ĐỀ THI HỌC KÌ I – Đề số 6

Môn: Toán học - Lớp 10

Bộ sách Chân trời sáng tạo

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Mục tiêu

- Ôn tập lý thuyết học kì I của chương trình sách giáo khoa Toán 10 – Chân trời sáng tạo.

- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm, tự luận Toán học.

- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dàn trải tất cả các chương học kì I – chương trình Toán 10.

I. Trắc nghiệm (7 điểm)

Câu 1: Tìm tập xác định D của hàm số $y=\sqrt{6-3x}-\sqrt{x-1}$.

A. $\mathrm{D}=[1;2]$.

B. $\mathrm{D}=(1;2)$.

C. $\mathrm{D}=[1;3]$.

D. $\mathrm{D}=[-1;2]$.

Câu 2: Mệnh đề phủ định của mệnh đề "$\forall x\in\mathbb{R}, x-2>5$" là:

A. "$\exists x\in\mathbb{R}, x-2\le 5$".

B. "$\exists x\in\mathbb{R}, x-2\ge 5$".

C. "$\forall x\in\mathbb{R}, x-2\le 5$".

D. "$\forall x\in\mathbb{R}, x-2\ge 5$".

Câu 3: Cho tập hợp $D=\{x\in\mathbb{N}^* \mid x(x-2)(x-3)=0\}$. Viết lại tập hợp D dưới dạng liệt kê các phần tử của tập hợp đó.

A. D = {2;3}.

B. D = {0;1;2}.

C. D = {1;2}.

D. D = {0;2;3}.

Câu 4: Xét sự biến thiên của hàm số $y=\frac{1}{x^2}$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;0)$, nghịch biến trên $(0;+\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên $(0;+\infty)$, nghịch biến trên $(-\infty;0)$.

C. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;1)$, nghịch biến trên $(1;+\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;0)\cup(0;+\infty)$.

Câu 5: Cho hai tập hợp $A=(-\infty;-2]$ và $B=(-3;5]$. Tìm mệnh đề sai.

A. $A\cap B=(-3;-2]$.

B. $A\setminus B=(-\infty;-3)$.

C. $A\cup B=(-\infty;5]$.

D. $B\setminus A=(-2;5]$.

Câu 6: Trong các tập hợp sau, tập hợp nào là tập con của tập hợp $A=\{1;2;3;4;5\}$?

A. $A_1=\{1;6\}$.

B. $A_2=\{0;1;3\}$.

C. $A_3=\{4;5\}$.

D. $A_4=\{0\}$.

Câu 7: Cho parabol $(P): y=3x^2-2x+1$. Điểm nào sau đây là đỉnh của (P)?

A. $I(0;1)$.

B. $I\left(\frac{1}{3};\frac{2}{3}\right)$.

C. $I\left(-\frac{1}{3};\frac{2}{3}\right)$.

D. $I\left(\frac{1}{3};-\frac{2}{3}\right)$.

Câu 8: Bất phương trình nào sau đây là bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

A. $2x^3+1\ge y+2x^2$.

B. $2x-6y+5<2x-6y+3$.

C. $2x^2+1\ge y+2x^2$.

D. $4x^2<2x+5y-6$.

Câu 9: Điểm nào dưới đây thuộc miền nghiệm của bất phương trình $3x+2y<10$?

A. (5;1).
B. (4;2).
C. (1;5).
D. (1;2).

Câu 10: Trong tam giác EFG, chọn mệnh đề đúng.

A. $EF^2=EG^2+FG^2+2EG.FG.\cos G$.

B. $EF^2=EG^2+FG^2+2EG.FG.\cos E$.

C. $EF^2=EG^2+FG^2-2EG.FG.\cos E$.

D. $EF^2 = EG^2 + FG^2 - 2EG.FG.\cos G$.

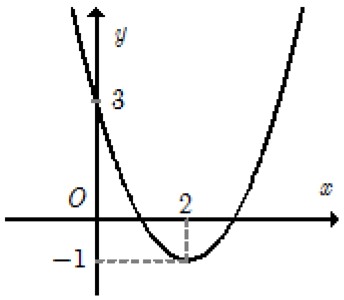
Câu 11: Cho parabol $(P): y = x^2 + mx + n$ (m,n là tham số). Xác định m,n để (P) nhận đỉnh $I(2;-1)$.

A. $m = 4, n = -3$.
B. $m = 4, n = 3$.
C. $m = -4, n = -3$.
D. $m = -4, n = 3$.

Câu 12: Cho tam giác ABC có b = 7, c = 5, $\cos A = \frac{3}{5}$. Độ dài đường cao h_a của tam giác ABC là:

A. 8.
B. $8\sqrt{3}$.
C. $\frac{7\sqrt{2}}{2}$.
D. $7\sqrt{2}$.

Câu 13: Cho hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ đồ thị như hình. Tính giá trị biểu thức $T = a^2 + b^2 + c^2$.



A. 0.
B. 26.
C. 8.
D. 20.

Câu 14: Trong các hệ bất phương trình sau, hệ bất phương trình nào là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

A. $\begin{cases} x^2 - 4 \ge 0 \\ 3x + 4y < 2 \end{cases}$.

B. $x - y > 0$.

C. $\begin{cases} y^2 + 2y - 3 > 0 \\ 5x - y > 2 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x - 4 \ge y \\ 3x + 4y < 5 \end{cases}$.

Câu 15: Giá trị của biểu thức $T = 2 + \sin^2 90^0 + 2\cos^2 60^0 - 3\tan^2 45^0$ bằng:

A. 3.

B. $-\frac{1}{2}$.

C. 1.

D. $\frac{1}{2}$.

Câu 16: Cho tam giác ABC có BC = a, AC = b, AB = c, có R, r lần lượt là bán kính đường tròn ngoại tiếp, nội tiếp và h_c là độ dài đường cao xuất phát từ đỉnh C. Chọn mệnh đề sai.

