết, ta suy ra tam giác ABC có

$CAB = 60^\circ, ABC = 105^\circ 30'$ và $c = 70$

Khi đó $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \Leftrightarrow \hat{C} = 180^\circ - \left(\hat{A} + \hat{B}\right) = 180^\circ - 165^\circ 30' = 14^\circ 30'$

Theo định lí sin, ta có $\frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ hay $\frac{b}{\sin 105^\circ 30'} = \frac{70}{\sin 14^\circ 30'}$

Do đó $AC = b = \sin 105^\circ 30' \frac{70}{\sin 14^\circ 30'} \approx 269,4m$

Gọi CH là khoảng cách từ C đến mặt đất. Tam giác vuông ACH có cạnh CH đối diện với góc 30°

nên $CH = \frac{AC}{2} = \frac{269,4}{2} = 134,7m$

Vậy ngọn núi cao khoảng 135m.

Câu 3 (VD):

Cách giải:

+ Đồ thị cắt trục tung tại điểm $A(0;c) \Rightarrow c = -3$.

+ Giá trị nhỏ nhất của hàm số là $-\frac{25}{8}$ tại $x = \frac{1}{4}$ nên đỉnh của đồ thị hàm số là $I\left(\frac{1}{4};-\frac{25}{8}\right)$

Suy ra $\begin{cases} \frac{-b}{2a} = \frac{1}{4} \\ a.\frac{1}{16} + \frac{1}{4}b - 3 = -\frac{25}{8} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + 4b = 0 \\ a + 4b = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -1 \end{cases}$

Vậy hàm số cần tìm là $y = 2x^2 - x - 3$.

* Vẽ đồ thị hàm số

Đỉnh $I\left(\frac{1}{4};-\frac{25}{8}\right)$

Trục đối xứng $x = \frac{1}{4}$

Giao với trục Oy tại $A(0;-3)$, giao với Ox tại $B(-1;0), C(\frac{3}{2};0)$

Lấy điểm $D(2;3), E\left(-\frac{3}{2};3\right) \in (P)$