A. $S_{ABC} = ab\sin C$.

B. $S_{ABC} = pr$.

C. $S_{ABC} = \frac{abc}{4R}$.

D. $S_{ABC} = \frac{1}{2}c.h_c$.

Câu 17: Tam giác ABC có BC = 1, AC = 3, $\angle C = 60^0$. Tính độ dài cạnh AB.

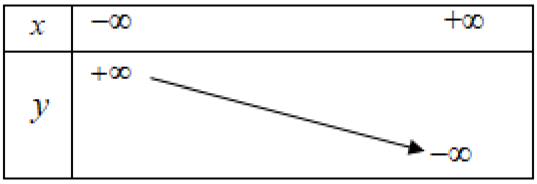
A. $\sqrt{13}$.

B. $\sqrt{7}$.

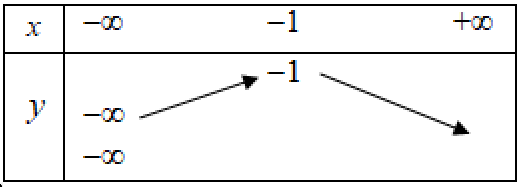
C. $\frac{\sqrt{34}}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{46}}{2}$.

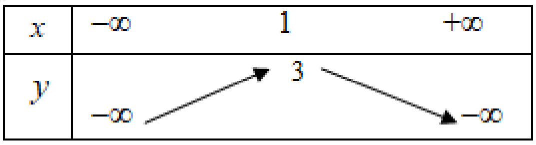
Câu 18: Bảng biến thiên nào dưới đây là của hàm số y = - {x^2} + 2x + 2?

A. 

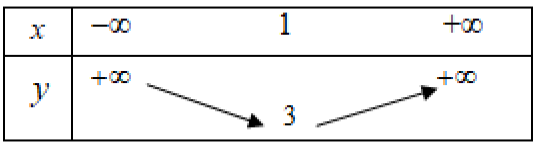
.

B. 

.

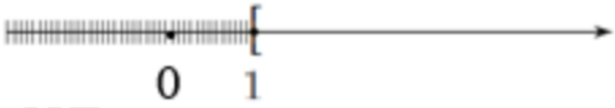
C. 

.

D. 

.

Câu 19: Phần không bị gạch trên hình vẽ dưới đây minh họa cho tập hợp nào?



A. $(0;1)$.

B. $(1;+\infty)$.

C. $[1;+\infty)$.

D. $(0;1]$.

Câu 20: Cho α và β là hai góc khác nhau và bù nhau, trong các đẳng thức sau đây đẳng thức nào **sai**?

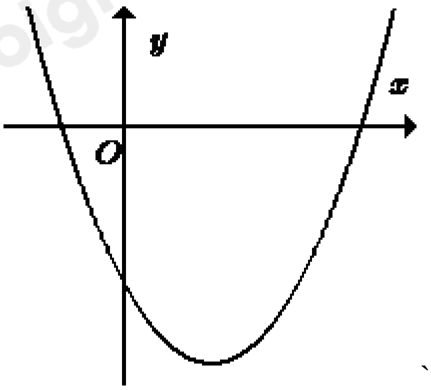
A. $\sin\alpha = \sin\beta$.

B. $\cos\alpha = -\cos\beta$.

C. $\tan\alpha = -\tan\beta$.

D. $\cot\alpha = \cot\beta$.

Câu 21: Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình bên dưới. Khẳng định nào sau đây đúng?



A. $a > 0, b < 0, c < 0$.

B. $a > 0, b < 0, c > 0$.

C. $a > 0, b > 0, c > 0$.

D. $a < 0, b < 0, c < 0$.

Câu 22: Tam giác ABC có AB = 4, BC = 6, $AC = 2\sqrt{7}$. Điểm M thuộc đoạn BC sao cho MC = 2MB. Tính độ dài cạnh AM.

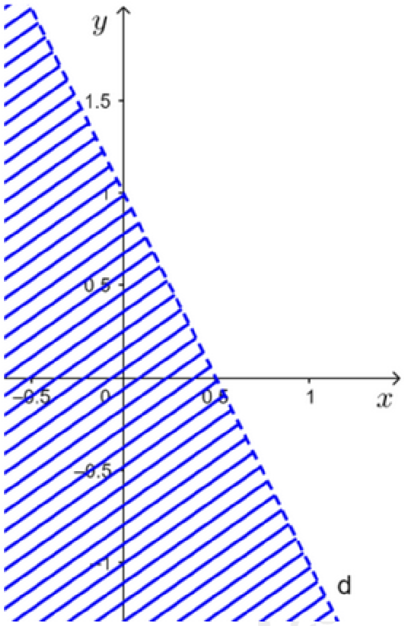
A. $AM = 3\sqrt{2}$.

B. $AM = 4\sqrt{2}$.

C. $AM = 2\sqrt{3}$.

D. $AM = 3$.

Câu 23: Nửa mặt phẳng không bị gạch chéo ở hình dưới đây là miền nghiệm của bất phương trình nào trong các bất phương trình sau?



A. $2x+y<1.$
B. $2x-y>1.$
C. $x+2y>1.$
D. $2x+y>1.$

Câu 24: Cho góc α với $0^0<\alpha<180^0$. Tính giá trị của $\cos\alpha$, biết $\tan\alpha=-2\sqrt{2}$.

A. $-\frac{1}{3}.$

B. $\frac{1}{3}.$

C. $\frac{2\sqrt{2}}{3}.$

D. $\frac{\sqrt{2}}{3}.$

Câu 25: Một ca nô xuất phát từ cảng A, chạy theo hướng đông với vận tốc 50 km/h. Cùng lúc đó, một tàu cá, xuất phát từ A, chạy theo hướng N30°E với vận tốc 40 km/h. Sau 3 giờ, hai tàu cách nhau bao nhiêu kilômét?

A. 135,7km.
B. 237,5km.
C. 110km.
D. 137,5km.

Câu 26. Sử dụng máy tính bỏ túi, hãy viết giá trị gần đúng của $\sqrt{3}$ chính xác đến hàng phần nghìn.

A. 1,7320.
B. 1,732.
C. 1,733.
D. 1,731.

Câu 27. Đo độ cao một ngọn cây là $h=347,13\text{m}\pm0,2\text{m}.$ Hãy viết số quy tròn của số gần đúng 347,13.

A. 345.
B. 347.
C. 348.
D. 346.

Câu 28: Ba nhóm học sinh gồm 20 người, 15 người, 25 người. Cân nặng trung bình của mỗi nhóm lần lượt là 50kg, 38kg, 40kg. Cân nặng trung bình của cả ba nhóm học sinh là:

A. 41,6kg.
B. 42,8kg.
C. 41,8kg.
D. Đáp số khác.

Câu 29: Có 100 học sinh dự thi học sinh giỏi Toán (điểm 20). Kết quả như sau:

Điểm	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
Tần số	1	1	3	5	8	13	19	24	14	10	2

Nhận xét nào sau đây là đúng?

A. Phương sai lớn hơn 4, độ lệch chuẩn lớn hơn 2

B. Phương sai lớn hơn 5, độ lệch chuẩn lớn hơn 2

C. Phương sai nhỏ hơn 5, độ lệch chuẩn lớn hơn 2

D. Phương sai nhỏ hơn 4, độ lệch chuẩn nhỏ hơn 2

Câu 30. Cho hình chữ nhật ABCD. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$.

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = \vec{0}$.

C. $\left|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}\right| = \left|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}\right|$.

D. $\left|\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BD}\right| = \left|\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}\right|$.

Câu 31. Cho tam giác ABC và điểm M thỏa mãn điều kiện $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. MABC là hình bình hành.
B. $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BM}$.
D. $\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{BC}$.

Câu 32. Cho hình bình hành ABCD. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{BC}$
B. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB}$

C. $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{CD}$
D. $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CD}$

Câu 33. Cho tam giác OAB vuông cân tại O, cạnh $OA = a$. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $\left|3\overrightarrow{OA}+4\overrightarrow{OB}\right|=5a$

B. $\left|2\overrightarrow{OA}\right|+\left|3\overrightarrow{OB}\right|=5a$

C. $\left|7\overrightarrow{OA}-2\overrightarrow{OB}\right|=5a$

D. $\left|11\overrightarrow{OA}\right|-\left|6\overrightarrow{OB}\right|=5a$

Câu 34. Cho tam giác ABC có $BC=a, CA=b, AB=c$. Gọi M là trung điểm cạnh BC. Tính $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BC}$.

A. $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BC}=\dfrac{b^2-c^2}{2}$.

B. $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BC}=\dfrac{c^2+b^2}{2}$.

C. $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BC}=\dfrac{c^2+b^2+a^2}{3}$.

D. $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BC}=\dfrac{c^2+b^2-a^2}{2}$.

Câu 35. Cho hình vuông ABCD cạnh a. Tính $P=\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right).\left(\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{BA}\right)$.

A. $P=2\sqrt{2}a$.
B. $P=2a^2$.
C. $P=a^2$.
D. $P=-2a^2$.

II. Tự luận (3 điểm)

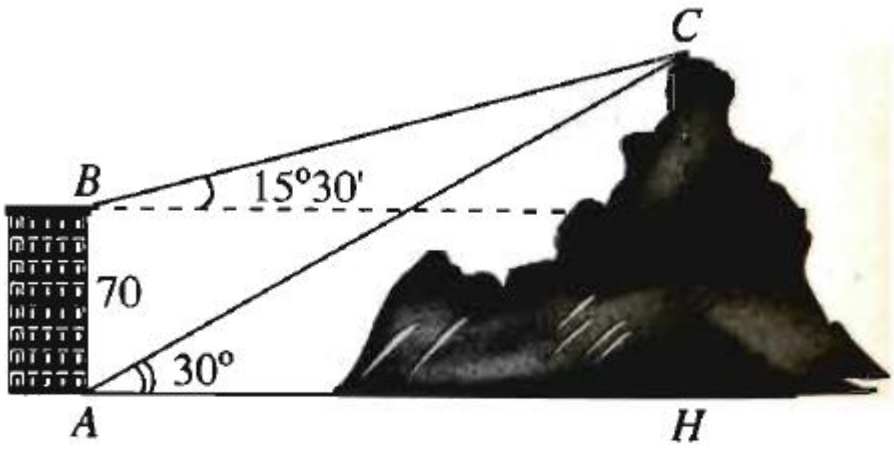
Câu 1: Cho tam giác ABC, M là điểm bất kỳ.

a) Chứng minh rằng $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{MB}.\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{MC}.\overrightarrow{AB}=0$.

b) Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Chứng minh: $MA^2+MB^2+MC^2=3MG^2+GA^2+GB^2+GC^2$.

c) Chứng minh rằng $GA^2+GB^2+GC^2=\dfrac{1}{3}(a^2+b^2+c^2)$, với a, b, c là độ dài 3 cạnh của tam giác.

Câu 2: Từ hai vị trí A và B của một tòa nhà, người ta quan sát đỉnh C của ngọn núi. Biết rằng độ cao $AB=70\text{m}$, phương nhìn AC tạo với phương nằm ngang góc 30^0, phương nhìn BC tạo với phương nằm ngang góc $15^0 30'$. Tìm độ cao của ngọn núi đó có độ cao so với mặt đất.



Câu 3: Xác định hàm số $y = ax^2 + bx + c$ biết đồ thị của hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ là -3 và giá trị nhỏ nhất của hàm số là $-\frac{25}{8}$ tại $x = \frac{1}{4}$.

-------- Hết --------

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

I. Trắc nghiệm (7 điểm)

1. A	6. C	11. D	16. A	21. A	26. B	31. D
2.A	7. B	12. C	17. B	22. C	27. B	32. A
3. A	8. C	13. B	18. C	23. D	28. B	33. C
4. A	9. D	14. D	19. C	24. A	29. D	34. A
5. B	10. D	15. D	20. D	25. D	30. C	35. D

Câu 1 (TH):

Phương pháp:

$\sqrt{f(x)}$ xác định khi $f(x) \ge 0$.

Cách giải:

Hàm số $y = \sqrt{6-3x} - \sqrt{x-1}$ xác định khi $\begin{cases} 6-3x \ge 0 \\ x-1 \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6 \ge 3x \\ x \ge 1 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \le x \le 2$

Do đó tập xác định là $\mathrm{D} = [1;2]$.

Chọn A.

Câu 2 (TH):

Phương pháp:

Phủ định của $\forall$ là $\exists$, phủ định của > là $\le$.

Cách giải:

Mệnh đề phủ định của mệnh đề "$\forall x \in \mathbb{R}, x-2 > 5$" là "$\exists x \in \mathbb{R}, x-2 \le 5$".

Chọn A.

Câu 3 (TH):

Phương pháp:

Viết tập hợp theo cách liệt kê các phần tử.

Cách giải:

Giải phương trình $x(x-2)(x-3) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \\ x=3 \end{array}\right.$.

Mà $x \in \mathbb{N}^* \Rightarrow x \in \{2;3\}$.

Vậy D = {2;3}.

Chọn A.

Câu 4 (TH):

Cách giải:

TXĐ: $D=\mathbb{R}\backslash\{0\}$

Xét $x_1;x_2\in D$ và $x_1<x_2\Leftrightarrow x_1-x_2<0$

Khi đó với hàm số $y=f\left(x\right)=\dfrac{1}{x^2}$

$\Rightarrow f\left(x_1\right)-f\left(x_2\right)=\dfrac{1}{{x_1}^2}-\dfrac{1}{{x_2}^2}=\dfrac{\left(x_2-x_1\right)\left(x_2+x_1\right)}{x_2^2.x_1^2}$

Trên $\left(-\infty;0\right)\Rightarrow f\left(x_1\right)-f\left(x_2\right)=\dfrac{\left(x_2-x_1\right)\left(x_2+x_1\right)}{{x_2}^2.{x_1}^2}<0$ nên hàmsố đồng biến.

Trên $\left(0;+\infty\right)\Rightarrow f\left(x_1\right)-f\left(x_2\right)=\dfrac{\left(x_2-x_1\right)\left(x_2+x_1\right)}{{x_2}^2.{x_1}^2}>0$ nên hàm số nghịch biến.

Chọn A.

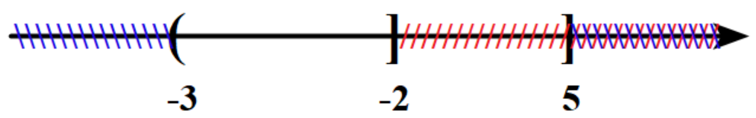
Câu 5 (VD):

Phương pháp:

Thực hiện các phép toán trên tập hợp. Sử dụng trục số.

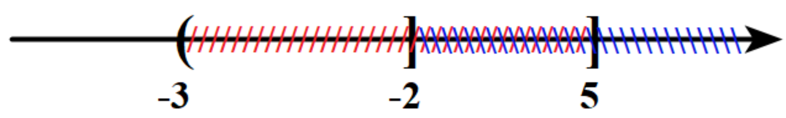
Cách giải:

+) $A\cap B=\left(-3;-2\right]$



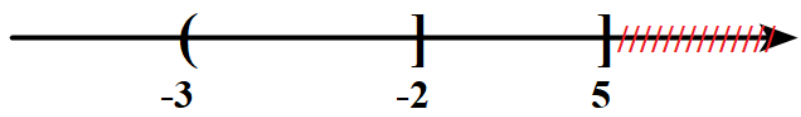
=> A đúng.

+) $A\backslash B=\left(-\infty;-3\right]$



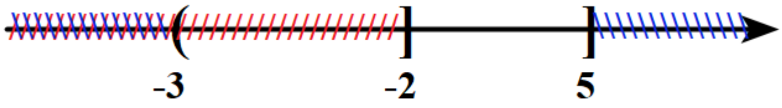
=> B sai.

+) $A\cup B=\left(-\infty;5\right]$



=> C đúng.

+) $B\setminus A=\left(-2;5\right]$.



=> D đúng.

Chọn B.

Câu 6 (NB):

Phương pháp:

Tập hợp A được gọi là tập con của tập hợp B nếu mọi phần tử của tập hợp A đều là phần tử của tập hợp B.

Cách giải:

$A_3=\{4;5\}\subset A=\{1;2;3;4;5\}$.

Chọn C.

Câu 7 (TH):

Cách giải:

Hoành độ đỉnh của $(P): y=3x^2-2x+1$ là $x=-\dfrac{b}{2a}=\dfrac{1}{3}\Rightarrow y=3\left(\dfrac{1}{3}\right)^2-2.\dfrac{1}{3}+1=\dfrac{2}{3}$.

Vậy $I\left(\dfrac{1}{3};\dfrac{2}{3}\right)$.

Chọn B.

Câu 8 (TH):

Phương pháp:

Bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y có dạng tổng quát là

$ax+by\le c$ ($ax+by\ge c$, $ax+by<c$, $ax+by>c$)

Trong đó a, b, c là những số thực đã cho, a và b không đồng thời bằng 0, x và y là các ẩn số.

Cách giải:

Ta có: $2x^2+1\ge y+2x^2\Leftrightarrow y-1\le 0$ nên đây là một bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

Chọn C.

Câu 9 (NB):

Phương pháp:

Thay các tọa độ điểm vào bất phương trình, điểm nào thỏa mãn bất phương trình thì thuộc miền nghiệm của bất phương trình đó.

Cách giải:

+) Thay tọa độ điểm (5;1) vào bất phương trình ta có: 3.5 + 2.1 < 10 (Vô lí) => (5;1) không thuộc miền nghiệm của bất phương trình.

+) Thay tọa độ điểm (4;2) vào bất phương trình ta có: 3.4 + 2.2 < 10 (Vô lí) => (4;2) không thuộc miền nghiệm của bất phương trình.

+) Thay tọa độ điểm (1;5) vào bất phương trình ta có: 3.1 + 2.5 < 10 (Vô lí) => (1;5) không thuộc miền nghiệm của bất phương trình.

+) Thay tọa độ điểm (1;2) vào bất phương trình ta có: 3.1 + 2.2 < 10 (Đúng) => (1;2) không thuộc miền nghiệm của bất phương trình.

Chọn D.

Câu 10 (NB):

Phương pháp:

Sử dụng định lí cosin trong tam giác: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A.$

Cách giải:

$EF^2 = EG^2 + FG^2 - 2EG.FG.\cos G$ là mệnh đề đúng.

Chọn D.

Câu 11 (TH):

Cách giải:

Parabol $(P): y = x^2 + mx + n$ nhận $I(2;-1)$ là đỉnh, khi đó ta có

$$\begin{cases} 4 + 2m + n = -1 \\ -\dfrac{m}{2} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m + n = -5 \\ m = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n = 3 \\ m = -4 \end{cases}.$$

Vậy $m = -4, n = 3$.

Chọn D.

Câu 12 (VD):

Phương pháp:

Tính sinA.

Tính diện tích tam giác ABC: $S = \dfrac{1}{2}bc.\sin A.$

Sử dụng định lí cosin trong tam giác tính a: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A.$

Sử dụng công thức tính diện tích tam giác: $S = \dfrac{1}{2}ah_a$, từ đó tính h_a.

Cách giải:

Ta có:

$\sin^2 A + \cos^2 A = 1$

$\Leftrightarrow \sin^2 A + \left(\frac{3}{5}\right)^2 = 1$

$\Leftrightarrow \sin^2 A = \frac{16}{25}$

Vì $0^0 < A < 180^0$ nên sinA > 0 $\Rightarrow \sin A = \frac{4}{5}$.

Diện tích tam giác ABC là: $S = \frac{1}{2}bc.\sin A. = \frac{1}{2}.7.5.\frac{4}{5} = 14.$

Áp dụng định lí cosin trong tam giác ABC ta có:

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A.$

$= 7^2 + 5^2 - 2.7.5.\frac{3}{5}$

$= 32$

$\Rightarrow a = 4\sqrt{2}.$

Lại có: $S = \frac{1}{2}ah_a \Rightarrow h_a = \frac{2S}{a} = \frac{2.14}{4\sqrt{2}} = \frac{7\sqrt{2}}{2}.$

Chọn C.

Câu 13 (TH):

Cách giải:

Do đồ thị hàm số có đỉnh là $I(2;-1) \Rightarrow \begin{cases} \frac{-b}{2a} = 2 \\ f(2) = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a + b = 0 \\ 4a + 2b + c = -1 \end{cases} (1)$

Do đồ thị hàm số đi qua điểm $(0;3) \Rightarrow f(0) = 3 \Leftrightarrow c = 3\ (2)$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -4 \Rightarrow T = 26 \\ c = 3 \end{cases}$

Chọn B.

Câu 14 (NB):

Phương pháp:

Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn là một hệ gồm hai hay nhiều bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

Cách giải:

$\begin{cases} x - 4 \ge y \\ 3x + 4y < 5 \end{cases}$ là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

Chọn D.

Câu 15 (NB):

Phương pháp:

Nhớ bảng giá trị lượng giác của các góc thường dùng hoặc sử dụng máy tính cầm tay.

Cách giải:

$T = 2 + \sin^2 90^0 + 2\cos^2 60^0 - 3\tan^2 45^0$

$T = 2 + 1^2 + 2.\left(\frac{1}{2}\right)^2 - 3.1^2$

$T = \frac{1}{2}.$

Chọn D.

Câu 16 (NB):

Phương pháp:

Sử dụng các công thức tính diện tích tam giác: $S_{ABC} = \frac{1}{2}ab\sin C = pr = \frac{abc}{4S} = \frac{1}{2}c.h_c$.

Cách giải:

$S_{ABC} = \frac{1}{2}ab\sin C$ nên đáp án A sai.

Chọn A.

Câu 17 (NB):

Phương pháp:

Áp dụng định lí Cosin trong tam giác: $AB^2 = BC^2 + AC^2 - 2BC.AC.\cos C$.

Cách giải:

Áp dụng định lí Cosin trong tam giác ABC:

$$\begin{aligned} AB^2 &= BC^2 + AC^2 - 2BC.AC.\cos C \\ &= 1^2 + 3^2 - 2.1.3.\cos 60^0 = 7 \end{aligned}$$

$\Rightarrow AB = \sqrt{7}.$

Chọn B.

Câu 18 (TH):

Cách giải:

Hàm số $y = -x^2 + 2x + 2$ là hàm số bậc hai, có $a = -1 < 0, b = 2$

=> Loại A, D.

Parabol có hoành độ đỉnh $-\frac{b}{2a} = -\frac{2}{2.(-1)} = 1$ => Loại B

Chọn C.

Câu 19 (NB):

Phương pháp:

Biểu diễn tập hợp trên trục số.

Cách giải:

Hình vẽ đã cho là minh họa cho tập hợp $[1;+\infty)$.

Chọn C.

Câu 20 (NB):

Phương pháp:

Sử dụng mối liên hệ giá trị lượng giác của hai góc bù nhau: Cho α và β là hai góc khác nhau và bù nhau ta có: $\sin\alpha = \sin\beta$, $\cos\alpha = -\cos\beta$, $\tan\alpha = -\tan\beta$, $\cot\alpha = -\cot\beta$.

Cách giải:

α và β là hai góc khác nhau và bù nhau nên $\sin\alpha = \sin\beta$, $\cos\alpha = -\cos\beta$, $\tan\alpha = -\tan\beta$, $\cot\alpha = -\cot\beta$.

Vậy đẳng thức ở đáp án D sai.

Chọn D.

Câu 21 (TH):

Cách giải:

Parabol có bề lõm quay lên $\Rightarrow a > 0$ loại D.

Parabol cắt trục tung tại điểm có tung độ âm nên $c < 0$ loại B, C.

Chọn A.

Câu 22 (VD):

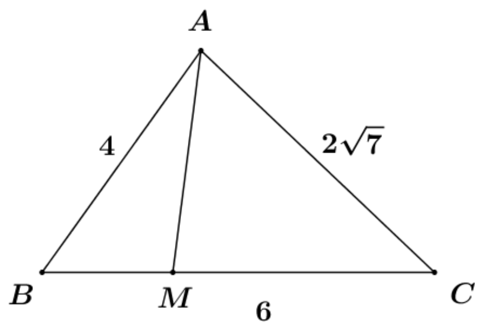
Phương pháp:

Sử dụng hệ quả định lí cosin trong tam giác ABC tính cosB: $\cos B = \dfrac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2AB.BC}$.

Tính BM, CM.

Sử dụng định lí cosin trong tam giác ABM tính AM: $AM^2 = AB^2 + BM^2 - 2AB.BM.\cos B$.

Cách giải:



Ta có:

$$\cos B = \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2AB.BC}$$
$$= \frac{4^2 + 6^2 - \left(2\sqrt{7}\right)^2}{2.4.6} = \frac{1}{2}$$

Vì MC = 2MB, BC = 6 nên $BM = \frac{1}{3}BC = \frac{1}{3}.6 = 2.$

Áp dụng định lí cosin trong tam giác ABM ta có:

$$AM^2 = AB^2 + BM^2 - 2AB.BM.\cos B$$
$$= 4^2 + 2^2 - 2.4.2.\frac{1}{2} = 12$$
$$\Rightarrow AM = 2\sqrt{3}.$$

Chọn C.

Câu 23 (TH):

Phương pháp:

Tìm phương trình đường thẳng d. Loại đáp án.

Thay tọa độ điểm O(0;0) vào các bất phương trình chưa bị loại ở các đáp án, tiếp tục loại đáp án.

Cách giải:

Đường thẳng d đi qua điểm (0;1) nên loại đáp án B, C.

Ta thấy điểm O(0;0) không thuộc miền nghiệm của bất phương trình.

+ Thay tọa độ điểm O(0;0) vào bất phương trình $2x + y < 1$ ta có: 2.0 + 0 < 1 (Đúng) => Loại.

+ Thay tọa độ điểm O(0;0) vào bất phương trình $2x + y > 1$ ta có: 2.0 + 0 > 1 (Vô lí) => Thỏa mãn.

Chọn D.

Câu 24 (TH):

Phương pháp:

Sử dụng công thức: $1 + \tan^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}$.

Cách giải:

Ta có:

$$1+\tan^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}$$

$$\Leftrightarrow 1+\left(-2\sqrt{2}\right)^2 = \frac{1}{\cos^2\alpha}$$

$$\Leftrightarrow \cos^2\alpha = \frac{1}{9}$$

$$\Leftrightarrow \cos\alpha = \pm\frac{1}{3}$$

Vì $0^0 < \alpha < 180^0 \Rightarrow \sin\alpha > 0$. Mà $\tan\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha} < 0$ nên $\cos\alpha < 0$.

Vậy $\cos\alpha = -\dfrac{1}{3}$.

Chọn A.

Câu 25 (VD):

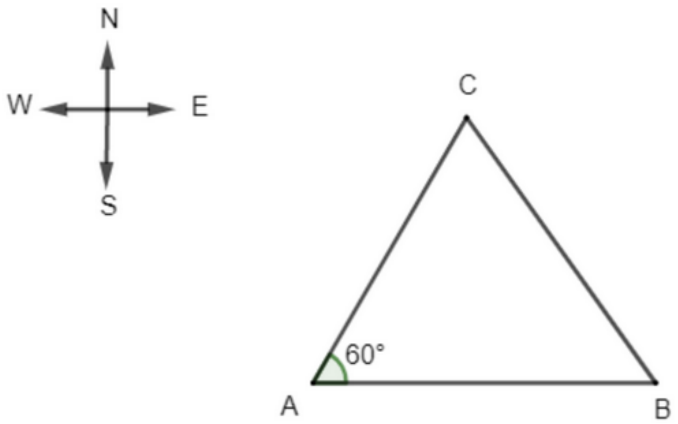
Phương pháp:

Hướng $N30^0E$ là hướng tạo với hướng bắc một góc 30^0 và tạo với hướng đông một góc $90^0 - 30^0 = 60^0$.

Áp dụng định lí cosin trong tam giác.

Cách giải:

Hướng $N30^0E$ là hướng tạo với hướng bắc một góc 30^0 và tạo với hướng đông một góc $90^0 - 30^0 = 60^0$.



A là vị trí cảng.

Ca nô đi theo hướng đông từ A đến B, sau 3 giờ đi được quãng đường AB = 50.3 = 150 (km).

Tàu cá đi theo hướng $N30^0E$ từ A đến C, sau 3 giờ đi được quãng đường AC = 40.3 = 120 (km).

Áp dụng định lí Cosin trong tam giác ABC ta có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB.AC.\cos 60$$
$$= 150^2 + 120^2 - 2.150.120.\frac{1}{2}$$
$$= 18900$$
$$\Rightarrow BC = 30\sqrt{21} \approx 137,5.$$

Vậy sau 3 giờ hai tàu cách nhau khoảng 137,5km.

Chọn D.

Câu 26:

Cách giải

Sử dụng máy tính cầm tay, ta được $\sqrt{3} = 1,7320508076...$

Làm tròn đến hàng phần nghìn ta được kết quả: 1,732.

Chọn B.

Câu 27:

Cách giải

Ta có: $h = 347,13\text{m} \pm 0,2\text{m} \Rightarrow d = 0,2$

Độ chính xác d có chữ số (khác 0) ở hàng lớn nhất là hàng phần mười, do đó ta làm tròn số gần đúng $h = 347,13$ đến hàng đơn vị, kết quả là 347.

Chọn B.

Câu 28 (TH):

Phương pháp:

Số trung bình cộng $\overline{x} = \dfrac{m_1x_1 + m_2x_2 + ... + m_kx_k}{n}$ trong đó m_k là tần số của giá trị x_k và $n = m_1 + m_2 + ... + m_k$.

Cách giải:

Khối lượng trung bình của cả ba nhóm học sinh là: $\overline{x} = \dfrac{20.50 + 15.38 + 25.40}{20 + 15 + 25} = 42,8.$

Chọn B.

Câu 29 (VD):

Phương pháp:

Áp dụng công thức tìm phương sai và độ lệch chuẩn.

Cách giải:

Số trung bình cộng:

$$\overline{x} = \frac{9.1 + 10.1 + 11.3 + 12.5 + 13.8 + 14.13 + 15.19 + 16.24 + 17.14 + 18.10 + 19.2}{100} = \frac{1523}{100} = 15,23 \text{ (điểm)}$$

Phương sai:

$$s^2 = \frac{1}{100}\left[1.(9-15,23)^2 + 1.(10-15,23)^2 + \ldots + 10.(18-15,23)^2 + 2.(19-15,23)^2\right] = 3,9571 (\text{điểm})$$

Độ lệch chuẩn:

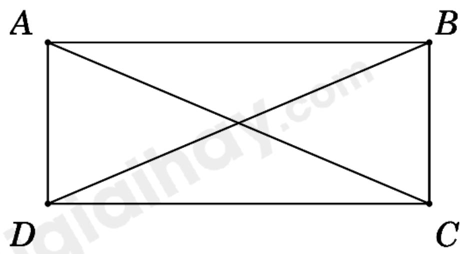
$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{3,9571} \approx 1,9892 \text{ (điểm)}$$

Vậy phương sai nhỏ hơn 4, độ lệch chuẩn nhỏ hơn 2.

Chọn D.

Câu 30:

Cách giải:



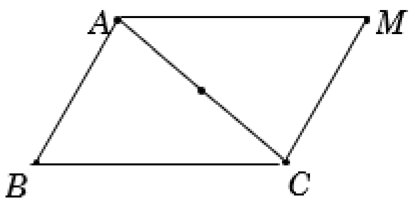
Ta có $\begin{cases} \left|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}\right| = \left|\overrightarrow{DB}\right| = BD \\ \left|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}\right| = \left|\overrightarrow{AC}\right| = AC \end{cases}$.

Mà $BD = AC \Rightarrow \left|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}\right| = \left|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}\right|$.

Chọn C.

Câu 31.

Cách giải:



Ta có $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AB}$

$\Rightarrow MABC$ là hình bình hành

$\Rightarrow \overrightarrow{MA} = \overrightarrow{CB}.$

Do đó D sai.

Chọn D.

Câu 32.

Cách giải:

Vì ABCD là hình bình hành nên $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ hay $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \vec{0}$

Ta có: $\begin{cases} \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} \\ \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = 2\overrightarrow{BC}$

Vậy A đúng.

$\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AB}$ **=> B sai.**

$\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DC} = 2\overrightarrow{DC} = -2\overrightarrow{CD}$ => C sai

$\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DC}$ **=> D sai.**

Chọn A.

Câu 33.

Cách giải:

Ta có: $OA = OB = a$

$\Rightarrow \left|2\overrightarrow{OA}\right| + \left|3\overrightarrow{OB}\right| = 2a + 3a = 5a$. Vậy B đúng.

Tương tự, ta có $\left|11\overrightarrow{OA}\right| - \left|6\overrightarrow{OB}\right| = 11a - 6a = 5a$. Do đó D đúng.

Lấy C, D sao cho $\overrightarrow{OC} = 3\overrightarrow{OA}; \overrightarrow{OD} = 4\overrightarrow{OB};$

Dựng hình bình hành OCED. Do $AOB = 90^\circ$ nên OCED là hình chữ nhật.

Ta có: $3\overrightarrow{OA} + 4\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OE}$

$\Rightarrow \left|3\overrightarrow{OA} + 4\overrightarrow{OB}\right| = \left|\overrightarrow{OE}\right| = OE$

Lại có: $OC = 3OA = 3a, OD = 4OB = 4a.$

$\Rightarrow OE = \sqrt{OC^2 + CE^2} = \sqrt{OC^2 + OD^2} = \sqrt{(3a)^2 + (4a)^2} = 5a$

Do đó A đúng.

Chọn C

Câu 34:

Cách giải:

Vì M là trung điểm của BC suy ra $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AM}$

Khi đó $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BC} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}\right).\overrightarrow{BC} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}\right).\left(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}\right)$

$= \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}\right).\left(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}\right) = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AC}^2 - \overrightarrow{AB}^2\right) = \frac{1}{2}\left(AC^2 - AB^2\right) = \frac{b^2 - c^2}{2}$

Chọn A.

Câu 35:

Cách giải:

Ta có $\begin{cases} BD = a\sqrt{2} \\ \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{BA} = \left(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA}\right) + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{BD} \end{cases}$

Khi đó $P = \left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}\right).2\overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BD} + 2\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{BD} = -2\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BD} + \vec{0}$

$= -2BA.BD\cos\left(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BD}\right) = -2.a.a\sqrt{2}.\dfrac{\sqrt{2}}{2} = -2a^2$

Chọn D.

II. Tự luận (3 điểm)

Câu 1 (TH):

Cách giải:

a) Ta có:

$= \overrightarrow{MA} \cdot (\overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MB}) + \overrightarrow{MB}(\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MC}) + \overrightarrow{MC}(\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MA}) =$

$= \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MA}$

$= \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$

b)

$MA^2 = \overrightarrow{MA}^2 = (\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GA})^2 = MG^2 + GA^2 + 2\overrightarrow{MG} \cdot \overrightarrow{GA}$

$MB^2 = \overrightarrow{MB}^2 = (\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GB})^2 = MG^2 + GB^2 + 2\overrightarrow{MG} \cdot \overrightarrow{GB}$

$MC^2 = \overrightarrow{MC}^2 = (\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GC})^2 = MG^2 + GC^2 + 2\overrightarrow{MG} \cdot \overrightarrow{GC}$

$\Rightarrow MA^2 + MB^2 + MC^2 = 3MG^2 + GA^2 + GB^2 + GC^2 + 2(\overrightarrow{MG} \cdot \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{MG} \cdot \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{MG} \cdot \overrightarrow{GC})$

$= 3MG^2 + GA^2 + GB^2 + GC^2 + 2\overrightarrow{MG}(\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}) = 3MG^2 + GA^2 + GB^2 + GC^2$

c) Vì $MA^2 + MB^2 + MC^2 = 3MG^2 + GA^2 + GB^2 + GC^2$ đúng với M bất kì.

Chọn $M \equiv A$ ta được:

$AA^2 + AB^2 + AC^2 = 3AG^2 + GA^2 + GB^2 + GC^2$

$\Leftrightarrow AB^2 + AC^2 = 4GA^2 + GB^2 + GC^2$

Tương tự,

$M \equiv B \Rightarrow BA^2 + BC^2 = 4\,GB^2 + GA^2 + GC^2$

$M \equiv C \Rightarrow CB^2 + AC^2 = 4GC^2 + GB^2 + GA^2$

Thay $AB = c, AC = b, BC = a$

$\Rightarrow 6\left(GA^2+GB^2+GC^2\right)=2\left(a^2+b^2+c^2\right)$

$\Leftrightarrow GA^2+GB^2+GC^2=\frac{1}{3}\left(a^2+b^2+c^2\right)$

Câu 2 (VD):

Cách giải:

Từ giả thiết, ta suy ra tam giác ABC có

$CAB=60^\circ, ABC=105^\circ30'$ và $c=70$

Khi đó $\hat{A}+\hat{B}+\hat{C}=180^\circ \Leftrightarrow \hat{C}=180^\circ-\left(\hat{A}+\hat{B}\right)=180^\circ-165^\circ30'=14^\circ30'$

Theo định lí sin, ta có $\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}$ hay $\frac{b}{\sin 105^\circ30'}=\frac{70}{\sin 14^\circ30'}$

Do đó $AC=b=\sin 105^\circ30'\frac{70}{\sin 14^\circ30'}\approx 269,4m$

Gọi CH là khoảng cách từ C đến mặt đất. Tam giác vuông ACH có cạnh CH đối diện với góc 30° nên $CH=\frac{AC}{2}=\frac{269,4}{2}=134,7m$

Vậy ngọn núi cao khoảng 135m.

Câu 3 (VD):

Cách giải:

+ Đồ thị cắt trục tung tại điểm $A(0;c)\Rightarrow c=-3$.

+ Giá trị nhỏ nhất của hàm số là $-\frac{25}{8}$ tại $x=\frac{1}{4}$ nên đỉnh của đồ thị hàm số là $I\left(\frac{1}{4};-\frac{25}{8}\right)$

Suy ra $\begin{cases}\frac{-b}{2a}=\frac{1}{4}\\ a.\frac{1}{16}+\frac{1}{4}b-3=-\frac{25}{8}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2a+4b=0\\ a+4b=-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=2\\ b=-1\end{cases}$

Vậy hàm số cần tìm là $y=2x^2-x-3$.